

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XVII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA SEGREGACIÓN EN EL DEPOSITO FINAL DE
UNA MEZCLA BI-DISPERSA**

**JAIME COTRONEO O.¹
CHRISTIAN IHLE B.²
ALDO TAMBURRINO T.³**

RESUMEN

El proceso de sedimentación tiene implícita una compleja fenomenología. El presente trabajo aborda, desde una perspectiva experimental una de estas aristas, referente a la organización de lechos sedimentados en depósitos finales. Saber cuál va a ser la composición de esta capa influye en muchos procesos industriales donde, por ejemplo, se requiere en algunos casos que la capa formada al término de la sedimentación sea resuspendida. Los factores que influyen en la distribución de las partículas en la capa sedimentada son la densidad, la distribución de tamaños y la concentración de los sólidos. En este trabajo se estudiará mediante una serie de experimentos, la importancia de la distribución de tamaños y concentraciones de los sólidos (la densidad no variará) en la capa final. Para este propósito se han empleado esferas de vidrio de diferentes tamaños sedimentando en una solución de glicerina al 80%. Se ha variado las concentraciones relativas de los distintos tamaños de las mezclas bi-dispersas utilizadas. En los experimentos se observaron diferentes estados de la segregación, encontrándose una fuerte relación entre el tamaño y concentración de las partículas con el espesor de la capa formada por las partículas más grandes.

¹ Tesista del Programa de Magister en Recursos y Medio Ambiente Hídrico, Universidad de Chile - jcotrone@ing.uchile.cl

² Ph.D., Ingeniero Mecánico, Profesor Asistente Departamento de Ingeniería en Minas e Investigador Asociado, Centro Avanzado de Tecnología para la Minería, Universidad de Chile – cihle@ing.uchile.cl

³ Ph.D., Ingeniero Civil, Profesor Asociado Departamento de Ingeniería Civil e Investigador Asociado, Centro Avanzado de Tecnología para la Minería, Universidad de Chile. - atamburr@ing.uchile.cl

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente en muchos procesos industriales, se transportan mezclas bi-dispersas con altas concentraciones de partículas. En el caso particular de un sistema donde la velocidad media de la fase líquida es nula, este proceso de sedimentación tiene una serie de características distintivas. En particular, cuando las mezclas tienen diferentes tamaños y/o densidades, se induce un proceso de segregación del material sólido, formando de diferentes capas de partículas. Un ejemplo de esto, es lo que sucede en la minería en los sistemas de transporte de relave y concentrado. En los eventos de detención de sistema, la sedimentación de las partículas genera lechos en el fondo de los ductos o canaletas, cuyas características deben ser tomadas en cuenta tanto en la etapa de diseño como en la operación.

La sedimentación de mezclas bi-dispersas ha sido investigada teórica y experimentalmente, relacionando el tamaño, concentración volumétrica, densidad y velocidad de sedimentación de los sólidos. En particular cuando se tienen concentraciones muy altas de sólidos, predominan las interacciones entre las partículas. Este efecto ha sido descrito y caracterizado teórica y experimentalmente por muchos autores, tales como Richardson and Zaki (1954), Batchelor (1982), Selim et al. (1983a, b) y Davis and Acrivos (1985). La expresión más popular es la que desarrollaron Richardson and Zaki (1954), que propusieron la siguiente relación empírica:

$$v = w_s(1 - \phi)^n \quad (1)$$

donde ϕ es la concentración volumétrica, n es un exponente empírico que depende del diámetro de la partícula, del diámetro de la tubería y del número de Reynolds de sedimentación de la partícula en un medio infinito (sin presencia de otras partículas) y w_s es la velocidad terminal de sedimentación de una partícula en estas condiciones, dada por (Stokes, 1851):

$$w_s = \frac{ga^2(\rho_s - \rho)}{18\mu} \quad (2)$$

donde d es el diámetro de la partícula, ρ_s la densidad de la partícula, ρ la densidad del fluido, μ la viscosidad del fluido y g la constante gravitacional. Como el estudio está enfocado a la sedimentación de una mezcla bi-dispersa, la densidad y viscosidad del fluido se ven afectadas con la presencia de partículas, por lo que la densidad de la mezcla es:

$$\rho_m = (1 - \phi)\rho + \phi\rho_s \quad (3)$$

Por otro lado, la viscosidad de la mezcla es diferente a la de la fase líquida. Krieger y Dougherty (1959) han propuesto la siguiente relación para caracterizarla:

$$\mu_m = \mu \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^\beta \quad (4)$$

donde ϕ_m es la concentración de empaquetamiento y β es un exponente de ajuste del modelo.

Durante la sedimentación de mezclas bi-dispersas se forman diferentes zonas (Davis and Acrivos 1985), tal como se puede apreciar en la Figura 1b. Estas zonas varían en función del número de familias de partículas que se tienen. Para este estudio sólo se tienen 2 familias de partículas, por lo que las zonas que se pueden observar en la sedimentación son máximo 4. La primera se encuentra en la parte de superior y está conformada por una capa de líquido claro, seguido por una zona donde sedimentan las partículas más pequeñas. Después se encuentra una tercera zona donde sedimentan partículas pequeñas y grandes y por último la capa de sedimentos que está en el fondo. Eventualmente, podría generarse también una zona de líquido claro entre las zonas 1 y 2.

Cuando la sedimentación termina se crean diferentes estratos de sedimentos (figura 1c), esto producto de las diferentes velocidades que tienen las zonas descritas anteriormente (Lockett and Al-Habbooby 1973).

El presente estudio está enfocado principalmente a predecir el espesor que tendrían estos estratos al final de la sedimentación. Para poder desarrollar esta predicción se realizarán diferentes experimentos, en los que se variarán los diámetros y concentraciones de las partículas, manteniendo la densidad de las mismas.

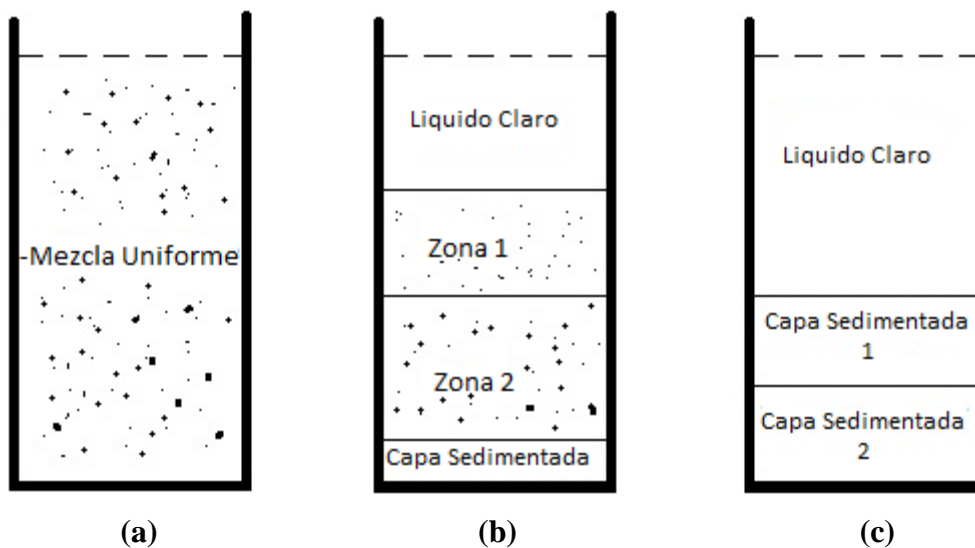


Figura 1.- Esquema sedimentación bi-dispersa, (a) mezcla inicialmente uniforme; (b) proceso de sedimentación, separado en cuatro zonas; (c) depósito final.

2. INSTALACIÓN EXPERIMENTAL

Los experimentos de sedimentación constan de 4 cajas de acrílico transparente de 15 cm de alto, 15 cm de ancho y 3 cm de espesor. El líquido usado corresponde a una solución de 80% glicerina y 20% agua, con una viscosidad dinámica de aproximadamente 64 cP y una densidad de 1214 kg/m³. Las partículas usadas son esferas de vidrio de diferentes diámetros (250 μm , 456 μm y 927 μm), todas con la misma densidad, igual a 2473 kg/m³. La mezcla entre la solución de

glicerina y las esferas de vidrio se realiza mediante agitación con una paleta de acrílico de 20 cm de alto, 2.5 cm de ancho y 1 cm de espesor. Esta paleta, conectada a un sistema biela-manivela accionado por un motor eléctrico, además tiene unos agujeros a lo largo, los que permiten que el fluido pase por entremedio de la paleta, creando una turbulencia que ayuda a la mezcla. Las cajas de acrílico están dentro de una recámara de iluminación, situada en una pieza oscura. La iluminación fue generada con un arreglo de LED's, desde el frente del experimento. Las cajas están instaladas en una mesa donde se fijan y se graban con una cámara fotográfica Nikon D3200 con un lente macro de 40 mm. Todos los experimentos son grabados en la misma posición.

3. METODOLOGÍA

Los experimentos consisten en 32 combinaciones de diferentes tamaños y concentraciones de partículas. En la Tabla 1 se detallan las diferentes combinaciones. Para lograr la mezcla homogénea, las mezclas se agitan con la paleta de acrílico. Inmediatamente después que se logra la mezcla homogénea, se detiene la agitación y se toman fotos cada 1 segundo con una apertura 2.7 y una velocidad de disparo de 1/60, hasta el término de la sedimentación. Las fotos se toman en el centro de la caja para aislar los efectos de las paredes. Por otra parte, las dimensiones de las cajas fueron diseñadas siguiendo las recomendaciones de Tory et al. (1992), esto para disminuir los efectos de las fluctuaciones de velocidades, paralelamente y para confirmar las dimensiones de la caja se usó un modelo numérico en dos dimensiones, para realizar simulaciones del proceso de sedimentación que utiliza el modelo de Phillips (Phillips et al 1992) , con la única salvedad que dicho modelo solo era capaz de simular sedimentación de mezclas monodispersas. Las fotos finales del proceso de sedimentación son procesadas para obtener las alturas finales de los diferentes estratos. El algoritmo que se ocupó para la detección de los diferentes estratos se basó en la intensidad de luz de las imágenes. Dicho algoritmo se validó comparando los resultados mediante la visualización de diferentes estratos y los datos entregados por el algoritmo, obteniendo una buena correlación. En la Figura 2 se puede ver un ejemplo de este algoritmo.



Figura 2.- Algoritmo usado para la detección de los diferentes estratos, en base al promedio de la intensidad de luz (línea azul).

Tabla 1.- Combinaciones experimentales para los diámetros de partículas (d) y sus fracciones volumétricas iniciales (ϕ). Los subíndices l y s apuntan a las fracciones grande y pequeña, respectivamente. El superíndice 0 representa los valores iniciales de las concentraciones, esto es, antes del comienzo del proceso de segregación.

d_l (μm)	d_s (μm)	ϕ_{total}	ϕ_l^0	ϕ_s^0	d_l (μm)	d_s (μm)	ϕ_{total}	ϕ_l^0	ϕ_s^0
927	250	0.10	0.05	0.05	927	456	0.10	0.05	0.05
		0.15		0.10			0.10		
		0.20		0.15			0.15		
		0.25		0.20			0.20		
		0.30		0.25			0.25		
		0.35		0.30			0.30		
		0.40		0.35			0.35		
		0.45		0.40			0.40		
927	250	0.15	0.1	0.05	927	456	0.15	0.1	0.05
		0.25		0.15			0.15		
		0.35		0.25			0.25		
927	250	0.25	0.15	0.10	927	456	0.25	0.15	0.10
		0.30		0.15			0.30		0.15
927	250	0.30	0.25	0.05	927	456	0.30	0.25	0.05
		0.35		0.10			0.35		0.10
927	250	0.35	0.05	0.30	927	456	0.35	0.05	0.30

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Inicialmente se tiene una mezcla homogénea entre partículas grandes y pequeñas (con concentraciones ϕ_l y ϕ_s , respectivamente). Esta mezcla se deja sedimentar hasta que se forman las diferentes capas de partículas; resultando la estratificación que se muestra esquemáticamente en la Figura 3. Como se puede ver en esta figura, en la parte de arriba se tiene una capa de fluido claro, debajo de esta se tiene una capa de sedimentos pequeños, y finalmente se tiene una capa compuesta por partículas grandes y pequeñas. Siguiendo la notación de la Figura 3, el espesor de estas capas son $(H_0 - H)$, $(H - h)$ y por último h .

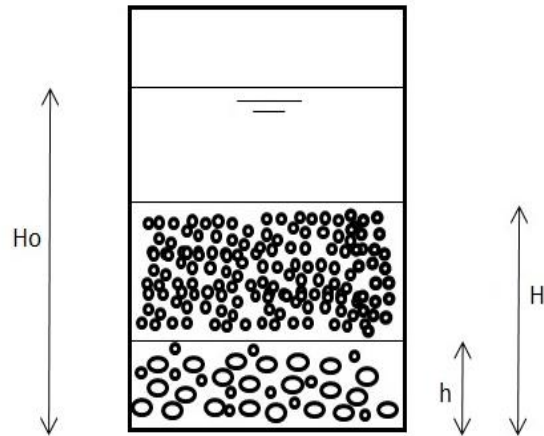


Figura 3.- Patrón del depósito final de una sedimentación bi-dispersa. donde h es el espesor de la capa compuesta por partículas grandes y pequeñas, H es la altura de toda la capa sedimentada y H_0 es la altura del hasta la superficie libre del fluido.

Durante los experimentos se observó que la cantidad de partículas pequeñas en la última capa varía en función de la razón de diámetros (d_l/d_s) y de la concentración de partículas pequeñas (ϕ_s), tal y como se puede observar en las Figuras 4 y 5. Por otro lado, la cantidad de partículas pequeñas en la capa de inferior, influye directamente en la altura de esta (h). En la Figura 3 se observa como varía el espesor de la última capa (h) en función de la concentración de partículas pequeñas (ϕ_s), y en la Figura 4 como varía en función de la razón de diámetros (d_s/d_l).

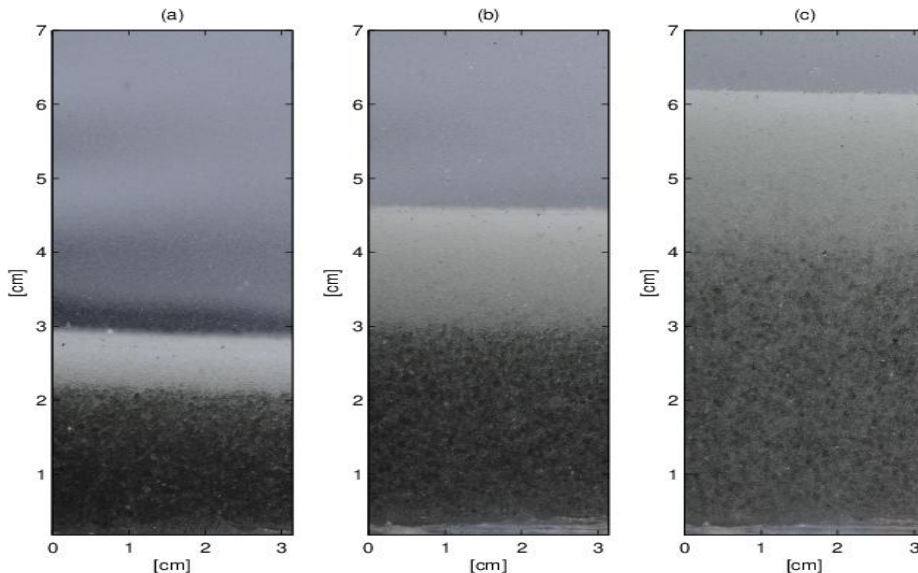


Figura 4.- Patrón final de la sedimentación: (a) $\phi_s = 0.05$, $\phi_l = 0.1$, $d_s = 456 \mu\text{m}$ y $d_l = 927 \mu\text{m}$. (b) $\phi_s = 0.15$, $\phi_l = 0.1$, $d_s = 456 \mu\text{m}$ y $d_l = 927 \mu\text{m}$. (c) $\phi_s = 0.25$, $\phi_l = 0.1$, $d_s = 456 \mu\text{m}$ y $d_l = 927 \mu\text{m}$.

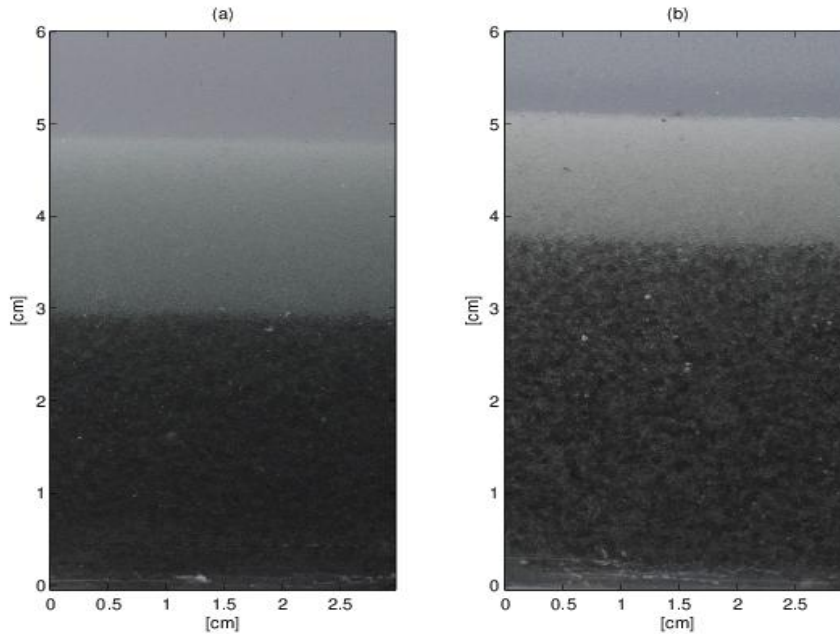


Figura 5.- Patrón final de la sedimentación: (a) $\phi_s=0.15$, $\phi_l=0.15$, $d_s=250 \mu\text{m}$ y $d_l=927 \mu\text{m}$.
 (b) $\phi_s=0.15$, $\phi_l=0.15$, $d_s=456 \mu\text{m}$ y $d_l=927 \mu\text{m}$.

5. DISCUSIÓN

Al incrementar la cantidad de partículas, la mezcla aumenta su viscosidad según se deduce de la ecuación 4. Este incremento en la viscosidad hace que la velocidad de sedimentación de las partículas decaiga, logrando de este modo que haya más interacción entre las partículas de diferentes tamaños, provocando que las partículas mayores arrastren a las menores (Figura 4). El efecto combinado de la concentración y el contraste de tamaño de partículas ocasiona además el atrapamiento intermedio de las partículas pequeñas entre las más grandes (Figura 5). Producto de esto se tiene una concentración final de partículas grandes en la capa del fondo, dada por:

$$\phi_1' = \frac{\phi_l^0 H_0}{h}, \quad (5)$$

donde h y H_0 ya fueron definidas y ϕ_l^0 es la concentración inicial de partículas grandes, que depende de las concentraciones de las fracciones y sus tamaños.

El proceso de sedimentación de una mezcla bi-dispersa está dividido principalmente por dos zonas. Dichas zonas presentan diferentes interacciones entre partículas, que conlleva diferentes velocidades de sedimentación. La primera zona es la zona 1 (Figura 1b), en la que se tiene una suspensión homogénea de partículas pequeñas en el fluido. Considerando efectos de interacción partícula-partícula y juntando las ecuaciones 1 y 2, la velocidad de las partículas en la primera zona está dada por:

$$v_{z1} = \frac{g d_s^2 (\rho_g - \rho)}{18 \mu} \cdot (1 - \phi_s^0)^n \quad (6)$$

donde d_s es el diámetro de las partículas pequeñas, ρ_g la densidad de las partículas y ϕ_s^0 la concentración inicial de partículas pequeñas. La segunda zona queda descrita en la Figura 1b y corresponde a la zona 2, en la que se tiene una suspensión de partículas grandes y pequeñas en el fluido. Producto que la mayor cantidad de partículas corresponden a las grandes, es que se considera que estas se mueven en una mezcla compuesta por partículas pequeñas y el líquido viscoso (glicerina). Al suponer esto, la densidad y viscosidad del fluido quedan en función de la concentración de partículas pequeñas. Al usar las ecuaciones 3 y 4, la velocidad de las partículas de la zona 2, puede ser expresada de manera aproximada como:

$$v_{z2} = \frac{g d_l^2 (\rho_g - \rho_m)}{18 \mu_m} \cdot (1 - \phi_l^0)^n \quad (7)$$

donde d_l es el diámetro de las partículas grandes. Con esto se construye un parámetro adimensional correspondiente a la la razón entre las velocidades (v_{z1} y v_{z2}):

$$\frac{v_{z1}}{v_{z2}} = \left(1 - \frac{\phi_s^0}{\phi_m}\right)^\beta \cdot \left(\frac{d_s}{d_l}\right)^2 \cdot \frac{\rho_g - \rho}{\rho_g - \rho_m} \cdot \left(\frac{1 - \phi_s^0}{1 - \phi_l^0}\right)^n \quad (8)$$

Se puede ver que esta relación tentativa se puede descomponer en los siguientes parámetros adimensionales:

$$\pi_1 = \left(1 - \frac{\phi_s^0}{\phi_m}\right) \quad (9)$$

$$\pi_2 = \frac{d_s}{d_l} \quad (10)$$

$$\pi_3 = \frac{\rho_g - \rho}{\rho_g - \rho_m} \quad (11)$$

$$\pi_4 = \frac{\phi_s^0}{\phi_l^0} \quad (12)$$

Se propone que ϕ_1' puede escribirse como un monomio en función de los números adimensionales antes mencionados:

$$\phi_1' = A_0 \cdot \pi_1^a \cdot \pi_2^b \cdot \pi_3^c \cdot \pi_4^d \quad (13)$$

Observando los experimentos y complementándolo con los trabajos de Stovall and Larrard (1986) y Grondret and Petit (1997), se puede apreciar que la razón entre los diámetros (π_2) toma mayor preponderancia a media que se aumenta la concentración de las más pequeñas. Por esta razón es que se propone modificar el exponente de π_2 como una función creciente de ϕ_s^0 , expresando la ecuación 13 de la siguiente forma:

$$\phi_1' = A_0 \cdot \pi_1^a \cdot \pi_2^b \phi_s^0 \cdot \pi_3^c \cdot \pi_4^d \quad (14)$$

donde el coeficiente A_0 y los exponentes a, b, c y d son parámetros de ajuste. Usando el algoritmo Levenberg-Marquardt se obtienen los siguientes valores para los parámetros, $A_0 = 0.68$, $a = 1.31$, $b = -2.53$, $c = -2.89$ y $d = 0.11$. En la figura 6 se puede ver el gráfico para el mejor ajuste de los datos experimentales.

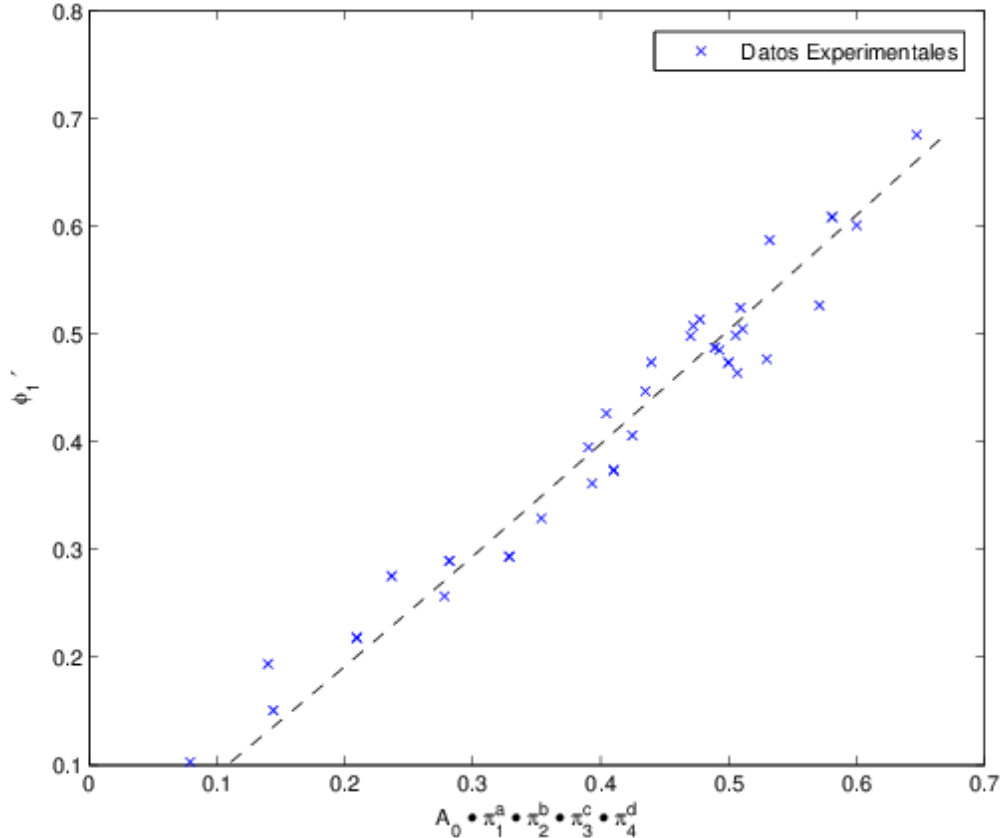


Figura 6.- Ajuste de la ecuación 14.

Usando las ecuaciones 5 y 14, se obtiene una relación entre el espesor de la última capa (h), la razón de diámetros y las concentraciones iniciales de las partículas.

$$h = 0.68 \cdot H_0 \cdot \phi_l^0 \cdot \left(1 - \frac{\phi_s^0}{\phi_m}\right)^{-1.31} \cdot \left(\frac{d_s}{d_l}\right)^{2.53 \cdot \phi_s^0} \cdot \left(\frac{\rho_g - \rho}{\rho_g - [(1 - \phi_s^0)\rho + \phi_s^0 \rho_g]}\right)^{2.89} \cdot \left(\frac{\phi_s^0}{\phi_l^0}\right)^{-0.11} \quad (15)$$

Es importante tener en cuenta que la ecuación 15 es válida para razones de diámetros (d_s/d_l) mayores a $2/\sqrt{3} - 1 \approx 0.155$, correspondientes a la razón de Apolonio, puesto que razones menores a estos, se produce percolación de las partículas finas en la matriz de gruesas, lo que tiene otra implicancia en la composición del estrato final.

De la ecuación 15, se obtiene que es posible relacionar la altura de estrato final compuesto por las partículas más grandes, con los diámetros y concentraciones de ambas partículas. Este conocimiento entrega una idea de la implicancia de la presencia de un sustrato de partículas finas en una mezcla con partículas mucho más grandes.

6. CONCLUSIONES

El presente estudio ha demostrado la importancia del estudio del efecto de la distribución de partículas en la organización del material sólido sedimentado. Si bien parte del comportamiento se puede inferir de los procesos de sedimentación de fases individualmente, las características del flujo de la mezcla dependen fuertemente de la interacción entre partículas de tamaños disímiles, eventualmente a altas concentraciones de cada uno de los tamaños. En particular, el estado final de la capa compuesta por las partículas grandes tiende a crecer a medida que se aumenta las concentraciones y diámetros de las partículas más pequeñas. Predecir o tener una idea del espesor de la capa de partículas más grandes es de utilidad a la hora de resuspender la totalidad de la capa sedimentada, puesto que es más difícil resuspender una capa compuesta por partículas gruesas que uno compuesta por partículas gruesas y finas. Por lo tanto, en este tipo de sistemas es importante conocer el comportamiento de sedimentación de mezclas con distribuciones de tamaños reales, y también con formas no esféricas. Esto forma parte de una etapa siguiente del presente proyecto de investigación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores esta gratamente agradecidos del soporte técnico provisto por el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, como también de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, CONICYT, a través de sus proyectos Fondecyt No. 11110201 y 1130910.

REFERENCIAS

BATCHELOR, G. K., Sedimentation in a Dilute Polydisperse System of Interacting Spheres. Part 1. General Theory, *J. Fluid Mech.*, 119, 379 (1982).

DAVIS, R. H. & ACRIVOS, A. Sedimentation of noncoloidal particles at low Reynolds numbers. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 17, 91–118, 1985.

KRIEGER I. M. & DOUGHERTY T. J., A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *T. Soc. Rheol.* 3, 137–152. 1959.

LOCKETT M. J. & AL-HABBOOBY H. M., Differential settling by size of two-particle species in a liquid, *Trans. Inst. Chem. Eng.* 51 281 – 292 (1973).

GONDRET P. & PETIT L. Dynamic viscosity of macroscopic suspensions of bimodal sized solid spheres. *J. Rheol.* 41(6), 1261-1274, 1997.

PHILLIPS R.J., ARMSTRONG R.C., BROWN R.A., GRAHAM A.L., AND J.R. ABBOT J.R. A Constitutive Equation for Concentrated Suspensions that Accounts for Shear-induced Particle Migration. *Phys. Fluids A*, vol. 4, pp. 30–40, 1992.

RICHARDSON, J. F. & ZAKI, W. N. Sedimentation and fluidisation; part 1. *Trans. Inst. Chem. Eng.* v. 32, p. 35-53, 1954.

SELIM M. S., KOTHARI A. C., TURIAN R. M., Sedimentation of binary suspensions, *AIChE Symp. Ser., Fluidization and Fluid Particle Systems*, 79, 103-9(1983a).

SELIM M. S., KOTHARI A. C., TURIAN R. M., Sedimentation of multisized particles in concentrated suspensions, *AIChE J.* 29 1029-38 (1983b).

STOVALL T., DE LARRARD T., BUIL M., Linear packing density model of gain mixture. *Power Technol.* 48. 1-12 (1986).

STOKES, G. G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Phil. Soc.* 9:8-149. (Reprinted, 1966, in *Mathematical and Physical Papers* by G. G. Stokes. Vol. 3: 1-141. New York: Johnson Reprint Corp.). 1851.

TORY, E. M., M. T. KAMEL, AND C. F. CHAN MAN FONG, Sedimentation is Container-Size Dependent, *Powder Techn.*, 73, 219 (1992).