

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

XVIII CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA

**MODELACION DE LA RELACION PRECIPITACION-ESCORRENTIA USANDO
SISTEMAS DE INFERENCIA DIFUSA**

ALEXANDRA JACQUIN S.¹

RESUMEN

Este trabajo presenta una aplicación sistemas de inferencia difusa en la modelación de la relación precipitación-escorrentía de una cuenca. Los modelos presentados tienen una estructura de caja negra, en cuanto a que aproximan la relación entre precipitaciones y caudales desde un punto de vista meramente funcional, sin intentar una descripción de los procesos internos que permiten esta transformación. Los modelos mostrados tienen por misión incorporar los principales efectos no lineales que afectan la relación entre precipitaciones y caudales. Los resultados del estudio indican que las estimaciones de caudal se ajustan razonablemente a las observaciones, lo que sugiere que los modelos propuestos son una alternativa viable para la estimación de hidrogramas.

¹Investigadora, Departamento de Obras Civiles, Universidad Técnica Federico Santa María - mail: alexandra.jacquin@usm.cl

1. INTRODUCCION

La administración de los recursos hídricos de una cuenca normalmente requiere la estimación de hidrogramas de descarga en varios puntos de la red de drenaje. Estas estimaciones se obtienen mediante la aplicación de modelos de precipitación-escorrentía, los que intentan simular los procesos hidrológicos que transforman la precipitación en caudal usando una serie de aproximaciones y abstracciones de la realidad. En particular, en un modelo de tipo caja negra la cuenca es vista como un sistema dinámico que convierte la precipitación en caudal mediante una ley de operación propia; sin intentar hacer una descripción de los procesos hidrológicos que llevan a esta transformación, el modelo de tipo caja negra pretende aproximar la relación precipitación-escorrentía empíricamente observada.

Este estudio presenta una aplicación de sistemas de inferencia difusa, conocidos como fuzzy inference systems (FIS), en la modelación de la relación precipitación-escorrentía. Los FIS son modelos no lineales de tipo caja negra que describen la relación entre las variables de entrada y la salida de un sistema mediante una serie de reglas difusas (o vagamente definidas). Los métodos de inferencia de la lógica difusa (Zadeh, 1975) son usados tanto para obtener la respuesta de cada regla difusa ante un vector variables de entrada, como para determinar la respuesta global del modelo.

Las áreas de la hidrología en las que se han aplicado FIS incluyen la modelación de la interdependencia entre la circulación global y la precipitación (Galambosi et al. 1998; Pongracz et al. 2001), y el estudio de flujos subterráneo (Bárdossy et al., 1995; Dou et al., 1999), entre otras. Estudios más recientes han empleado FIS en diversos aspectos del pronóstico de caudales, incluyendo el desarrollo de métodos de combinación de respuestas (Xiong et al., 2001; Santander y Vargas, 2003), modelos de ruteo de crecidas (Chang et al., 2001; Bazartseren et al., 2003; Nayak et al., 2005) y modelos precipitación-escorrentía. Generalmente, los modelos precipitación-escorrentía construidos usando FIS tienen una estructura adecuada para operación en tiempo real (Gautam and Holz, 2001; Chang and Chen, 2001; Vernieuwe et al., 2005), pues suelen usar observaciones recientes de caudal como parte de sus variables de entrada.

Los modelos presentados en este estudio intentan aproximar la relación precipitación-escorrentía en cuencas pluviales usando FIS del tipo Takagi-Sugeno-Kang (Takagi and Sugeno, 1985; Sugeno and Kang, 1988). Los modelos FIS de tipo Takagi-Sugeno-Kang (TSK) tienen la importante ventaja de no requerir de cálculos demasiado complejos para funcionar y ser relativamente fáciles calibrar (ver, por ejemplo, Vernieuwe et al., 2005). Dado que los modelos aquí presentados pretenden establecer una relación empírica entre precipitación y caudal sin recurrir a datos recientes de caudal, éstos son adecuados para operación en modo de simulación.

2. SISTEMAS DE INFERENCIA DIFUSA DE TIPO TSK

Las características fundamentales de los modelos FIS de tipo TSK son descritas en esta sección, pero más detalles acerca de su funcionamiento y métodos de calibración pueden encontrarse en los trabajos de Xiong et al., (2001), Santander y Vargas (2003) o Vernieuwe et al., (2005), por ejemplo. Para empezar, una regla difusa es una expresión de tipo SI...ENTONCES, usada para

describir vagamente una relación entre las variables de entrada $X = (X_1, X_2, \dots, X_K)$ y la salida Z de un sistema real. En el caso de un FIS de tipo TSK, la m -ésima regla difusa tiene la forma

$$\text{SI}(X_1 \text{ is } A_{1,m}) \text{Y}(X_2 \text{ is } A_{2,m}) \text{Y} \dots \text{Y}(X_K \text{ is } A_{K,m}) \text{ENTONCES } Z = f_m(X_1, X_2, \dots, X_K) \quad (1)$$

Cada término $A_{k,m}$ en la ecuación (1) representan un conjuntos difuso (Zadeh, 1965), es decir una categoría para la que la membresía se define en términos de grados de pertenencia, en lugar de en forma binaria. La serie de conjuntos difusos $A_{k,1}, A_{k,2}, \dots, A_{k,M}$, donde M es el número total de reglas difusas en el FIS, permite dividir el rango de la variable de entrada X_k en intervalos con fronteras vagamente definidas (difusas) y que se traslapan. De esta forma, la parte de la izquierda de la ecuación (1), llamada antecedente, describe una región del dominio de $X = (X_1, X_2, \dots, X_K)$ cuyas fronteras también son difusas y que corresponde al producto cartesiano (conectivo Y) de los conjuntos $A_{1,m}, A_{2,m}, \dots, A_{K,m}$.

La parte de la derecha de la ecuación (1), llamada consecuente, representa la respuesta de la regla. Las funciones f_m corresponden a una funciones explícitas de $X = (X_1, X_2, \dots, X_K)$, usualmente polinomios de primer orden

$$f_m(X_1, X_2, \dots, X_K) = b_{0,m} + b_{1,m}X_1 + b_{2,m}X_2, \dots, b_{K,m}X_K \quad (2)$$

donde $b_{0,m}, b_{1,m}, \dots, b_{K,m}$ son parámetros del modelo. La respuesta global del FIS z ante un vector de entrada $X = x = (x_1, x_2, \dots, x_K)$ se obtiene mediante la combinación de las respuestas de las reglas individuales. Analíticamente, esto puede escribirse como

$$z = \frac{\sum_{m=1}^M \text{DOF}_m(x_1, x_2, \dots, x_K) \cdot f_m(x_1, x_2, \dots, x_K)}{\sum_{i=1}^m \text{DOF}_m(x_1, x_2, \dots, x_K)} \quad (3)$$

Los grados de activación DOF_m en la ecuación (3) son coeficientes que determinan la contribución relativa de cada regla en la respuesta global del FIS. Cada coeficiente DOF_m evalúa la compatibilidad del vector $X = x = (x_1, x_2, \dots, x_K)$ con la región del dominio de $X = (X_1, X_2, \dots, X_K)$ descrita por el antecedente de la regla m . En otras palabras, los coeficientes DOF_m representan el grado de pertenencia del vector $X = x = (x_1, x_2, \dots, x_K)$ a esta región del dominio. Si se usan conjuntos difusos de tipo Gaussiano para construir los conjuntos $A_{k,m}$ y el conectivo Y es modelado con el operador producto algebraico (ver, por ejemplo, Xiong et al., 2001), los coeficientes DOF_m resultan

$$DOF_m(x) = \exp \left[- \left(\frac{(x_1 - c_{1,m})^2}{2s_{1,m}^2} + \frac{(x_2 - c_{2,m})^2}{2s_{2,m}^2} + \dots + \frac{(x_K - c_{K,m})^2}{2s_{K,m}^2} \right) \right] \quad (4)$$

donde los valores $c_{k,m}$ y $s_{k,m}$ son parámetros del modelo.

3. MODELOS PROPUESTOS

El modelo lineal de Nash y Foley (1982), conocido como Simple Linear Model (SLM), es un modelo de tipo caja negra orientado principalmente a cuencas pluviales. Este modelo postula que la relación entre la precipitación (lluvia) media en la cuenca P y el caudal en la sección de salida Q es lineal e invariante en el tiempo. Concretamente, las estimaciones de caudal de este modelo están dadas por la suma de convolución

$$Q_i = G^a \cdot \sum_{j=1}^L P_{i-j+1} \cdot h_j \quad (5)$$

donde L es la memoria de la cuenca, G^a es el factor de ganancia (análogo a un coeficiente de escorrentía) y h_j es la j-ésima ordenada de la función discreta de respuesta a pulsos, tal que la suma de todos los h_j es uno.

Según Kachroo (1992), el hecho que el comportamiento de las cuencas como sistemas dinámicos que transforman lluvia en escorrentía difiera de lo prescrito por el modelo lineal invariante (5) se debe fundamentalmente a dos fenómenos: i) no linealidades intrínsecas en la relación precipitación-escorrentía, asociadas a variaciones en la respuesta de la cuenca a la precipitación debido a cambios en su contenido de humedad; ii) estacionalidad en la relación precipitación-escorrentía, es decir, una no linealidad aparente debida a que la respuesta de la cuenca ante la precipitación experimenta cambios a lo largo del año. Los modelos FIS tipo TSK presentados en este estudio pretenden incorporar una o ambas fuentes de no linealidad en la modelación de la relación precipitación-escorrentía.

3.1. MODELO TSK1

El modelo TSK1 (Jacquin y Shamseldin, 2006) intenta incorporar el efecto de cambios en la humedad del suelo. La salida de un SLM auxiliar (ecuación 5) es usada como índice de precipitación anterior RI , el que intenta representar las condiciones de humedad prevalecientes al momento de realizar la estimación de caudal; este índice de precipitación constituye la única variable de entrada del modelo.

Las reglas difusas de TSK1 tienen la estructura general

$$SI(RI^n \text{ is } A_m) \text{ ENTONCES } (Q^n = b_{0,m} + b_{1,m} \cdot RI^n) \quad (6)$$

donde RI^n y Q^n representan los valores actuales de RI y Q , normalizados respecto a los máximos encontrados durante el período de calibración. Dado que el grado de activación de cada regla está determinado por el índice RI , cada consecuente del modelo TSK1 puede ser interpretado como un modelo local de la relación precipitación-escorrentía, válido para un cierto rango de humedad de la cuenca. Aunque estos modelos locales son lineales, la relación global entre las precipitaciones y el caudal resulta no lineal, gracias a la interacción entre las respuestas de las reglas difusas individuales (ecuación 3).

3.2. MODELO TSK2

El modelo TSK2 (Jacquin y Shamseldin, 2006) considera una relación precipitación-escorrentía que varía durante el año, incorporando los efectos estacionales que pudieran afectar los mecanismos de transformación de la precipitación en caudal. Con este objeto, el modelo 2 usa el día del año normalizado (t^n) como única variable de entrada a los antecedentes de las reglas difusas.

De esta forma, las reglas difusas de TSK2 toman la forma

$$SI(t^n \text{ is } B_m) \text{ ENTONCES } (Q^n = b_{0,m} + b_{1,m} \cdot RI^n) \quad (7)$$

Como el grado de activación de cada regla está determinado por el día del año en que se realiza la estimación, cada consecuente del modelo 2 tiene el sentido de un modelo de la relación precipitación-escorrentía que es válido para un cierto período del año, vagamente definido por el conjunto difuso B_m .

3.3. Modelo TSK3

El modelo TSK3 corresponde a una fusión de los modelos TSK1 y TSK2, que pretende incorporar simultáneamente los efectos de cambios en la humedad del suelo y variaciones estacionales de la relación precipitación-escorrentía. Usando el índice de precipitación normalizado RI^n y el día del año normalizado t^n como variables de entrada a los antecedentes, las reglas del modelo 3 resultan

$$SI(RI^n \text{ is } A_m) \text{ Y } (t^n \text{ is } B_m) \text{ ENTONCES } (Q^n = b_{0,m} + b_{1,m} \cdot RI^n) \quad (8)$$

4. CUENCAS Y DATOS DE ESTUDIO

Las tres cuencas de estudio, Sunkosi-1, Yanbian y Shiquan-3, están ubicadas en Asia. Yanbian y Shiquan-3 son cuencas meramente pluviales, mientras que en Sunkosi-1 existe un muy modesto aporte de derretimiento de nieves. Los datos usados en este estudio consisten en series de precipitación media diaria y caudal medio diario en la sección de salida de la cuenca (expresado en altura equivalente de agua sobre la cuenca), provenientes de la base de datos disponible en el

Department of Engineering Hydrology, National University of Ireland, en Galway. En los tres casos, los datos se dividieron en dos períodos excluyentes; los primeros seis años de datos fueron usados para calibrar los modelos, mientras que los restantes dos años de información fueron reservados para verificar el ajuste del modelo a datos fuera del período de calibración.

La tabla 1 muestra el país en que se ubica cada cuenca y su tamaño. Además, la tabla 1 indica el tipo de no linealidad que domina la relación precipitación-escorrentía, es decir, no linealidad intrínseca (NLI) debido a cambios en la humedad del suelo o estacionalidad (E), según se ha observado en estudios anteriores (Shamseldin and O'Connor, 1996; Jacquin y Shamseldin, 2006). En el caso de Sunkosi-1 y Yanbian, la estacionalidad en la relación precipitación-escorrentía se debe fundamentalmente a variaciones de carácter estacional en la humedad de la cuenca, producto de la marcada estacionalidad de la precipitación. Por el contrario, la relación precipitación-escorrentía de Shiquan-3 no parece estar afectada por variaciones estacionales; en cambio, la respuesta de esta cuenca a la precipitación se ve bastante afectada por la historia más reciente de precipitación, a través de cambios en la humedad del suelo.

5. RESULTADOS

5.1. CRITERIOS DE EVALUACION DE DESEMPEÑO

Para empezar, la bondad de ajuste de los modelos es evaluada en términos del criterio de eficiencia R^2 de Nash y Sutcliffe (1970), calculado según

$$R^2 = \frac{MSE_0 - MSE}{MSE_0} \quad (9)$$

El término MSE_0 en la ecuación (9) corresponde al promedio de las desviaciones cuadráticas entre los caudales observados y el caudal promedio (observado) del período de calibración; el error cuadrático medio MSE corresponde a la desviación cuadrática promedio entre las estimaciones del modelo y los caudales observados. Según notaran Garrick et al., (1978), el coeficiente de eficiencia puede interpretarse como la comparación entre la bondad de ajuste del modelo que está siendo evaluado y la bondad del ajuste de un modelo muy simplista cuyas estimaciones de caudal son constantes e iguales al caudal promedio del período de calibración. El coeficiente de eficiencia alcanzaría un valor máximo posible igual a uno, si existiera un ajuste perfecto entre las estimaciones del modelo y las observaciones.

Además del criterio de eficiencia, el desempeño de los modelos es evaluado mediante el índice de desviación en volúmenes (IVF), dado por

$$IVF = \frac{\sum Q_j^*}{\sum Q_j} \quad (10)$$

en que Q_j^* y Q_j representan la estimación y la observación de caudal, respectivamente, en el tiempo j . La estimación de los volúmenes de escorrentía mejora a medida que el valor de IVF se acerca a uno.

5.2. DISCUSION DE RESULTADOS

Esta sección discute los resultados de la aplicación de los modelos TSK1, TSK2 y TSK3 a las cuencas de estudio. Se adoptó un número fijo de tres reglas difusas en todos los modelos, pues experimentos preliminares indicaron que aumentar el número de reglas sobre este número no permitía mejorar significativamente la calidad del ajuste. La tabla 2 muestra los valores del coeficiente de eficiencia de los modelos FIS, además de los obtenidos por el simplista SLM. Los valores correspondientes de MSE_0 y MSE se incluyen a modo de referencia. La tabla 3 muestra los valores de IVF de los modelos FIS.

En primer lugar, los resultados mostrados en la tabla 2 indican que, durante el período de calibración, el desempeño del SLM es peor que el de los modelos FIS en todos los casos. Durante el período de verificación, la eficiencia del SLM es inferior (o al menos muy similar, en el caso de Yanbian) a la eficiencia del modelo TSK1; esto sugiere que TSK1 efectivamente puede mejorar los pronósticos de caudal del SLM, al incorporar efectos no lineales asociados a cambios en la humedad de la cuenca. De forma similar, la tabla 2 muestra que en el caso de Sunkosi-1 y Yanbian (cuencas con relaciones precipitación-escorrentía marcadamente estacionales) la eficiencia durante el período de verificación mejora notablemente al cambiar el modelo SLM por el modelo estacional TSK2. Sin embargo, los valores de eficiencia correspondientes a Shiquan-3 (no afectada por fenómenos estacionales) son peores si SLM es reemplazado por TSK2 durante el período de verificación. Finalmente, los valores de eficiencia de TSK3, modelo que pretende incorporar simultáneamente efectos no lineales debidos a cambios en la humedad y fenómenos estacionales, resultan mejores que los valores de eficiencia de SLM durante el período de verificación en todas las cuencas. Este resultado sugiere que TSK3 efectivamente puede adaptarse al tipo de no linealidad dominante, mejorando las estimaciones de caudal de SLM.

Además, la comparación de los valores de eficiencia de TSK1 y TSK2 sugieren que explotar la información estacional contenida en los datos, al usar el día del año como dato de entrada al modelo TSK2, permite mejorar las estimaciones de caudal que se obtienen con TSK1 en el caso de las cuencas estacionales (Sunkosi-1 y Yanbian). Sin embargo, tal mejoría no se observa en el caso de Shiquan-3, por no estar no afectada por fenómenos estacionales. Como podía esperarse, los resultados de la tabla 2 muestran que los valores de eficiencia de TSK3 son siempre mayores que los de TSK1 y TSK2 durante el período de calibración. Durante el período de verificación, TSK3 obtiene eficiencias mayores que (o al menos cercanas a) las eficiencias de TSK1 y TSK2 en Sunkosi-1 y Shiquan-3; en el caso de Yanbian, TSK3 tiene claramente un peor ajuste que TSK2 durante el período de verificación.

Los valores de IVF mostrados en la tabla 3 son próximos a uno, indicando que los modelos FIS pueden proveer buenas estimaciones de los volúmenes de escorrentía. Esto es especialmente cierto durante el período de calibración, cuando los valores de IVF de los todos los modelos son muy cercanos a la unidad. Durante el período de verificación, los valores de IVF no superan un 36% de error en la estimación de volúmenes (caso de TSK2 en Shiquan-3).

Tabla 1. Cuencas hidrográficas consideradas en este estudio.

Cuenca	País	Area [Km ²]	No linealidad dominante
Sunkosi-1	Nepal	18000	E
Yanbian	China central	2350	E
Shiquan-3	China central	3092	NLI

Tabla 2. Coeficientes de eficiencia de los modelos presentados en el estudio.

Cuenca	Modelo	Calibración			Verificación		
		MSE ₀ [mm ²]	MSE [mm ²]	R ²	MSE ₀ [mm ²]	MSE [mm ²]	R ²
Sunkosi-1	SLM*	17,909	3,155	0,8238	23,351	4,243	0,8183
	TSK1*		2,728	0,8477		3,629	0,8446
	TSK2*		1,682	0,9061		2,463	0,8945
	TSK3		1,657	0,9075		2,583	0,8894
Yanbian	SLM*	12,161	3,577	0,7059	12,229	3,453	0,7176
	TSK1*		3,150	0,7410		3,496	0,7141
	TSK2*		2,150	0,8232		2,259	0,8153
	TSK3		1,765	0,8549		2,855	0,7666
Shiquan-3	SLM*	8,697	2,523	0,7099	8,245	4,033	0,5109
	TSK1*		1,477	0,8302		2,877	0,6510
	TSK2*		1,552	0,8215		4,633	0,4380
	TSK3		1,062	0,8778		2,730	0,6689

*Valores originalmente publicados en el artículo de Jacquin y Shamseldin (2006).

Tabla 3. Valores de IVF de los modelos presentados en el estudio.

Cuenca	Modelo	IVF	
		Calibración	Verificación
Sunkosi-1	TSK1	1,000	0,802
	TSK2	1,000	0,829
	TSK3	1,000	0,822
Yanbian	TSK1	1,000	1,001
	TSK2	1,023	0,934
	TSK3	1,000	0,918
Shiquan-3	TSK1	1,000	1,292
	TSK2	1,100	1,357
	TSK3	1,000	1,216

6. CONCLUSIONES

Este estudio presentó tres modelos de precipitación-escorrentía, construidos usando sistemas de inferencia difusa de tipo TSK. El primero de estos modelos (TSK1) pretende incorporar no linealidades intrínsecas en la relación precipitación-escorrentía, producto de variaciones en el contenido de humedad de la cuenca. El segundo modelo (TSK2) tiene por misión modelar la variación de la relación precipitación-escorrentía en forma estacional a lo largo del año.

Finalmente, el tercer modelo (TSK3) corresponde a un intento de incorporar ambos efectos simultáneamente.

Los resultados del estudio indican que los modelos FIS cumplen el propósito para el que fueron construidos, al menos al ser aplicados a las cuencas de estudio, en el sentido de ser capaces de extraer la información en los datos acerca de no linealidades intrínsecas o estacionalidades en la respuesta de la cuenca a la precipitación. En particular, resulta interesante destacar que el modelo TSK3 fue efectivamente capaz de detectar y adaptarse al tipo de no linealidad dominante en las cuencas de estudio, cualidad que podría ser útil en el caso de cuencas en las que existe escasa información hidrológica. Finalmente, los resultados del estudio también sugieren que la estimación de volúmenes de escorrentía por parte de los modelos FIS es satisfactoria.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Prof. Kieran M. O'Connor de la National University of Ireland, Galway, por proveer los datos hidrológicos usados en este estudio.

REFERENCIAS

Bardossy, A., Bronstert, A. y Merz, B. 1995. 1-, 2- and 3-dimensional modelling of water movement in the unsaturated soil matrix using a fuzzy approach. *Advances in Water Resources*, 18(4), 237-251.

Bazartseren, B., Hildebrandt, G., Holz y K.-P. 2003. Short-term waterlevel prediction using neural networks and neuro-fuzzy approach. *Neurocomputing*, 55, 439-450.

Chang, F.-J y Chen, Y.-C. 2001. A counterpropagation fuzzy-neural modelling approach to real time streamflow prediction. *Journal of Hydrology*, 245, 153-164.

Chang, F.-J., Hu, H.-F. y Chen, Y.-C. 2001. Counterpropagation fuzzy-neural network for streamflow reconstruction. *Hydrological Processes*, 15, 219-232.

Dou, X. Wouldt, W. y Bogardi, I. 1999. Fuzzy rule-based approach to describe solute transport in the unsaturated zone. *Journal of Hydrology*, 220, 74-85.

Galambosi, A., Duckstein L., Ozelkan E.C. y Bogardi, I. 1998. A fuzzy rule-based model to link circulation patterns, ENSO and extreme precipitation. En: Haimes, Y.Y., Moser, D.A. y Stakhiv, E.Z. (eds.), *Risk-based decision making in water resources VIII*, 83-103, ASCE Press, New York.

Garrick, M., Cunnane, C. y Nash, J.E. 1978. A criterion of efficiency for rainfall-runoff models. *Journal of Hydrology*, 36, 375-381.

Gautam, D.K. y Holz, K.P. 2001. Rainfall-runoff modelling using adaptive neuro-fuzzy systems. *Journal of Hydroinformatics*, 3, 3-10.

- Jacquin, A.P. y Shamseldin, A.Y. 2006. Development of rainfall-runoff models using Takagi-Sugeno-Kang fuzzy inference systems. *Journal of Hydrology*, 329, 154-173.
- Kachroo, R.K. 1992. River flow forecasting, Part 1, A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 133, 1-15.
- Nash, J.E. y Foley, J.J. 1982. Linear models of rainfall-runoff systems. En: Singh, V.P. (ed.), *Rainfall-runoff relationships, Proceedings of the International Symposium on Rainfall-Runoff Modeling*, May 1981, Mississippi State University, 51-66, USA, Water Resources Publications.
- Nash, J.E. y Sutcliffe, J.V. 1970. River flow forecasting through conceptual models, Part I-A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10, 282-290.
- Nayak, P.C., Sudheer, K.P. y Ramasastri, K.S. 2005. Fuzzy computing based rainfall-runoff model for real time flood forecasting. *Hydrological Processes*, 19, 955-968.
- Pongracz, R., Bartholy, J. y Bogardi, I. 2001. Fuzzy rule-based prediction of monthly precipitation. *Physics and Chemistry of the Earth Part B-Hydrology Oceans and Atmosphere*, 26(9), 663-667.
- Santander, A. y Vargas, X. 2003. Uso de algoritmo genético para calibrar un modelo de lógica difusa de pronóstico de caudales en tiempo real. En: XVI Congreso Chileno de Ingeniería Hidráulica, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, 13 y 14 de noviembre de 2003.
- Shamseldin, A.Y y O'Connor, K.M. 1996. A nearest neighbour linear perturbation model for river flow forecasting. *Journal of Hydrology*, 179, 353-375.
- Sugeno, M. y Kang, G.T. 1988. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy Sets and Systems*, 28, 15-33.
- Takagi, T. y Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-15(1), 116-132.
- Vernieuwe, H., Georgieva, O., De Baets, B., Pauwels, V.R.N., Verhoest, N.E.C. y De Troch, F.P. 2005. Comparison of data-driven Takagi-Sugeno models of rainfall-discharge dynamics. *Journal of Hydrology*, 302, 173-186.
- Xiong, L., Shamseldin, A.Y. y O'Connor, K.M. 2001. A non-linear combination of the forecasts of rainfall-runoff models by the first-order Takagi-Sugeno system. *Journal of Hydrology*, 245, 196-217.
- Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8(3), 338-353.
- Zadeh, L.A. 1975. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning I, II and III. *Information Sciences*, 8, 199-249, 8, 301-357 y 9, 43-80.