

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA  
XVI CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

## **USO DEL METODO DE LA CURVA NUMERO EN CUENCAS HETEROGENEAS**

LUDWIG STOWHAS B.

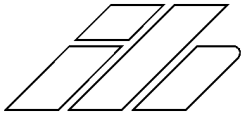
Departamento de Obras Civiles, Universidad Técnica Federico Santa María,  
Valparaíso. E-mail: [lstowhas@ociv.utfsm.cl](mailto:lstowhas@ociv.utfsm.cl)

### **RESUMEN**

Se demuestra, en base a un desarrollo teórico, que la adopción habitual de valores promedios constantes para la aplicación del Método de la Curva Número en cuencas heterogéneas, no refleja adecuadamente el comportamiento real de éstas. La Curva Número "equivalente" de una cuenca heterogénea varía en función de la magnitud de la precipitación, alcanzando los valores máximos de la Curva Número para precipitaciones bajas, tendiendo a valores inferiores al valor promedio para precipitaciones de gran magnitud. El efecto es especialmente importante para precipitaciones de diseño de bajo período de retorno y en zonas áridas o ante condiciones antecedentes de humedad secas.

### **ABSTRACT**

The procedure of adopting an average constant value of the Curve Number for its application to heterogeneous watersheds, does not reflect the real behaviour of natural heterogeneous basins. It is theoretically demonstrated that the "equivalent" Curve Number of a heterogeneous watershed varies in function of the magnitude of the precipitation. It reaches its maximum values for low precipitation magnitudes, tending to values lower than the average, for large precipitation magnitudes. This effect is particularly important in the application of the Curve Number method in arid zones or under dry antecedent moisture conditions.



## USO DEL METODO DE LA CURVA NUMERO EN CUENCAS HETEROGENEAS.

### 1.- Introducción.

El procedimiento denominado como Método de la Curva Número, propuesto por el SCS de los EE.UU., (1), para estimar el volumen de escorrentía directa o precipitación efectiva de una tormenta, ha tenido una creciente aplicación en Chile. El método consiste en asignarle a la cuenca un adecuado valor del parámetro "CN, Número de Curva", parámetro variable entre los valores 0 y 100, dependiente de la geología, cobertura vegetal y uso de los suelos de la cuenca. El valor máximo, CN=100 corresponde a una cuenca absolutamente impermeable, sin ningún tipo de abstracción, y el valor mínimo, CN=0 corresponde a una cuenca que es capaz de infiltrar o retener toda la precipitación que caiga sobre ella, cualquiera que sea su magnitud. El valor de la Curva Número dependería además de las condiciones iniciales de humedad en la cuenca, representada por un índice basado en la precipitación antecedente a la tormenta en análisis.

De acuerdo al método, la precipitación efectiva se representa por la expresión,

$$Q = \frac{(P - I_0)^2}{P + S - I_0} \quad (1)$$

donde  $I_0$  = Abstracción Inicial y  $S$  = Capacidad de Infiltración Total, dada a su vez por la relación,

$$S = 25.4 * \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) \quad [\text{mm}] \quad (2)$$

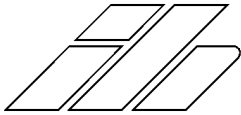
donde CN, la Curva Número, es el parámetro representativo de la cuenca, antes mencionado.

Para condiciones "normales", el método recomienda adoptar un valor para  $I_0$  igual al 20% de  $S$ , con lo que la ecuación (1) se reduce a,

$$Q = \frac{(P - 0.2 * S)^2}{P + 0.8 * S} \quad [\text{mm}] \quad (3)$$

Poca experimentación e investigación existe en Chile, tendiente a establecer valores característicos de la Curva Número para las condiciones reinantes en cuencas chilenas, por lo que el método normalmente se aplica adoptando recomendaciones bibliográficas del valor de la Curva Número.

Sin embargo, en intentos efectuados para determinar empíricamente el valor de la Curva Número, a partir de información pluviográfica y fluviográfica, (2, 3, 4) se ha observado



una importante variabilidad de la Curva Número, aparentemente en función de la magnitud de la precipitación de la tormenta, en clara contradicción con las hipótesis del método.

Por otra parte, intentos de uso del método en zonas áridas o para precipitaciones de bajo período de retorno, en base a valores bibliográficos de la Curva Número, suelen conducir a estimaciones de una escorrentía nula, nuevamente en abierta contradicción con lo observado en la naturaleza.

Una explicación a estas contradicciones radica en la hipótesis normalmente omitida del método, de que éste es válido sólo para cuencas homogéneas, donde toda la superficie de la cuenca presenta la misma Curva Número, y en el hecho de que para cuencas heterogéneas, la adopción de una Curva Número promedio, tal como se recomienda en algunos textos, no representa el comportamiento real de ella para bajas magnitudes de precipitación, como se demuestra en los acápites siguientes.

## 2.- Precipitación efectiva en cuencas heterogéneas.

Si las condiciones de infiltración de una cuenca son espacialmente variables, por definición de promedio, la precipitación efectiva promedio vendrá dada por la expresión,

$$\bar{Q} = \frac{1}{A_t} \int_{A_r} Q dA \quad (4)$$

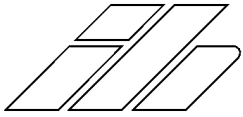
Bajo estas condiciones, reemplazando las ecuaciones (2) en (3) y (3) en (4), resulta,

$$\bar{Q} = \frac{1}{A_t} \int_{A_r} \frac{\left( P - 5.08 * \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) \right)^2}{\left( P + 20.32 * \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) \right)} dA \quad (5)$$

Esta última expresión sería integrable, si se conociera la función de distribución de CN dentro de la cuenca.

Si aceptamos en primera aproximación, que el valor de la Curva Número varía linealmente dentro de la cuenca entre un valor mínimo  $C_{min}$  y un valor máximo  $C_{max}$ , es posible expresar la variación del área en función de la variación de la Curva Número, y la ecuación (5) queda,

$$\bar{Q} = \frac{1}{C_{max} - C_{min}} \int_{C_e}^{C_{max}} \frac{(CN(P + 50.8) - 5080)^2}{CN(CN(P - 203.2) + 20320)} dCN \quad (6)$$



El límite inferior de integración  $C_e$  dependerá del valor de la precipitación  $P$ , ya que la integración sólo es lícita para valores positivos de  $Q$ . Por ello  $C_e$  será el mayor valor entre la Curva Número mínima  $C_{min}$  y el valor de Curva Número que anule la precipitación efectiva, es decir,

$$C_e = \text{Max}(C_{min}, C_o) \quad (7)$$

donde  $C_o$  vale, de acuerdo al propio método de la Curva Número,

$$C_o = \frac{1000}{\frac{P}{5.08} + 10} \quad (8)$$

Haciendo el cambio de variable,

$$x = CN(P + 50.8) - 5080 \quad (9)$$

la ecuación (6) tiene integración directa, resultando,

$$\bar{Q} = \frac{A}{D(C_{max} - C_{min})} \left[ A(C_{max} - C_e) - \Phi \ln \frac{X_{max}}{X_e} + \Psi \ln \left( \frac{C_{max}}{C_e} \frac{ADC_e + AE}{ADC_{max} + AE} \right) \right] \quad (10)$$

donde  $\Phi = \left[ \left( \frac{AE}{2D} + B \right) \right] \quad (11)$

$$B = 5080 \quad (13)$$

$$A = P + \frac{B}{100} \quad (15)$$

$$\Psi = \left[ \frac{D^2 B^2 + A^2 E^2 / 2 + ABDE}{AED} \right] \quad (12)$$

$$E = 20320 \quad (14)$$

$$D = P - \frac{E}{100} \quad (16)$$

siendo  $P$  la precipitación en [mm].

$X$  es un polinomio de segundo grado, dado por la expresión,

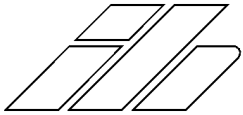
$$X = a + bx + Dx^2 \quad (17)$$

$$\text{con } a = DB^2 + DAE \quad (18) \quad \text{y} \quad b = 2DB + AE \quad (19)$$

donde la variable  $x$ , evaluada para los valores extremos de la Curva Número,  $C_{max}$  y  $C_e$ , viene dada por la ecuación (9).

Una vez obtenida la precipitación efectiva media  $\bar{Q}$ , la Curva Número constante equivalente, se obtiene de las fórmulas originales del método, (1) y (2), donde  $b$  a su vez, se obtiene a partir de la precipitación total y la precipitación efectiva, de acuerdo a la ecuación,

$$I_0 = P + 2\bar{Q} - \sqrt{(P + 2\bar{Q})^2 - P(P - \bar{Q})} \quad (20)$$



A manera de ejemplo, la figura N°1 muestra la variación de la Curva Número equivalente en función de la precipitación, para una cuenca con Curva Número promedio  $CN=65$ , cuyos suelos varían uniformemente entre una  $CN$  mín. de 40 y una  $CN$  máx. de 90.

Se desprende del análisis de la figura N°1 que la Curva Número equivalente de una cuenca heterogénea varía fuertemente en función de la magnitud de la precipitación. Para la precipitación límite mínima que genera escorrentía, la cuenca se comporta de acuerdo a su valor máximo de Curva Número; para precipitaciones mayores, su valor equivalente decae, inicialmente en forma violenta, para tender después asintóticamente a un valor mínimo para precipitaciones infinitas. En el ejemplo planteado, la Curva Número equivalente coincide con la Curva Número media,  $CN=65$ , para una precipitación del orden de 250 mm.

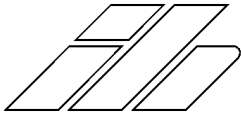
En cuencas reales, que tengan alguna fracción absolutamente impermeable, o simplemente producto de aquella precipitación que caiga directamente sobre la superficie mojada del cauce, la Curva Número equivalente podría tender a un valor cercano a  $CN=100$ , para precipitaciones muy pequeñas.

Lo anteriormente expuesto tiene importancia práctica, ya que siendo las cuencas naturales, y con mayor razón, aquellas intervenidas por el hombre, de carácter heterogéneo, si se determina empíricamente la Curva Número de una cuenca, producto del análisis de tormentas históricas de relativamente baja magnitud, la síntesis de crecidas de altos períodos de retorno, quedará sobreestimada. Por otra parte, la aplicación de una Curva Número promedio, subevaluará la magnitud de las crecidas de bajo período de retorno.

Particularmente importante se vuelve este efecto, en zonas áridas o semi áridas, donde las precipitaciones, aún de alto período de retorno, suelen ser relativamente bajas, o en climas como el chileno en general, donde las condiciones antecedentes de humedad de las tormentas son preferencialmente secas (5), lo que tiende a disminuir el valor promedio de la Curva Número.

Difícilmente una cuenca real tendrá una variación lineal, ni siquiera continua de su Curva Número; lo más probable es que sólo se puedan identificar sectores de la cuenca con distintos valores de Curva Número. En estos casos discretos, la determinación de la Curva Número equivalente debería efectuarse, no ponderando las distintas curvas para obtener su promedio, sino estableciendo la Curva Número equivalente a la precipitación efectiva promedio, mediante una integración numérica.

Si consideramos una cuenca hipotética, que tenga un 2% de superficie impermeable, sea una  $CN=98$ , de acuerdo a las recomendaciones del Manual de Carreteras,(6); un 10% de suelos montañosos con rocas sin vegetación, sea  $CN=90$ ; un 5% de conos de deyección con escasa vegetación, sea  $CN=72$ ; un 35% de suelos limo arcillosos cubiertos de bosques, sea  $CN=76$ ; y un 48% de praderas en suelos limosos, sea  $CN=60$ ; resultando una Curva Número promedio  $CN=69.96$ , la Tabla N°1 y la figura N°2 muestran la variabilidad de la Curva Número equivalente en función de la precipitación. Para precipitaciones muy bajas la Curva Número equivalente, nuevamente es la máxima,  $CN=98$ ,



y el valor de la Curva Número promedio se alcanza en este ejemplo, para una precipitación del orden de 225 mm.

Tabla N°1. Curva Número Equivalente en Función de la Precipitación

Precipitación (mm)				1.04	10	25	50	100	125	150	200	250	300
área %	CN	S mm	lo mm	Precipitación efectiva (mm)									
48	60	169	34	0.0	0.0	0.0	1.4	18.6	31.9	47.3	82.3	121.2	163
35	76	80	16	0.0	0.0	0.9	10.1	43.0	62.8	83.8	128.1	174.2	221
5	72	99	20	0.0	0.0	0.3	7.1	36.0	54.3	74.1	116.4	161.1	207
10	90	28	6	0.0	0.6	7.9	27.1	72.6	96.5	120.8	169.7	219.1	269
2	98	5	1	0.0	5.7	19.7	44.3	94.0	119	144.0	193.9	243.9	294
100	70	Pf media		0.0	0.2	1.5	8.2	34.9	52.0	70.7	111.0	154.0	199
lo equivalente				1.04	7.4	14.0	18.3	20.4	20.9	21.2	21.7	21.9	22.2
CN equivalente				98	87.	78.5	73.5	71.4	70.9	70.6	70.1	69.8	69.6

### 3.- Variabilidad de la abstracción inicial.

Dos son los factores que inciden en la variabilidad de la Curva Número en función de la precipitación, en cuencas heterogéneas. El primero y más importante corresponde a la variación de la abstracción media inicial  $I_0$  en función de la precipitación, y el segundo corresponde a la no linealidad entre la precipitación efectiva e  $I_0$  o S.

En efecto, definiendo en forma análoga al desarrollo anterior, la abstracción inicial media como,

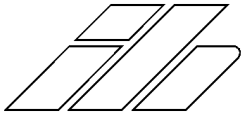
$$\bar{I}_0 = \frac{1}{A_T} \int_{A_T} I_0 Q dA \quad (21)$$

se observa de la estructura de las fórmulas del método, que la abstracción inicial quedará limitada por la magnitud de la precipitación, si ésta no supera el valor de  $I_0$  correspondiente a la Curva Número del sector, y corresponderá al valor  $I_0$  para precipitaciones mayores. Expresado matemáticamente,

$$I_0 = P \quad \text{si} \quad P \leq 0.2 * S \quad \text{o} \quad P \leq 5.08 \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) \quad (22)$$

$$I_0 = 0.2 * S \quad \text{si} \quad P > 0.2 * S \quad \text{o} \quad P > 5.08 \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) \quad (23)$$

Reemplazando estos valores en la ecuación (21) y haciendo el mismo cambio de variable para expresar la integral en función de la Curva Número, el valor de  $I_0$  medio para una cuenca cuya Curva Número varía linealmente entre un valor mínimo  $C_{min}$  y un valor máximo  $C_{max}$ , resulta,



$$\bar{I}_0 = \frac{1}{C_{max} - C_{min}} \left[ \int_{C_e}^{C_e} Pd(CN) + 5.08 \int_{C_e}^{C_{max}} \left( \frac{1000}{CN} - 10 \right) d(CN) \right] \quad (24)$$

cuya integración directa conduce a la expresión,

$$\bar{I}_0 = \frac{1}{C_{max} - C_{min}} \left[ P * (C_e - C_{min}) + 5080 \ln \frac{C_{max}}{C_e} - 50.8(C_{max} - C_e) \right] \quad (25)$$

donde  $C_e$  es nuevamente el valor límite de la Curva Número a partir del cual se produce escorrentía, dado por las ecuaciones (7) y (8).

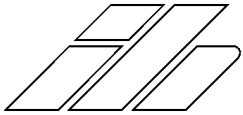
La figura N°3 muestra la variación de la abstracción media equivalente inicial, para la misma cuenca hipotética de la Figura N°1. Se observa como el valor de  $b_0$  aumenta en forma ligeramente no lineal con la precipitación, hasta el valor  $b_0=31.59$  mm, correspondiente a una Curva Número  $CN=61.66$ , para una precipitación  $P = 77$  mm, para mantenerse posteriormente constante, una vez que toda la superficie de la cuenca está aportando a la escorrentía directa. La variación de  $b_0$  es la responsable de la fuerte disminución de la Curva Número equivalente en función de la precipitación, que se observa en la Figura N°1 para precipitaciones bajo 77 mm. La ligera variación que continúa observándose en la Curva Número equivalente para precipitaciones mayores, es producto de la no linealidad del fenómeno.

Cabe agregar que el valor límite mínimo al que tiende la Curva Número equivalente, cuando la precipitación tiende a infinito, corresponde precisamente al valor de la Curva Número equivalente correspondiente al valor de  $b_0$  medio, a partir del cual toda la superficie de la cuenca aporta a la escorrentía, en el presente ejemplo,  $CN=61.66$ , valor inferior al valor promedio de la Curva Número,  $CN=65$ .

Las Figuras N°4 y 5, muestran las precipitaciones efectivas medias estimadas para las cuencas hipotéticas de los ejemplos anteriores, producto de utilizar como valor de la Curva Número representativa, su valor promedio y el valor equivalente propuesto en este trabajo.

Se observa que para precipitaciones muy bajas el error producto del uso de la Curva Número promedio es del 100%, al no generar escorrentía en una cuenca donde sí la hay. Para precipitaciones mayores, el error va disminuyendo, pero aún mantiene magnitudes importantes para precipitaciones inferiores a los 75 mm, aproximadamente. Sólo para precipitaciones mayores a 120 o 100 mm respectivamente, en los ejemplos planteados, el uso de una Curva Número promedio genera errores que comienzan a ser despreciables.

Las cifras anteriores corresponden al caso de valores bibliográficos usuales, (1,6,7) utilizando condiciones de humedad antecedente calificadas como "normales" por el método. Si se considera que en Chile, las condiciones predominantes de humedad antecedente, corresponden a la condición seca (5), la situación empeora aún más. Si se corrigen los valores de las Curvas Número para llevarlas a la condición seca, (7), el error por defecto de



trabajar con una Curva Número única promedio, alcanza magnitudes apreciables, hasta magnitudes de precipitación del orden de 150 mm, es decir, prácticamente todo el rango habitual de precipitaciones de diseño en 24 horas en Chile.

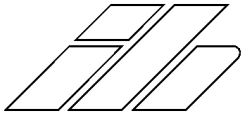
Es importante señalar por último, que los procedimientos antes descritos suponen que cada una de los sectores de la cuenca se comporta en forma independiente o en paralelo, situación no necesariamente válida en cuencas reales, donde escorrentía proveniente de zonas más impermeables puede infiltrarse en zonas más bajas de mayor permeabilidad. Esta consideración implica que la variabilidad real de la Curva Número equivalente de una cuenca específica en función de la precipitación, sólo podrá determinarse empíricamente para cada cuenca en particular.

#### 4.- Conclusiones.

De los desarrollos antes expuestos, pueden deducirse las siguientes conclusiones:

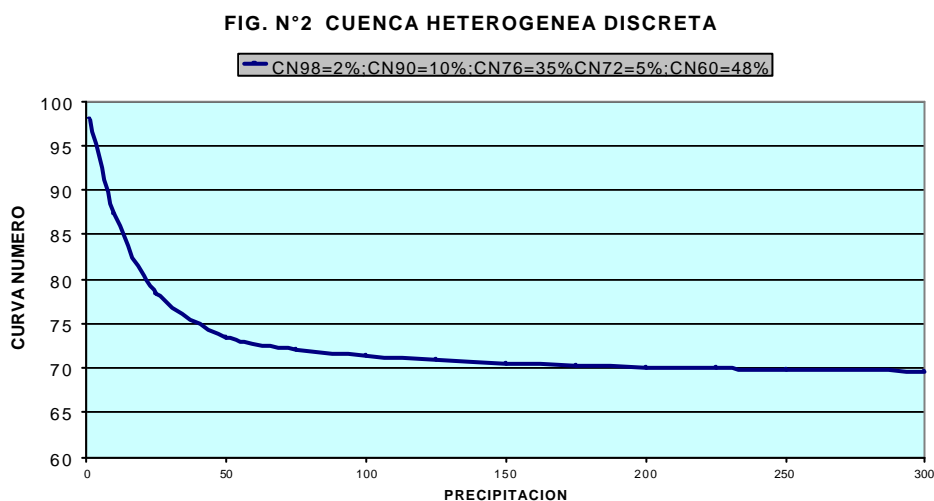
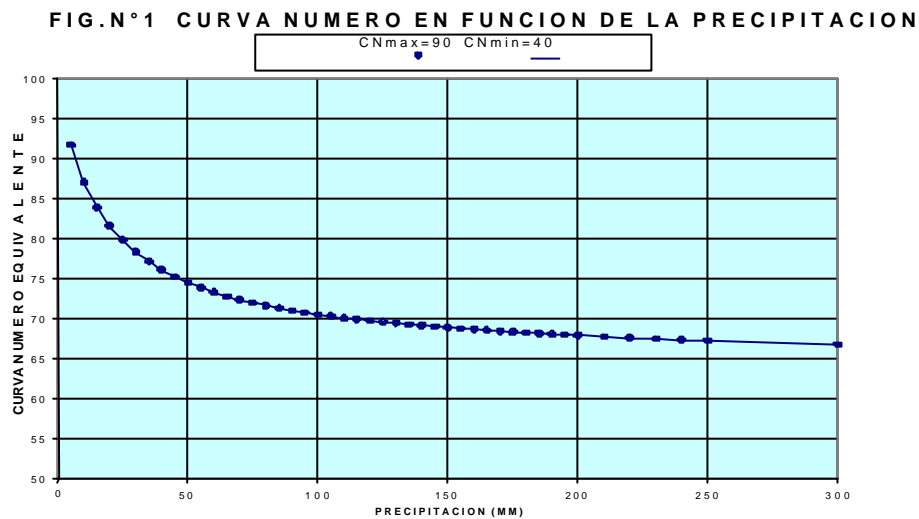
- En cuencas heterogéneas, constituidas por suelos que tengan distinta Curva Número, el uso de un valor promedio constante de Curva Número, no refleja el comportamiento real de la cuenca, especialmente para magnitudes bajas de precipitación, situación frecuente en zonas áridas y para diseños de bajo período de retorno. Sólo para precipitaciones cercanas a los 100 mm o mayores, dependiendo de las características de cada cuenca, la Curva Número promedio comienza a reflejar adecuadamente la respuesta hidrológica de la cuenca, cifra que se incrementa al orden de 150 mm para condiciones antecedentes de humedad secas.
- Para precipitaciones medias y bajas, la Curva Número equivalente de una cuenca heterogénea, disminuye en forma considerable en función de la magnitud de la precipitación.
- Para precipitaciones muy bajas, el comportamiento de la cuenca corresponde al de una cuenca con una Curva Número equivalente al mayor valor de Curva Número existente en la cuenca. Para precipitaciones muy altas, la Curva Número equivalente, es inferior al valor de la Curva Número promedio de la cuenca.
- Si se utilizan, en consecuencia, valores bibliográficos promedios de Curva Número, la utilización del método para bajas precipitaciones o períodos de retorno, tenderá a subestimar la magnitud de las crecidas.
- Por el contrario, si se deduce empíricamente el valor de la Curva Número de una cuenca heterogénea a partir de eventos históricos de relativamente baja magnitud, se sobreestimaré el comportamiento de la cuenca, para eventos de muy baja ocurrencia.
- Dada la poca regularidad e interacción que pueden presentar entre si, distintos sectores de la cuenca, la real variación de la Curva Número equivalente de la cuenca, en función de la precipitación, sólo se podrá determinar a partir de un estudio de casos de cada cuenca en particular.





## 5.- Referencias Bibliográficas.

- 1.- US Bureau of Reclamation, "Design of Small Dams", US Gov. Print. Off., 1977
- 2.- MN Ingenieros, "Estudio Hidrológico Embalse Santa Juana", DOH., MOP, 1987
- 3.- Saavedra , Carlos, "Cálculo y Análisis Crítico del método de la Curva Número para Cuencas Semi Aridas de Chile", Mem. Ing. Civil, Univ. Tec. F. Sta María, Valparaíso, 1999.
- 4.- González , Alvaro, "Calculo de Valores de la Curva Numero en Cuencas de la zona Centro Sur de Chile", Mem. Ing. Civil, Univ. Tec. F. Santa María, Valparaíso, Chile, 2000.
- 5.- Barrientos, M. y Stowhas, L., "Condiciones Antecedentes de Humedad en Tormentas Chilenas", XIV Congreso Chileno de Hidráulica, Concepción, 2001.
- 6.- MOP, Dirección de Vialidad, "Manual de Carreteras, Volumen N°2, 2001.
- 7.- Ven Te Chow et al., "Hidrología Aplicada", Mc Graw Hill, 1996



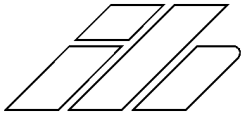


FIG.N°3 VARIACION DE LA ABSTRACCION INICIAL

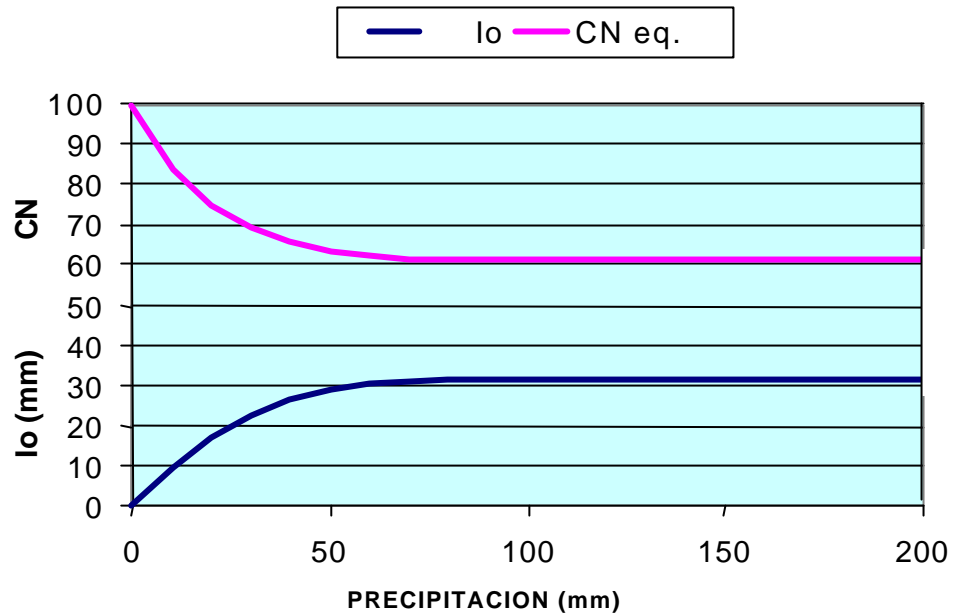


FIG.N°4 PRECIPITACION EFECTIVA  
ERROR DE ESTIMACION

