

FIGURA 7: COMPARACION DE SOLUCIONES ANALITICAS Y NUMERICAS PARA

PECLET = 10.0 CASO 2

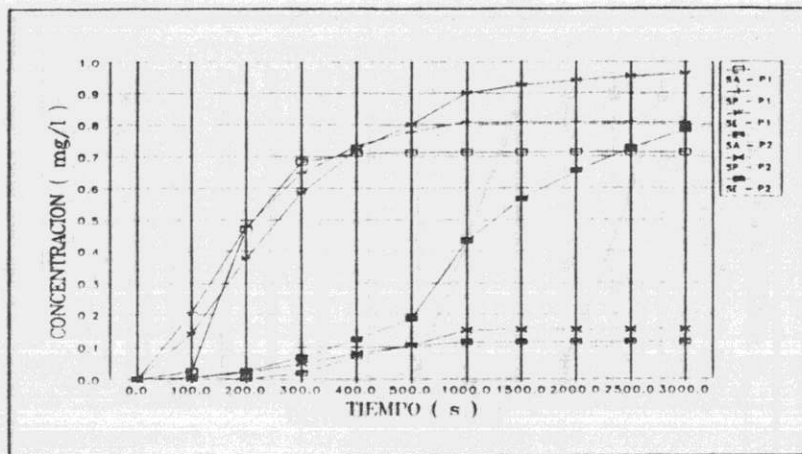
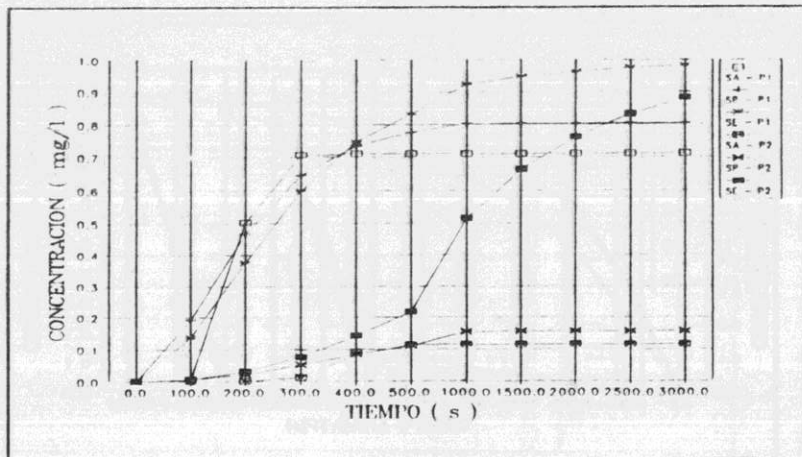


FIGURA 8: COMPARACION DE SOLUCIONES ANALITICAS Y NUMERICAS PARA

PECLET = 20.0 CASO 2



APLICACION DE UN MODELO DE TRANSPORTE EN FLUJOS
DE AGUAS SUBTERRANEAS CON DENSIDAD VARIABLE
AL CASO DE LA INTRUSION MARINA EN EL ESTERO SAN GERONIMO

GUILLERMO CABRERA F. (1)
FELIX PEREZ S. (2)
JAIME VARGAS P. (3)

RESUMEN

Se presentan los resultados de la aplicación a un caso real de un modelo numérico desarrollado para representar el transporte de masas generado en un fluido de densidad variable, correspondiente a las aguas subterráneas en un acuífero costero con intrusión salina. Se ha usado elementos finitos triangulares en conjunto con el método de Galerkin para representar las variables de estado densidad, presión, concentración y velocidad de flujo.

Los resultados de la validación teórica fueron satisfactorios al compararlos con la solución analítica de Henry.

Al aplicar el modelo al caso de la cuenca San Gerónimo se verificó que al extraer en forma continua caudales superiores a 20 l/s desde la planta de ESVAL, a 2300 m. del mar, el total de sólidos disueltos en la ubicación de los pozos supera los estándares aceptados para agua potable.

- (1) Ingeniero Civil e Investigador, Departamento Ingeniería Civil, Universidad de Chile
- (2) Ingeniero Civil, Dirección General de Aguas, MOP
- (3) Ayudante de Investigación, Departamento Ingeniería Civil, Universidad de Chile

INTRODUCCION

En muchos sectores costeros surgen problemas de intrusión marina que producen la contaminación del agua extraída desde pozos, especialmente en épocas de estiaje cuando, por una parte, los recursos de agua escasean y por otra, las demandas, especialmente para agua potable, aumentan.

Para analizar este problema, en que dos medios miscibles interactúan, se ha adoptado dos tipos de enfoques diferentes. El primero de ellos consiste en suponer un frente abrupto de separación entre agua dulce y agua salada, mientras el segundo supone la existencia de una zona de transición en que ambas fases pueden mezclarse a través de procesos de dispersión. En el primer caso, toda la investigación desarrollada hasta la fecha se ha basado en las leyes aproximadas establecidas hacia fines del siglo pasado por Ghyben y Herzberg en Holanda y Alemania, respectivamente. Por su parte, los esfuerzos para analizar este problema con el segundo enfoque se han visto limitados en sus logros por lo dificultoso que resulta representar adecuadamente una zona de transición en que, debido a la mezcla de los fluidos, se produce un cambio en variables tales como la densidad de la solución, tanto en el espacio como en el tiempo.

Henry (1964) resolvió el problema en condiciones permanentes en un acuífero confinado, considerando flujo vertical y dispersión. Su trabajo es el único estudio analítico de intrusión salina que considera la mezcla de ambas fases. Su aplicación ha sido empleada por prácticamente casi todos los autores que han requerido validar los modelos desarrollados con posterioridad el trabajo de Henry.

En cuanto a esos modelos con zona de transición o dispersivos, destaca en primer lugar el trabajo realizado por Segol et al (1975) quienes a lo largo de esa zona obtuvieron un campo continuo de velocidades a partir de la evaluación simultánea de la

presión y la velocidad con un modelo de elementos finitos. Más adelante, Huyakorn y Taylor (1976) investigaron tres formulaciones de elementos finitos para el acoplamiento de las ecuaciones que describen el flujo subterráneo y la dispersión, las que consideraron diferentes variables de estado en cada una de ellas, y compararon razonablemente con la solución de Henry (1964); concluyeron que al utilizar como variables de estado las componentes de velocidad, la presión y la concentración, resultaba más preciso, aunque más complicado que si se adoptaba como variables al potencial hidráulico y la concentración, siempre que los requerimientos de estabilidad y convergencia dados por un Peclet menor que 10 se cumplieran. Wikramaratna (1982), aumentando arbitrariamente el coeficiente de dispersión longitudinal mediante ponderadores (Streamline Upwinding), consiguió cumplir con las exigencias del número de Peclet y eliminar las oscilaciones de la solución.

En 1984, el U.S. Geological Survey National Center, en cooperación con el U.S. Air Force Engineering and Service Center, desarrollaron un modelo de simulación para flujos saturados y no saturados de agua subterránea, con dependencia de la densidad del fluido y transporte de energía o transporte químico-reactivo del soluto. Dicho modelo (SUTRA) emplea la técnica de elementos finitos en dos dimensiones y diferencias finitas integradas, para aproximar las ecuaciones. Las bases matemáticas del SUTRA y la estructura del programa computacional se desarrollaron en forma general y modular, para permitir incluir nuevos métodos y/o procesos de simulación. Los resultados obtenidos en la fase de validación teórica fueron muy satisfactorios; sin embargo el modelo no fue aplicado en un caso real.

El trabajo de mayor consistencia conceptual y práctica es el desarrollado por Diersch (1988), quien luego de analizar una serie de diferentes y complejos procesos de intrusión desde un depósito de agua salada, llegó a conseguir razonables soluciones al utilizar un esquema predictor - corrector en conjunto con la

técnica Streamline Upwinding, evaluando en forma continua el campo de velocidades y utilizando el término advectivo de la ecuación de transporte de masas además del dispersivo.

En este trabajo se presenta la formulación, validación teórica y aplicación a un caso real de un modelo numérico que combina la ley de Darcy con la ecuación de balance de masas, la ecuación de transporte y la relación entre la densidad del fluido y la concentración del soluto en éste. En la modelación se ha utilizado la técnica de elementos finitos en conjunto con el método de Galerkin y se ha incorporado en las ecuaciones términos no considerados hasta el presente por otros autores, tales como, el gradiente de la densidad en la expresión de Darcy, lo que otorga una dependencia adicional del campo de velocidades además de la distribución de presiones.

FORMULACION DEL MODELO

La ecuación general de balance de masas para un elemento infinitesimal de volumen en un medio poroso saturado viene dada por:

$$-\text{DIV}(\rho \cdot q) - I' = \delta(n \cdot \rho) / \delta t \quad (1)$$

donde DIV: operador divergencia (1/L), ρ : densidad del fluido (M/L³), n: porosidad efectiva del medio, q: vector velocidad de Darcy (L/T), I': extracción puntual de masa de fluido en el elemento de volumen por unidad de tiempo (M/L³*T).

Al considerar los supuestos de que el medio poroso está saturado, el fluido es compresible y no homogéneo, la matriz del suelo es rígida y el fenómeno es descrito en condiciones impermanentes, se obtiene la siguiente expresión:

$$-\text{DIV}(\rho \cdot q) - \rho \cdot I = n \cdot \rho \cdot \beta \cdot \delta p / \delta t + n \cdot \delta \rho / \delta t \quad (2)$$

en que ρ : densidad del fluido (M/L³), I: volumen de agua extraído por unidad de tiempo y de volumen del medio (1/T), β : coeficiente de compresibilidad del fluido, p: presión (F/L²).

La resolución del problema de intrusión salina visto como un fenómeno advectivo - dispersivo, requiere conocer en detalle el patrón de flujo que en él se desarrolla en un momento dado. Para ello es necesario determinar por una parte, la distribución de presiones en el medio, y por otra, la distribución de velocidades en el mismo. El vector velocidad de Darcy se define como:

$$q = -\text{DIV}((p/\Gamma + z) \cdot \Gamma \cdot k_o/\mu) \quad (3)$$

donde k_o : tensor de permeabilidad intrínseca (L²), Γ : peso específico del fluido (F/L³), z: coordenada vertical referida a un nivel conocido (L), μ : viscosidad dinámica del fluido (F*T/L²).

Considerando un dominio bidimensional en que z es la coordenada vertical y x la horizontal, se llega a la siguiente expresión en el desarrollo de la ecuación (3):

$$q_x = -(k_{ox}/\mu \cdot \delta p / \delta x) \quad (4a)$$

$$q_z = -(k_{oz}/\mu \cdot (\delta p / \delta z + \Gamma + (\delta \rho / \delta z) \cdot q_z)) \quad (4b)$$

Retomando la ecuación (2), el término DIV puede ser desarrollado en forma más completa considerando el vector velocidad de Darcy de acuerdo con lo obtenido en la ecuación (4), con lo que se llega finalmente a:

$$-\delta(\rho \cdot q_x) / \delta x - \delta(\rho \cdot q_z) / \delta z - \rho \cdot I = n \cdot \rho \cdot \beta \cdot \delta p / \delta t + n \cdot \delta \rho / \delta t \quad (5)$$

Existe por otro lado, la siguiente relación entre la densidad de un fluido y la concentración del soluto de mezcla:

$$\rho = \rho_o \cdot (1 + \alpha \cdot C/C_s) \quad (6)$$

en que ρ_0 : densidad de referencia del agua dulce (M/L³), C : concentración salina en el fluido (M/L³), C_s : concentración salina del agua de mar (M/L³), α : parámetro que expresa la relación $(\rho_s - \rho_0)/\rho_0$, con ρ_s : densidad del agua de mar (M/L³).

Por último, los procesos físicos que controlan el transporte de un soluto a través de un medio poroso saturado, a saber difusión, dispersión y advección, son usualmente analizados a través de una ecuación de dispersión - advección, la cual se deriva a partir de un balance de masas practicado en el elemento infinitesimal de volumen. Esa ecuación, sin considerar efectos de retardo en el transporte del soluto del tipo adsorción, reacciones químicas, transformaciones biológicas o decaimiento radioactivo, se presenta de la siguiente forma:

$$n \cdot \delta C / \delta t + q_x \cdot \delta C / \delta x + q_z \cdot \delta C / \delta z - n \cdot D_{xx} \cdot \delta^2 C / \delta x^2 - n \cdot D_{zz} \cdot \delta^2 C / \delta z^2 = 0 \quad (7)$$

donde: C : concentración del fluido, q_x : velocidad de Darcy en la dirección x , q_z : velocidad de Darcy en la dirección z , D_{xx} : coeficiente de dispersión hidrodinámica según x , D_{zz} : coeficiente de dispersión hidrodinámica según z .

Las expresiones desarrolladas presentan cierto grado de complejidad para su resolución. En este trabajo se ha empleado el método de elementos finitos en conjunto con el método residual de Galerkin y elementos triangulares con funciones de aproximación lineales. Las variables de estado empleadas fueron la velocidad, la presión y la densidad del fluido o la concentración.

Al aplicar la discretización de elementos finitos a las ecuaciones diferenciales no lineales obtenidas en el desarrollo anterior, se llega a las siguientes relaciones matriciales finales (Cabrera et al, 1990):

$$[E] \cdot \{\delta p / \delta t\} + [F] \cdot \{p\} + [G] \cdot \{\delta f / \delta t\} + \{h\} = 0 \quad (8)$$

$$[R] \cdot \{q_x\} + [S] \cdot \{p\} = 0 \quad (9)$$

$$[R] \cdot \{q_z\} + [S] \cdot \{p\} + [T] \cdot \{f\} = 0 \quad (10)$$

$$[V] \cdot \{\delta C / \delta t\} + [W] \cdot \{C\} = 0 \quad (11)$$

ESTRATEGIA DE SOLUCION

La solución de las tres ecuaciones involucradas en el modelo no es directa, por ser estas no lineales, de modo que se hace necesario realizar un cálculo iterativo que permita converger hacia la solución correcta de las variables f , p , c y q . Cabe destacar que se ha elegido como variables que controlen el proceso iterativo a la densidad y la presión, ya que su baja sensibilidad frente a las otras permite al modelo conducir en mejor forma el proceso de convergencia. Este algoritmo quedó configurado en un programa computacional, modular, escrito en Fortran 77, y aplicable a cualquier situación definida por condiciones particulares. En la Figura 1 se ha incluido un diagrama de bloques representativo de las secuencias de los procesos involucrados en la modelación.

VALIDACION TEORICA DEL MODELO

La validación del modelo se efectuó para la condición permanente de funcionamiento de un sistema confinado ideal que se ha esquematizado en la Figura 2, en el cual se ha contemplado una condición de borde de flujo de agua dulce constante, incorporándose desde aguas arriba (Neumann) y condiciones de concentración salina constante (Dirichlet) y gradiente de concentración nulo en el extremo de aguas abajo, esto último a fin de conservar el balance de masas en la simulación de los procesos.

Para estos efectos se utilizó la solución analítica propuesta por Henry en 1964, en la cual el sistema de ecuaciones

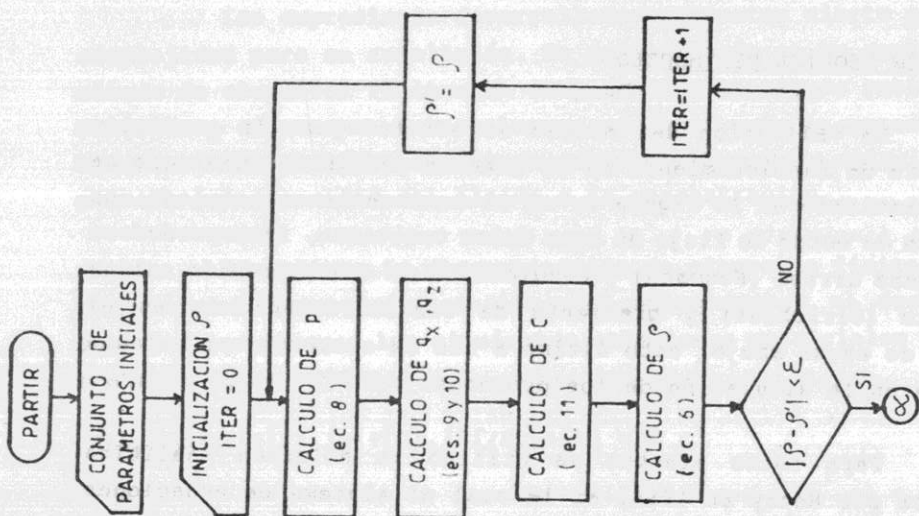
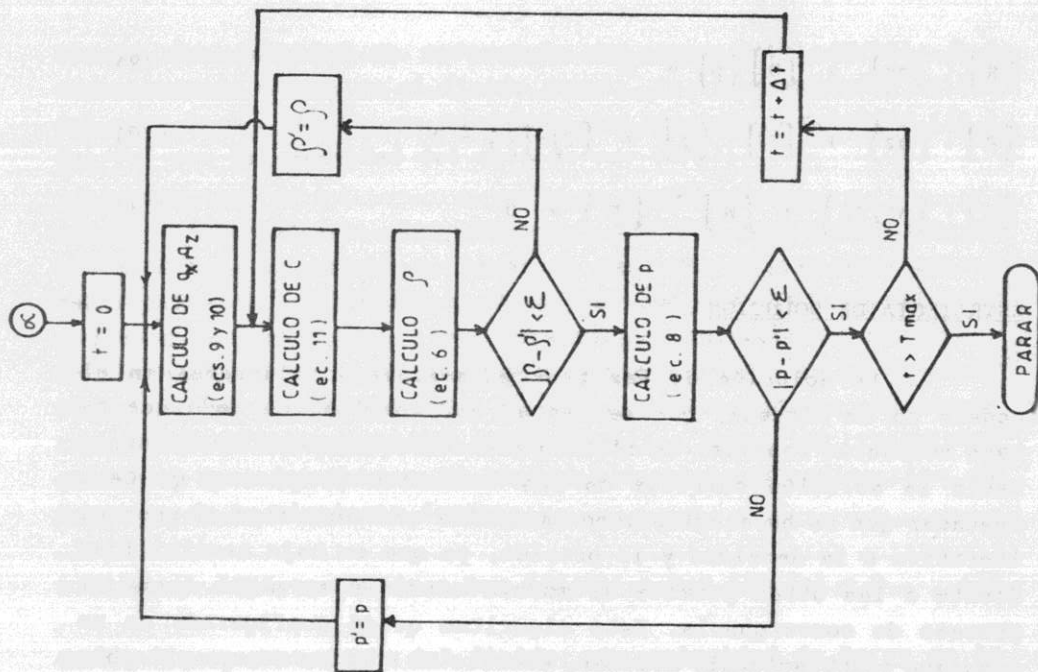


FIGURA 1. DIAGRAMA DE BLOQUES



diferenciales no lineales es reducido a un conjunto infinito de ecuaciones no lineales algebraicas que se resuelve representando funciones adimensionales de flujo y concentración mediante series de Fourier, las que se truncan para aplicar el método de Galerkin a fin de evaluar los coeficientes de esas series truncadas y, consecuentemente, las variables de estado.

Los valores de los parámetros usados en la validación fueron los siguientes:

- $\rho_0 = 1.00$ (gr/cm³)
- $\rho_s = 1.025$ (gr/cm³)
- $\mu = 1.03 \times 10^{-4}$ (kg.seg/m²)
- $k_0 = 1.051 \times 10^{-10}$ (m²)
- $n = 1.0$
- $D_{xx} = D_{zz} = 3.287 \times 10^{-5}$ (m²/s)
- $l = 100$ m
- $d = 50$ m
- $q_x = 6.575 \times 10^{-6}$ (m/s) en $x=0$
- $q_z = 0.0$ en $z=0$ y $z=d$

Los resultados obtenidos se presentan en la Figuras 3, 4 y 5. En las figuras señaladas, se ha representado curvas de variación de la concentración salina y velocidades, que resultan algo diferentes a las obtenidas por Henry en su forma, aunque equivalentes en su posición dentro del sistema. Debe señalarse que en la solución numérica, al incorporar en el extremo de aguas abajo del sistema condiciones de gradiente de concentración nulo, se admite la posibilidad que junto al borde se produzca dilución, de modo que las concentraciones sean inferiores a 1.0; al conservarse así los balances de masas esta solución numérica converge a valores muy razonables.

APLICACION AL CASO DEL ESTERO SAN GERONIMO

La zona de estudio a la cual se aplicó el modelo de simulación corresponde a la cuenca del estero San Gerónimo, ubicado entre Algarrobo y Mirasol, V región. En la ribera Sur del estero a 2300 m de su desembocadura al mar, se sitúa la planta de agua

FIGURA 2. SISTEMA USADO EN LA VALIDACION

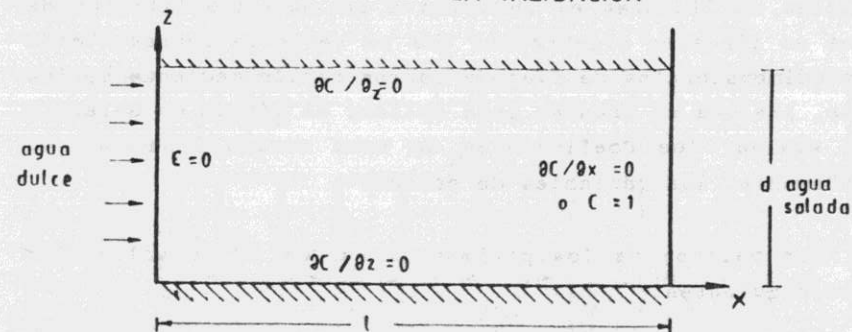


FIGURA 3 VALIDACION TEORICA - CURVAS ISOCONCENTRACION

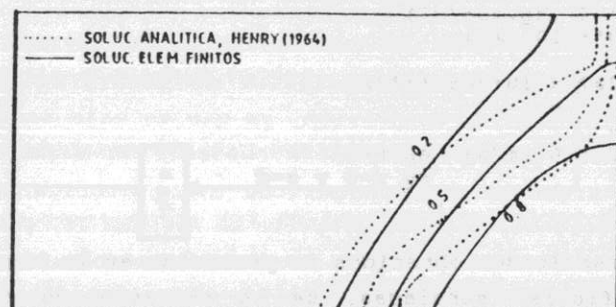


FIGURA 4. DISTRIBUCION DE VELOCIDADES

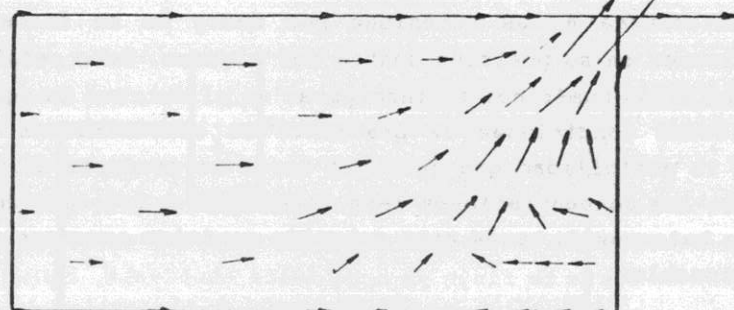
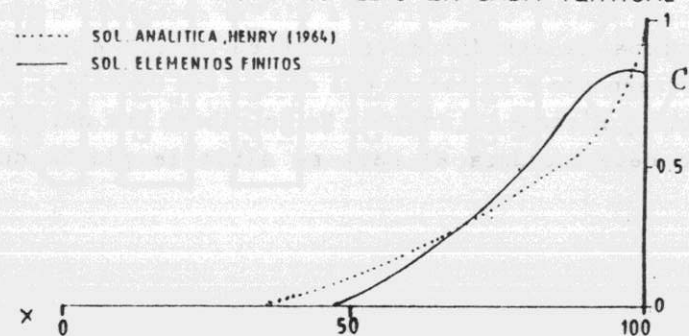


FIGURA 5. CONCENTRACION PROMEDIO EN CADA VERTICAL



potable de ESVAL, que surte a la localidad de Algarrobo. Dicha planta cuenta con 3 sondajes que están actualmente en funcionamiento, cuyos caudales promedio bombeados en períodos de máxima demanda alcanzan, en conjunto, entre 25 y 30 l/s. A partir de pruebas de recuperación efectuadas en terreno, pruebas en un permeámetro con material de la zona y las pruebas de bombeo llevadas a cabo cuando los sondajes fueron construidos, se estimó la permeabilidad representativa del relleno superficial cuyo rango va de 0.0030 a 0.0045 (m/s).

La zona a la cual el modelo numérico de simulación ha sido aplicado, abarca una distancia de 2650 m, desde la desembocadura del estero al mar hasta aproximadamente 400 m aguas arriba de la ubicación de los sondajes de la planta de ESVAL. El fondo del acuífero (estrato impermeable) se supuso horizontal, con un espesor saturado de 25 m en aquella parte donde la napa subterránea colinda con el mar. Se utilizó una generación automática, tanto de las coordenadas x y z como de las matrices de incidencia. El tamaño de los elementos estuvo directamente relacionado con la importancia, de los resultados que se desearon obtener, en el sentido de que en la zona donde se ubican los pozos de ESVAL se definieron elementos de menor tamaño que en los sectores restantes. La malla utilizada estuvo compuesta por 533 nudos y 980 elementos, con un ancho de banda de 16. Debido a las características morfológicas del acuífero modelado, en que la razón espesor-longitud es pequeña ($\approx 1\%$) y con el objeto de ahorrar tiempo computacional, los elementos triangulares resultaron ser bastante agudos y deformados.

Debido a que el desarrollo teórico del modelo fue basado en una modelación de una sección transversal del acuífero, no se introdujo el bombeo desde pozos en forma directa. Para ello, se tuvo que recurrir a la utilización de otro modelo numérico, capaz de simular una situación en planta, y así lograr representar en forma confiable el bombeo desde un pozo. Para simplificar la modelación y sin perder generalidad, los tres pozos existentes

fueron reemplazados por uno ubicado en el lecho del estero San Gerónimo, equidistante de los bordes impermeables laterales. La discretización espacial en planta llevada a cabo abarcó una longitud de 2650 m y un ancho de 150 m.

Así, el modelo numérico de transporte de contaminantes desarrollado, fue aplicado para cuatro distintas condiciones de funcionamiento del sistema acuífero libre en condiciones permanentes, las cuales fueron flujo de agua dulce de entrada al sistema sin bombeo y bombeando 10, 20 y 30 l/s.

Cada uno de los casos expuestos, fue resuelto en primer lugar por el modelo en planta. Las condiciones de borde fueron:

- Flujo de entrada conocido de agua dulce por el borde extremo de aguas arriba (condición tipo Neumann).
- Nivel de aguas subterráneas conocido en el borde de aguas abajo, junto al océano (condición tipo Dirichlet).

Cada vez que se aplicó el modelo de transporte de masas (modelo en corte) para alguna situación particular antes enunciada, la malla de discretización utilizada tenía como límite superior el potencial calculado por el modelo en planta. Las condiciones de borde utilizadas en el modelo de transporte desarrollado, para el caso particular sin bombeo, se pueden resumir en la siguiente forma:

- Aguas arriba (agua dulce)
 $C = C_0$ (d_1 : potencial según modelo en planta)
 $P = P_0 g (d_2 - Z)$ (Z : profundidad bajo nivel de napa)

- Aguas abajo (agua de mar)
 $C = C_{mar}$
 $P = P_0 g (d_2 - Z)$
 $d_2 = 25 \text{ m}$

- Superficie libre
 $P = 0.0$ (posición calculada por modelo en planta)

- Bombeo
 Caudal variable a 2300 m del mar y 350 del borde de arriba.

Dada la limitada información fisicoquímica obtenida en terreno y considerando además que el modelo de simulación fue aplicado bajo condiciones permanentes, la calibración se llevó a efecto adoptando valores de los parámetros que caracterizan el sistema acuífero en base a todos los antecedentes disponibles, obtenidos ya sea en terreno como en estudios efectuados con anterioridad. Así, esos valores fueron los siguientes:

μ = viscosidad dinámica = 0.001 (kg/m²s); ρ_0 = densidad del agua dulce = 1000.0 (kg/m³); ρ_s = densidad del agua salada = 1025.0 (kg/m³); C_0 = concentración de agua dulce = 40 mg/l; C_{mar} = concentración del agua de mar = 20000 (mg/l); n = porosidad efectiva = 0.12; permeabilidad = 0.0038 (m/s); α_e = dispersividad longitudinal = 30 m; α_t = dispersividad transversal = 10 m; D_0 = difusión molecular = 0.05 m²/s.

En la operación del modelo, para los 4 distintos casos analizados se impuso un flujo de entrada de 30 l/s, valor calibrado al obtenerse niveles estáticos en el sector de los pozos de ESVAL equivalentes al promedio histórico registrado.

Los resultados más relevantes obtenidos de la operación del modelo, para los cuatro casos analizados se resumen a continuación:

Tabla 1. RESUMEN RESULTADOS APLICACION

Bombeo (l/s)	Nº Iteraciones	Peclet	C Promedio Pozo (mg/l)	Incremento % concentración c/r bombeo = 0
0	10	0.5	597	---
10	28	0.1	1219	104.2
20	11	0.2	1717	187.5
30	12	0.3	3132	424.5

Es posible constatar que los resultados obtenidos a partir de la aplicación del modelo de simulación al acuífero libre del estero San Gerónimo, son coherentes y representan, desde el punto de vista cualitativo y teórico, lo que se debiera esperar respecto de la contaminación salina para cada uno de ellos en un régimen permanente de funcionamiento del sistema. En efecto, prueba de ello es el aumento considerable en el desplazamiento de las sales hacia el interior, a medida que se incrementa el bombeo desde un determinado pozo o sondaje.

CONCLUSIONES

- Para la representación completa del transporte de masas en flujos de aguas subterráneas con densidad de aguas subterráneas con densidad variable es necesario considerar como variables la presión o potencial hidráulico, las velocidades, la concentración y la densidad, ligando estas dos últimas funcionalmente.
- Dado que en el borde de agua salada no es posible conocer a priori la densidad y por ende las otras variables ligadas a ella, se consideró allí condiciones de borde mixtas para respetar la conservación de masa en la región modelada y conseguir convergencia de las soluciones numéricas.
- La validación teórica con la solución analítica desarrollada por Henry resultó satisfactoria.
- La aplicación del modelo al caso de la cuenca estero San Gerónimo en condiciones permanentes permitió establecer que en la planta de bombeo de ESVAL de extraerse caudales continuos de 20 l/s o superiores, la intrusión marina alcanza los pozos, llevando la salinidad a valores fuera de los estándares permitidos por la norma chilena de agua potable.

AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus agradecimientos al Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Chile que financió parcialmente este trabajo a través de su Proyecto FONDECYT 352/89.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Cabrera G., Pérez F. y J. Vargas (1990). Modelo de Transporte de Masas en flujos de Aguas Subterráneas con Densidad Variable. XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. pp. 781-790.
- Diersch H.J., (1988). Finite element modelling of recirculating density-driven saltwater intrusion processes in groundwater. *Advances in Water Resources*, Volume 11, March, pp.25-43.
- Henry H.R., (1964). Sea water in coastal aquifers. *Geological Survey Water-Supply Paper 1613-C*. pp. C70-C84.
- Huyakorn P. y C.Taylor, (1976). Finite element models for coupled groundwater flow and convective dispersion. *Department of Civil Engineering, University of Wales*.
- Segol G., Pinder G.F. y W.G. Gray (1975). A Galerkin-Finite element technique for calculating the transient position of the saltwater front. *Water Resources Research*, Vol. 11, Nº2, pp. 343-347.
- Wikramaratna R.S. (1983). Control of spurious oscillations in the salt water intrusion problem. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp 1243-1251.