SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

X CONGRESO NACIONAL

FUNCION DE TRANSFERENCIA PERIODICA PARA RELACIONES PRECIPITACION ESCORRENTIA MENSUALES

BONIFACIO FERNANDEZ LARRAÑAGA

Las relaciones entre precipitación y escorrentía en una cuenca tienen gran interés en hidrología debido a la posibilidad de ser utilizadas en la estimación de caudales en zonas sin información. Entre las relaciones de este tipo el esquema planteado por los modelos de Función de Transferencia, o regresión dinámica, han sido ampliamente utilizados. Sin embargo estos modelos son en esencia estacionarios de manera que no logran acomodar adecuadamente la gran periodicidad que presentan las series hidrológicas cuando los intervalos de observación son menores de un año. En este trabajo se extiende este tipo de modelos para considerar la periodicidad y hacerlos aplicables a relaciones precipitación escorrentía a nivel mensual, para lo cual se propone un método simple de estimación de parámetros. Se comparan los resultados de aplicación de modelos estacionarios y periódicos para el caso de cuencas seleccionadas en la zona central de Chile.

Ing. Civil, Ph.D., Profesor Titular, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile. Casilla 306, Santiago 22, Chile.

I.- INTRODUCCION

La transformación de las precipitaciones totales sobre una cuenca en escurrimiento involucra dos procesos físicos en serie: uno que convierte las precipitaciones totales en efectivas, considerando las abstracciones de todo tipo, y otro que distribuye en el tiempo la precipitación efectiva para transformarla en caudal. Este segundo proceso es aproximadamente lineal, siendo el primero el responsable de la no linealidad de la transformación total. La representatividad de los modelos de base física desarrollados para estos procesos está ligada al grado de discretización del intervalo de tiempo utilizado para representar las precipitaciones y los gastos. Cuanto menores son los intervalos mayor sentido tienen los modelos basado en relaciones físicas y mejor es la posibilidad de que sus resultados concuerden con la realidad. Si los periodos de discretización son relativamente grandes, superiores a minutos u horas, la modelación con base física pierde eficacia debido a la agregación de los factores involucrados.

En hidrología es común recurrir a series mensuales para representar los procesos de precipitación y escurrimiento en una cuenca. Ello permite tener una idea de las variaciones estacionales con un gran ahorro de datos. Sin embargo con este nivel de discretización del tiempo pierde sentido la aplicación de modelos de base física y se han propuesto modelos simples para relacionar las series de precipitación total y las de escurrimiento, basadas en métodos estadísticos. Entre ellos tienen gran aceptación los modelos del tipo de series de tiempo, específicamente los denominados modelos de Función de Transferencia, FT, (Box y Jenkins, 1976) , o regresiones dinámicas como las designa Peña (1987). Estos modelos han sido propuestos y aplicados en numerosas oportunidades en casos concretos (Vargas et al., 1986, Fernández et al., 1990, Fernández, 1991). Una FT es en una relación lineal esencialmente estacionaria entre ambas series, de manera que el modelo también lo es. Sin embargo un análisis de las series hidrológicas de caudales y precipitaciones mensuales muestra que ellas son periódicas, y que esa periodicidad no puede eliminarse mediante transformaciones lineales, por lo cual requieren que el modelo que representa la transformación contenga parámetros periódicos. Ello traduce el hecho que la periodicidad va más alla de la variación de los promedios y las desviaciones típicas e involucra también la relación entre los valores de caudal entre periodos sucesivos así como la transformación de precipitación en gasto.

Dada la importancia que reviste la representación de los fenómenos periódicos en hidrología, se han desarrollado diferentes metodologías para considerarlo. La más típica consiste en extender los modelos estacionarios para que puedan acomodar parámetros periódicos, como lo explican detalladamente Salas et al. (1981) para procesos del tipo ARMA. Un análisis más general de las características de la periodicidad y sus efectos estadísticos en hidrología ha sido presentada por Fernández (1985) y por Salas y Fernández (1989). Un intento por considerar parámetros autorregresivos periódicos en un modelo del tipo de Función de Transferencia entre lluvias y caudales mensuales fue hecho recientemente por Gebhardt y Vial (1990).

En este trabajo se muestra un modelo simple de Función de Transferencia con parámetros periódicos incluyendo procedimientos para estimar sus parámetros. Ellos se aplican a varias cuencas en la zona central Chile y sus resultados se comparan con los obtenidos utilizando modelos estacionarios.

II.- FUNCION DE TRANSFERENCIA PERIODICA

Una función de transferencia periódica supone una relación lineal entre dos variables aleatorias, cuyos parámetros a su vez adoptan diferentes valores dependiendo del período que se considera. Adoptando una notación habitual en hidrología, Salas et al. (1981), para el caso de series mensuales, supóngase una serie $Y_{\nu,\tau}$ que representa el resultado de un proceso en el periodo τ del año ν , con (τ = 1, 2... w; ν = 1,2...N), siendo w el número de periodos y N la cantidad de años en la serie. Se asume que este proceso depende a su vez de otro, también periódico, $X_{\nu,\tau}$ a través de una relación lineal tal que:

$$Y_{\nu,\tau} = \delta_{1\tau} Y_{\nu,\tau-1} + \dots + \delta_{r\tau} Y_{\nu,\tau-r} + w_{0\tau} X_{\nu,\tau-b} + \dots + w_{s\tau} X_{\nu,\tau-b-s} + N_{\nu,\tau} \qquad (1)$$

Es decir la respuesta depende de una combinación lineal de los valores de Y en los r periodos anteriores y de los valores de X en s periodos anteriores con un desfase b. Esta es una extensión directa del modelo estacionario para lograr una función de tranferencia periódica de orden (r,s,b). En una primera simplificación típica se considera que el orden del modelo no depende del periodo. Siguiendo la nomenclatura de Box Jenkins (1976) el modelo se expresa como:

$$\boldsymbol{\delta}_\tau(B) Y_{\nu,\tau} = \mathbf{W}_\tau (B)\, B^b X_{\nu,\tau} + N_{\nu,\tau} \qquad (2a)$$

donde $\delta_\tau(B) = 1 - \delta_{1\tau} B - \delta_{2\tau} B^2 - .. - \delta_{r\tau} B^r$ (2b)

$W_\tau(B) = w_{o\tau} + w_{1\tau}B + w_{2\tau}B^2 + ... + W_{s\tau} B^s$ (2c)

siendo B el operador de retardo, tal que $B^n X_{v,\tau} = X_{v,\tau-n}$ si $n < \tau$ (2d)

2.1.-Estimación de parámetros

La función de tranferencia periódica tiene una cantidad importante de parámetros, w(r+s+1) al menos, lo que atenta contra la parsimonia en la estimación, y exige que r y s sean pequeños. A continuación se muestra el caso de una función periodica $FT_\tau(1,1,b)$ que corresponde a:

$$Y_{v,\tau} = \delta_{1\tau} Y_{v,\tau-1} + w_{o\tau} X_{v,\tau-b} + w_{1\tau} X_{v,\tau-b-1} + N_{v,\tau} \quad (3)$$

Para una estimación preliminar de los parámetros se puede proceder por etapas, considerando primero la dependencia entre las variables respuestas, tal que:

$$Y_{v,\tau} = \delta_{1\tau} Y_{v,\tau-1} + Z_{v,\tau} \quad (4)$$

Siendo $Z_{v,\tau}$ una variable independiente de Y, lo que transforma esta primera parte en un proceso autorregresivo periódico de orden uno. Sin pérdida de generalidad se puede suponer que la variable Y es de media cero y desviación típica $\sigma_{Y\tau}$ de manera que la estimación de $\delta_{1\tau}$ es:

$$\delta_{1\tau} = \rho_Y(\tau,\tau\text{-}1)\, \sigma_{Y\tau} / \sigma_{Y\tau-1} \quad (5)$$

Donde $\rho_Y(\tau,\tau\text{-}1)$ corresponde al coeficiente de autocorrelación de la variable Y entre el período τ y el $\tau-1$ estimable a través de $r_Y(\tau,\tau\text{-}1)$ con los valores de la muestra histórica.

Una vez estimado $\delta_{1\tau}$ se dispone de la serie $Z_{v,\tau}$:

$$Z_{v,\tau} = Y_{v,\tau} - \delta_{1\tau} Y_{v,\tau-1} \quad (6)$$

que corresponde a la parte no explicada por la variable respuesta y que a su vez depende de la variable excitación mediante un proceso de transferencia:

$$Z_{v,\tau} = w_{o\tau} X_{v,\tau\text{-}b} + w_{1\tau} X_{v,\tau\text{-}b\text{-}1} + N_{v,\tau} \quad (7)$$

En la estimación de $w_{o\tau}$ y de $w_{1\tau}$ para el caso especial de una relación entre precipitaciones y escurrimiento se puede aprovechar el hecho que las precipitaciones mensuales son independientes, lo que evita tener que remover la dependencia en la serie X antes de proceder a estimar los parámetros. Por otra parte dado que (7) es una FT sin términos autorregresivos su función respuesta a impulsos, fri, es:

$$\begin{aligned} v_{i\tau} &= 0 && \text{para } i < b \\ v_{i\tau} &= w_{o\tau} && \text{para } i = b \\ v_{i\tau} &= w_{1\tau} && \text{para } i = b+1 \\ v_{i\tau} &= 0 && \text{para } i > b + 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Multiplicando (7) por $X_{v,\tau-\kappa}$ para k=b y k=b+1 y tomando valor esperado se encuentra que:

$$w_{o\tau} = \rho_{ZX}(\tau,\tau\text{-}b)\, \sigma_{Z\tau} / \sigma_{X\tau\text{-}b} \quad (9a)$$

$$w_{i\tau} = \rho_{ZX}(\tau,\tau\text{-}b\text{-}1)\, \sigma_{Z\tau} / \sigma_{X\tau\text{-}b\text{-}1} \quad (9b)$$

El proceso que representa los residuos de la función de transferencia, $N_{v,\tau}$, se supone independiente del par de variables (X, Y) por lo tanto de Z, pero puede tener una dependencia intrínseca que podría removerse mediante un esquema del tipo ARMA el cual a su vez puede ser periódico o estacionario. Una vez que se cuenta con la estimación preliminar de los parámetros ellos pueden optimizarse mediante una proceso de minimización de la varianza de los residuos o la selección de cualquier otra función objetivo adecuada.

2.2.- Otras propiedades

En estos modelo además resultan ser periódicos la función respuesta a impulso, la ganancia, G_τ, y el tiempo de respuesta medio, T_τ. La fri para el modelo completo corresponde a:

$$
\begin{array}{ll}
v_{i\tau} = 0 & \text{para } i < b \\
v_{i\tau} = w_{o\tau} & \text{para } i = b \\
v_{i\tau} = w_{1\tau} + w_{o\tau}\,\delta_{1\tau} & \text{para } i = b+1 \\
v_{i\tau} = v_{i-1\tau}\,\delta_{1\tau} & \text{para } i > b+1
\end{array} \qquad (10)
$$

La ganacia, para el caso particular de la función periódica de orden (1,1,0), se calcula como:

$$G_\tau = (w_{o\tau} + w_{1\tau}) / (1 - \delta_{1\tau}) \qquad (11)$$

Similarmente el tiempo de respuesta medio para la función de transferencia periódica de orden (1,1,0) se evalúa como:

$$T_\tau = w_{1\tau} / (w_{o\tau} + w_{1\tau}) + \delta_{1\tau}(1 - \delta_{1\tau}) \qquad (12)$$

EJEMPLOS Y COMPARACION

Para comparar los resultados de la aplicación de un modelo de Función de Transferencia estacionario y otro periódico se han seleccionado cuatro cuencas en las zona central, con las características generales de la Tabla 1

Tabla 1.- Cuencas consideradas en la comparación

Cuenca	Estación	Ubicación	Superficie (Km^2)	Años de registro
Aconcagua	Chacabuquito	32º50´	2400	1940-1985
Claro	Los Queñes	35º00´	350	1940-1985
Ñuble	San Fabián	36º34´	1709	1947-1985
Toltén	Villarrica	39º16´	2860	1940-1985

Las series consideradas corresponden a las de precipitación total mensual sobre la cuenca $P_{v,\tau}$, estimada en base a los registros de estaciones pluviométricas vecinas, y las series de precipitaciones efectivas mensuales, $Q_{v,\tau}$ considerando la razón entre el volumen escurrido mensualmente y la superficie de la cuenca aportante expresado en las mismas unidades que la precipitación. El comportamiento típico de estas series puede apreciarse en las Figuras 1 y 2 en las cuales se incluyen series originales y transformadas

para el caso del rio Claro en Los Queñes. En ella se aprecia la importancia de la periodicidad en el fenómeno.

3.1.- Modelos estacionarios

Al suponer un modelo estacionario, con parámetros constantes, la periodicidad aparente de las series mensuales se remueve por estandarización periódica de cada una de ellas, utilizando las expresiones:

$$Y_{v,\tau} = (Q_{v,\tau} - Q_\tau) / S_{Q\tau} \quad ; \qquad X_{v,\tau} = (P_{v,\tau} - P_\tau) / S_{P\tau} \qquad (13)$$

Q_τ , P_τ corresponden a los promedios mensuales de precipitación efectiva y total respectivamente, mientras $S_{Q\tau}$ y $S_{P\tau}$ a las desviaciones típicas.

Las series estandarizadas se modelaron mediante una Función de Transferencia estacionaria, utilizando los procedimientos clásicos de estimación de parámetros y verificación, de manera que los valores seleccionados definitivamente en cada uno de ellos son los que minimizan la varianza de los errores, (Gebhardt y Vial, 1990). El orden de los modelos, así como los valores de los parámetros respetivos se presentan en la Tabla 2. Como las series resultantes se suponen estacionarias los subíndices han sido eliminados.

Tabla 2. Parámetros de los modelos estacionarios.

Cuenca	Orden	Parámetros		
	r,s,b	δ_1	w_o	w_1
Aconcagua en Chacabuquito	1,1,0	0,833	0,150	-0,108
Claro en Los Queñes	1,1,0	0,793	0,396	0,043
Ñuble en San Fabián	1,1,0	0,751	0,369	0,031
Toltén en Villarrica	1,1,0	0,666	0,445	-0,200

Los residuos resultantes fueron modelados mediante un proceso autorregresivo de orden 1, que resultó en todos los casos como el mejor modelo para remover la dependencia entre ellos:

$$N_\tau = \phi_1 N_{\tau-1} + \varepsilon_\tau \qquad (11)$$

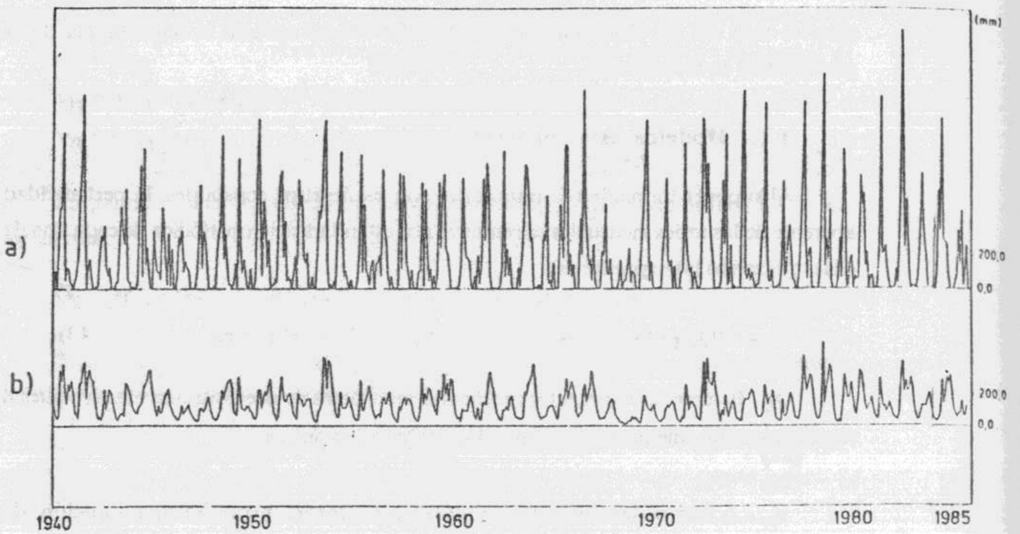

Figura 1.- Series de precipitaciones totales (a) y efectivas (b) para la cuenca de Claro en los Queñes.

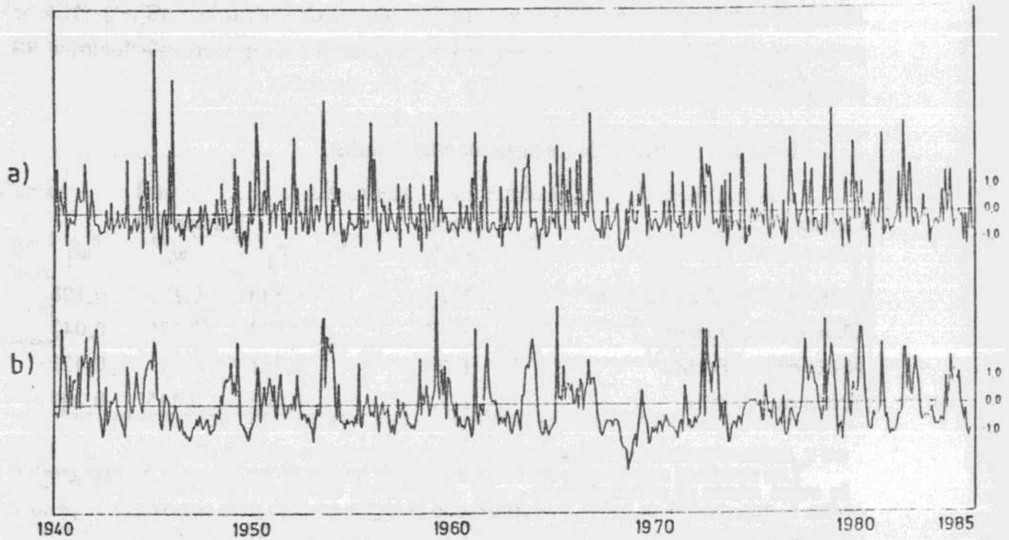

Figura 2.- Series de precipitaciones totales (a) y efectivas (b) centradas y reducidas periódicamente para la cuenca Claro en los Queñes.

cuyas varianzas están relacionadas por :

$$\sigma_\varepsilon^2 = (1 - \phi_1^2)\,\sigma_N^2 \qquad (12)$$

Las varianzas de los residuos, los coeficientes autorregresivos de las series y la varianza final de los ruidos independientes se indica para las cuatro cuencas en la Tabla 3.

Tabla 3. Varianzas de los residuos de los modelos estacionarios.

Cuenca	Varianza Residuos σ_N^2	Coeficiente Autorregresivo	Varianza Residuos σ_ε^2
Aconcagua en Chacabuquito	0,583	0,737	0,271
Claro en Los Queñes	0,582	0,489	0,451
Ñuble en San Fabián	0,796	0,562	0,521
Toltén en Villarrica	0,431	0,510	0,324

Con el esquema descrito la cantidad de parámetros de cada modelo corresponden a los valores de los promedios y desviaciones de precipitaciones totales y efectivas de cada mes, y 5 parámetros adicionales por cuenca para definir la función de transferencia entre las series estandarizadas (δ_1, w_o, w_1, ϕ_1, σ_ε). En total se trata de 48 + 5 parámetros. La cantidad de parámetros periódicos puede reducirse si se considera una representación de ellos mediante series de Fourier.

3.2.- Modelos Periódicos

El interés por modelar periódicamente el proceso se basa en la observación de la periodicidad existente en los coeficientes de autocorrelación de las series de caudales mensuales y en la idea que la transformación de precipitación en escorrentía debe depender de las condiciones de la cuenca las que cambian de un mes a otro.

Las características periódicas evidentes de las series se aprecian en la Tabla 4 en la cual se incluyen además de los promedios y desviaciones de las precipitaciones totales y efectivas los coeficientes de autocorrelación de orden 1 de estas últimas ya que los de las primeras se suponen nulos.

Tabla 4 .- Características periódicas de las series mensuales. (PT : Precipitación Total, PE : Precipitación Efectiva).

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Aconcagua en Chacabuquito												
PT Promedio	2	9	5	33	131	189	187	131	49	31	15	3
PT Desv. Típ.	9	35	14	51	129	182	203	140	63	33	39	8
PE Promedio	71	42	29	18	16	15	16	18	23	36	63	88
PE Desv. Típ.	44	22	13	7	6	6	7	8	11	17	25	50
PE Autoc-1	0,88	0,91	0,93	0,81	0,83	0,77	0,72	0,80	0,85	0,73	0,73	0,73
Claro en Los Queñes												
PT Promedio	19	19	37	125	395	533	534	342	223	136	83	45
PT Desv. Típ.	46	56	57	162	285	331	361	247	200	95	110	63
PE Promedio	137	76	54	50	99	139	176	161	156	184	212	199
PE Desv. Típ.	64	38	21	41	86	90	107	90	76	66	74	85
PE Autoc-1	0,90	0,87	0,69	0,18	0,37	0,56	0,32	0,36	0,60	0,70	0,81	0,84
Ñuble en San Fabián												
PT Promedio	49	35	68	157	468	524	484	325	227	138	74	61
PT Desv. Típ.	64	59	132	178	293	264	268	195	173	102	74	91
PE Promedio	111	59	45	59	156	217	261	224	213	269	278	206
PE Desv. Típ.	56	29	16	60	153	143	126	124	94	85	98	100
PE Autoc-1	0,78	0,84	0,59	0,37	0,50	0,59	0,25	0,25	0,48	0,50	0,69	0,72
Toltén en Villarrica												
PT Promedio	124	102	124	227	610	557	601	4560	331	237	182	141
PT Desv. Típ.	104	80	78	148	260	205	262	228	150	136	123	113
PE Promedio	176	129	125	125	243	366	426	396	338	304	273	232
PE Desv. Típ.	48	32	31	38	116	160	136	111	83	63	68	74
PE Autoc-1	0,48	0,78	0,72	0,60	0,64	0,77	0,48	0,45	0,57	0,58	0,78	0,66

Para cada una de las estaciones se estableció un modelo de Función de Transferencia periódico de orden (1,1,0) entre las precipitaciones efectivas y las precipitaciones totales, ambas periódicamente estandarizadas con los respectivos promedios y desviaciones típicas mensuales. Para cada mes el modelo tiene la forma :

$$Y_{\nu,\tau} = \delta_{1\tau} Y_{\nu,\tau-1} + w_{o\tau} X_{\nu,\tau} + w_{1\tau} X_{\nu,\tau-1} + N_{\nu,\tau} \qquad (13)$$

Una estimación preliminar de los parámetros autorregresivos y de transferencia se obtuvo con las relaciones (5) y (9) respectivamente. Estos se utilizaron como valores iniciales para un procedimiento de optimización minimizando la varianza de los residuos $N_{\nu,\tau}$, para lo cual se empleó el método de Rosenbrock (1960). En todos los casos los residuos resultaron ser no sólo independientes de la precipitación efectiva y total sino

también independientes entre sí, de manera que los parámetros de estos modelos son para cada una $(\delta_\tau, w_{o\tau}, w_{1\tau}, \sigma_{N\tau})$. Los valores estimados finales de estos parámetros para las estaciones consideradas se indican en la Tabla 5.

Tabla 5. Valores óptimos de los parámetros de los modelos periódicos

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Aconcagua en Chacabuquito												
$\delta_{1\tau}$	0,93	0,93	0,94	0,82	0,83	0,77	0,59	0,62	0,72	0,78	0,74	0,68
$w_{o\tau}$	0,12	0,07	0,05	0,14	0,16	0,42	0,42	0,47	0,12	-0,09	0,07	-0,10
$w_{1\tau}$	0,10	0,08	0,04	0,07	0,20	0,16	0,31	0,16	0,21	-0,09	0,07	0,27
$\sigma_{N\tau}$	0,39	0,34	0,32	0,54	0,44	0,40	0,49	0,33	0,44	0,65	0,66	0,61
Claro en Los Queñes												
$\delta_{1\tau}$	0,95	0,86	0,74	0,20	0,39	0,63	0,13	0,35	0,36	0,83	0,77	0,82
$w_{o\tau}$	0,00	0,13	0,46	0,61	0,62	0,61	0,76	0,66	0,52	0,19	0,12	-0,03
$w_{1\tau}$	0,07	0,01	-0,10	0,08	-0,01	0,00	0,38	0,13	0,22	-0,21	0,05	0,10
$\sigma_{N\tau}$	0,36	0,44	0,56	0,77	0,69	0,55	0,52	0,65	0,54	0,66	0,55	0,51
Ñuble en San Fabián												
$\delta_{1\tau}$	0,85	0,89	0,54	0,28	0,46	0,58	0,29	0,28	0,36	0,34	0,73	0,73
$w_{o\tau}$	0,31	0,19	0,06	0,81	0,62	0,44	0,45	0,46	0,62	0,38	0,10	0,15
$w_{1\tau}$	-0,03	-0,06	0,41	-0,04	0,04	0,06	-0,01	0,02	-0,03	0,10	-0,03	0,21
$\sigma_{N\tau}$	0,49	0,46	0,68	0,47	0,59	0,66	0,86	0,85	0,63	0,77	0,69	0,62
Toltén en Villarica												
$\delta_{1\tau}$	0,58	0,72	0,64	0,48	0,54	0,78	0,46	0,23	0,20	0,36	0,64	0,60
$w_{o\tau}$	0,53	0,31	0,36	0,55	0,60	0,35	0,56	0,48	0,47	0,41	0,32	0,42
$w_{1\tau}$	0,34	0,14	0,21	0,24	-0,01	0,04	0,16	0,47	0,51	0,36	0,29	0,39
$\sigma_{N\tau}$	0,56	0,53	0,53	0,54	0,48	0,51	0,64	0,55	0,54	0,59	0,43	0,50

En todas las estaciones los valores de los parámetros son efectivamente periódicos. Las características de la respuesta del proceso que dependen de los parámetros del modelo también resultan ser periódicas. Así ocurre con la función respuesta a impulsos, fri, la cual cambia de un mes a otro y también con la ganancia y el tiempo medio de respuesta, cuyos valores se indican en la Tabla 6.

Tabla 6. Valores de la ganancia y el tiempo medio para modelos periódicos

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Aconcagua en Chacabuquito												
G_τ	3,09	2,13	1,38	1,19	2,10	2,54	1,77	1,67	1,16	-0,85	0,52	0,55
T_τ	13,33	13,37	13,32	4,99	5,34	3,64	1,84	1,89	3,18	4,02	3,26	3,68
Claro en Los Queñes												
G_τ	1,58	0,98	0,38	0,87	0,99	1,67	1,31	1,21	1,15	-0,15	0,71	0,36
T_τ	21,81	6,03	2,56	0,38	0,62	1,74	0,48	0,69	0,84	12,87	3,57	5,93
Ñuble en San Fabián												
G_τ	1,90	1,15	1,02	1,06	1,21	1,19	0,63	0,66	0,93	0,72	0,28	1,35
T_τ	5,60	7,59	2,08	0,33	0,90	1,52	0,40	0,43	0,51	0,72	2,33	3,29
Toltén en Villarica												
G_τ	2,06	1,59	1,54	1,51	1,29	1,73	1,34	1,24	1,22	1,21	1,68	2,02
T_τ	1,77	2,90	2,11	1,22	1,16	3,55	1,09	0,80	0,77	1,04	2,22	1,98

3.3.- Comparación

Los modelos periódicos incluyen una cantidad importante de parámetros adicionales a los necesarios para el modelo estacionario. Sin embargo, en los procesos de transformación de precipitación en escurrimiento es posible justificar la mayor cantidad de parámetros en base al comportamiento variable de los fenómenos de recesión de caudales y respuesta de las cuencas a las precipitaciones. Desde el punto de vista estadístico un criterio para comparar los resultados de ambos tipos de modelos es la varianza del fenómeno que alcanza a quedar explicada por el modelo, o inversamente la varianza de los residuos no explicados, los que se comparan en la Tabla 7. En ella se incluyen las varianzas de los residuos N y ε en el caso del modelo estacionario y la de los residuos N correspondientes al caso en que los parámetros se estiman por el método de momentos y al caso en que han sido optimizados. Se aprecia que aunque ellos no se optimicen siempre se logra reducir la varianza de los residuos con el modelo periódico.

Tabla 7. Varianzas de los residuos

Cuenca	F.T. Estacionaria		F.T. Periódica, Var ε	
	Var. N	Var. ε	Momentos	Optimos
Aconcagua en Chacabuquito	0,583	0,271	0,236	0,228
Claro en Los Queñes	0,582	0,451	0,344	0,326
Ñuble en San Fabián	0,797	0,521	0,438	0,427
Toltén en Villarica	0,431	0,322	0,302	0,282

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una metodología para considerar la periodicidad en modelos del tipo Función de Transferencia cuando se aplican al caso de relaciones precipitación escurrimiento a nivel mensual.

En primer lugar se observa que la periodicidad en este tipo de series hidrológicas va más allá del efecto sobre los primeros momentos de las series y que involucra a los parámetros del modelo. Si bien en general se pueden establecer modelos periódicos de cualquier orden la parsimonia en la estimación de los parámetros obliga a aceptar modelos sencillos de bajo orden. En este caso se muestra la situación de modelos de $FT_\tau(1,1,b)$, para los cuales se presenta el método de momentos para la estimación de los parámetros, los que posteriormente sirven como valores iniciales para su optimización, considerando como función objetivo la minimización de la varianza de los residuos no explicados por el modelo.

La metodología expuesta se aplica al caso de cuatro cuencas de la Zona Central de Chile y se comparan los resultados con un modelo similar pero estacionario. Se aprecia que en todos los casos los modelos periódicos logran una reducción de la varianza de los ruidos significativamente menor. También queda de manifiesto en los resultados que las características derivadas del proceso, como la función respuesta a impulsos, la ganancia y el tiempo de respuesta medio, son efectivamente periódicos.

AGRADECIMIENTOS

Este artículo resume parte de los trabajos desarrollados en el contexto del proyecto de investigación FONDECYT 689/91 que cuenta con el aporte del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, el cual se agradece. También se agradece a la Dirección General de Aguas la información sobre escurrimientos y precipitaciones utilizadas en este trabajo.

REFERENCIAS

Box y Jenkins, 1976. Time Series Analysis. Forecasting and Control. Holden day, San Francisco.

Fernández, B. 1991, Watershed Response to Metheorological Droughts. XXIV IAHR Congress, Madrid, España.

Fernández, B. Vial, A. y A. Gebhardt, 1990. Efecto de las Sequías Meteorológicas sobre los caudales. XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Montevideo, Uruguay, Vol 2, 815-826.

Fernández, B. 1985, Análisis de la Periodicidad en Series Hidrológicas. Estudios en Honor de Francisco J. Domínguez. Anales de la Universidad de Chile. Quinta Serie, N°8, Agosto, pág.635-653.

Gebhardt, A. y A. Vial ,1990, Sequías hidrológicas en la Zona Central de Chile. Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil con Mención en Hidráulica. Universidad Católica de Chile.

Peña, D. 1987. Estadística. Modelos y Métodos. Vol 2. Métodos Lineales y Series Temporales. Alianza Universidad Texto.

Rosenbrock , H.H., 1960, An Automatic Method for Finding the Greates or the Least Value of a Function. The Computer Journal, Vol. 3, N°175.

Salas, J.D. y B. Fernández. 1989, Models for Data Generation of Time Series. Univariate Techniques. International Meeting NATO, Valencia, España.

Salas, J. D., Delleur, J.W., Yevjevich, V. y W.L.Lane (1981), Applied Modeling of Hydrologic Time Series. Water resources Publications, Littleton, Co.

Vargas X., Brown, E. y Sandoval, G. , 1986, Un modelo de Función de transferencia para el pronóstico de caudales en tiempo real. XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Sao Paulo, Brasil, Vol. 2 168-199.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
X CONGRESO NACIONAL

REPRESENTACION DE TORMENTAS HORARIAS

EDUARDO VARAS C.(*)

ORLANDO LOPEZ U.(**)

RESUMEN

Este trabajo presenta el modelo de pulsos rectangulares de Neymann-Scott aplicado a la representación de tormentas a nivel horario y su utilización y validación usando datos históricos de 526 tormentas registradas en la zona central y sur de Chile.

Se concluye que este modelo constituye una valiosa herramienta para modelar tormentas, ya que requiere estimar sólo 5 parámetros y preserva adecuadamente las características principales de las tormentas. El modelo mantiene la intensidad media y la varianza horaria de las lluvias registradas, así como la magnitud media, la duración media y la varianza de la duración de las tormentas. El trabajo incluye la comparación entre los estadígrafos anteriores para los registros observados y registrados en 9 estaciones pluviográficas. Adicionalmente, se ilustra el uso de este modelo de tormentas como una herramienta para estimar las probabilidades asociadas a las crecidas de un lugar.

(*) Prof. Depto. Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Decano Facultad de Ingeniería, Casilla 306-Correo 22, Santiago, Chile.

(**) Investigador Depto. Ing. Hidráulica y Ambiental.