locidad a la entrada es visible y quedó de manifiesto en las experiencias realizadas.

5. CONCLUSIONES.

Los resultados alcanzados permiten concluir que la eficiencia de captación de una ranura de fondo rectangular de bordes biselados es función del número de Froude a la entrada, de la longitud relativa de la ranura y del ancho relativo del canal.

Las experiencias de laboratorio se han resumido en expresiones analíticas, que permiten estimar la eficiencia en función de las variables anteriores, para alturas relativas h1/hc en el rango 0,4 a 0,95 y anchos relativos de ranura (l/h1) entre 0,6 y 2,0. Los resultados son válidos para escurrimientos torrenciales en canales rectangulares sin pendiente.

6. AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen la colaboración prestada por el Ing. de Ejecución Sr. Mario Merlo B. quien realizó las mediciones experimentales.

7. REFERENCIAS.

HENDERSON, F.M. (1966) "Open Channel Flow", The Macmillan Co, Nueva York.

NASSER, M.S., P. VENKATARAMAN y A.S. RAMAMURTHY, (1980) "Flow in a Channel with a Slot in the Bed", Journal Hydraulics Research, Vol. 18, Nº4, International Association of Hydraulics Research, Delft.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

VI CONGRESO NACIONAL

ANALISIS TEORICO Y EXPERIMENTAL DE UNA CHIMENEA DE EQUILIBRIO CON ADUCCION DE SECCION VARIABLE

Alejandro Steiner, Dr. Ing. (1)
Rodrigo Caro, M. Sc. (2)
Gregorio Fernández, Ing. (2)

RESUMEN

En este trabajo se hace un análisis teórico del movimiento impermanente de un líquido incomprensible en el interior de una tubería de sección variable para derivar la ecuación dinámica. Esta ecuación se aplica a la aducción de una central hidroeléctrica para encontrar las ecuaciones que determinan las fluctuaciones de nivel en la Chimenea de Equilibrio. Se compara esta derivación de la ecuación dinámica con la derivación clásica, como la hecha por Jaeger, y se concluye que en esta última faltan términos y que el área equivalente de la tubería está incorrectamente precisada. Se expone los resultados de ensayos de toma y rechazo de carga hechos en la central Pangal y se los analiza críticamente a la luz de las dos versiones de la ecuación dinámica señaladas más arriba.

(1) Socio de CADE-IDEPE, Ingeniería y Desarrollo de Proyectos

(2) Ingeniero de CADE-IDEPE, Ingeniería y Desarrollo de Proyectos

1.- INTRODUCCION

El estudio y diseño de las chimeneas de equilibrio se ha extendido en el tiempo a lo largo de varias décadas, desde el comienzo de la construcción de centrales hidroeléctricas en la segunda mitad del siglo pasado. Resulta difícil concebir que pueda encontrarse resultados que discrepen con la práctica del análisis y diseño de estas estructuras y por ello presentamos el análisis y los ensayos que siguen con la mayor reserva.

Nos preocuparemos aquí de la ecuación dinámica que gobierna las fluctuaciones de nivel en una Chimenea de Equilibrio cuya aducción tiene una sección de paso de área variable. Presentaremos la derivación usual de la ecuación hecha en la literatura, a la que opondremos una deducción propia. A continuación mostraremos los resultados de ensayos de toma y rechazo de carga hechos en la central hidroeléctrica Pangal. Analizaremos estos resultados a la luz de la ecuación encontrada en la literatura y a la luz de nuestra propia derivación y procuraremos determinar cual es la que mejor describe los resultados experimentales.

2.- ANALISIS TEORICO

2.1 Derivación clásica de la ecuación de movimiento para la Chimenea de Equilibrio

Reproduciremos aquí una derivación de la ecuación semejante a la hecha por (Jaeger, 1972). La ecuación se aplica a chimeneas cuya aducción tiene una sección de área constante.

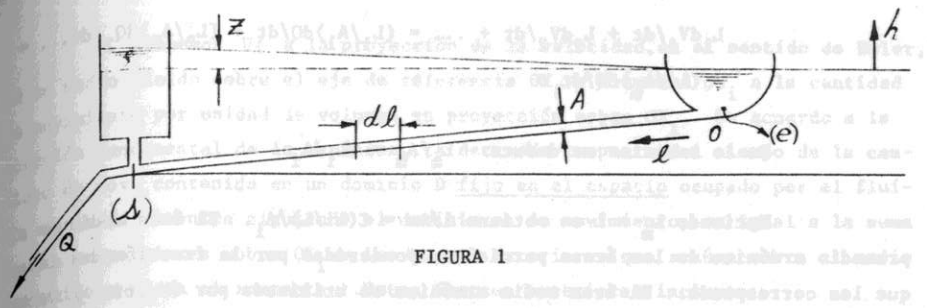


FIGURA 1

Las fuerzas que actúan en la dirección del eje del ducto y que se aplican sobre el elemento de largo dl son:

El peso $\rho\ g\ A\ dh$

La presión $-A\ dp = -A\ \rho\ g\ (Z-h)$

La fricción $-\rho\ g\ A\ i\ dl$

La ecuación dinámica del elemento dl se escribe:

$$\rho\ A\ dl\ \frac{dV}{dt} = A\ \rho\ g \cdot d(Z-h) - \rho\ g\ A\ i\ Dl$$

Integrando entre la entrada del ducto (E) y la salida del ducto bajo la chimenea (S) y considerando que $iL = F|V|V$, se obtiene:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{-g}{L}\ (Z_s + FV|V|) \qquad (1)$$

La cota piezométrica del agua en el ducto bajo la chimenea Z_s es igual a la altura del agua en la chimenea.

Cuando la aducción tiene una sección de área variable, Jaeger señala que debe calcularse un área media de la sección transversal y un largo medio tales que la cantidad de movimiento del agua en el túnel de largo y área medios sean iguales a los del túnel real. Esta área media es la que debe usarse en las ecuaciones asociadas de balance de masas.

Jaeger suma los términos equivalentes al miembro izquierdo de la ec. (1), correspondientes a cada tramo.

$$L_1 dV_1/dt + L_2 dV_2/dt + \ldots = (L_1/A_1)dQ/dt + (L_2/A_2)dQ_2/dt \ldots =$$
$$= (Lm/A_m)dQ/dt$$

De lo anterior se deduce: $L_m/A_m = \Sigma L_i/A_i$

Haciendo $L_m = L$ se obtiene $1/Am = \Sigma(Li/L)/A_i$. El área media es el promedio armónico de las áreas parciales, ponderadas por la fracción del largo que les corresponde. El área media armónica es utilizada por (Martin y Jackson, 1972), (Anderson, 1978) y numerosos otros autores.

A nuestro juicio cuando la aducción tiene un área variable, la ecuación de mov. contiene más términos que los que figuran en (1) y además no se requiere definir un área media. Para demostrarlo, es necesario comenzar la deducción con las ecuaciones generales de movimiento expresadas en forma integral.

2.2 Ecuación de movimiento a partir de la forma integral del teorema de la cantidad de movimiento

(Germain, 1973); (Milne Thomson, 1960); (Fortier, 1975) y otros presentan las ecuaciones de movimiento de un fluido bajo forma integral.

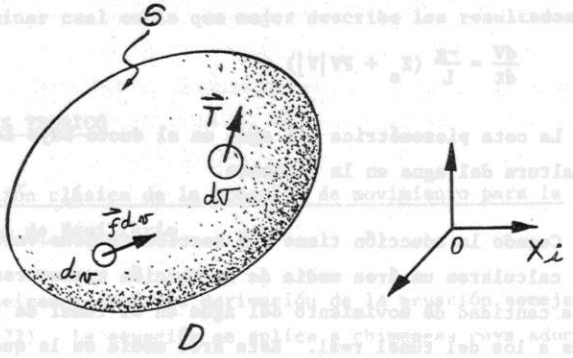


FIGURA 2

Llamemos U_i a la proyección de la velocidad, en el sentido de Euler, de un medio fluido sobre el eje de referencia OX_i y llamemos ρU_i a la cantidad de movimiento por unidad de volumen en proyección sobre OX_i. De acuerdo a la ecuación fundamental de la mecánica, la derivada respecto del tiempo de la cantidad de mov. contenida en un dominio D fijo en el espacio ocupado por el fluido, derivada obtenida siguiendo el dominio en su movimiento, es igual a la suma de las proyecciones sobre OX_i de las fuerzas exteriores que actúan sobre el medio contenido en D en el instante t. Estas fuerzas exteriores incluyen:

a) Las fuerzas por unidad de volumen, que provienen de campos exteriores, como el de la gravedad, que ejercen sobre el elemento de volumen dv una fuerza $f_i \cdot dv$ en proyección sobre OX_i.

b) Las fuerzas de superficie, que se ejercen sobre la superficie S del dominio D y definidas, para un elemento de superficie $d\sigma$ de S, por el tensor de esfuerzos σ_{ij}. Esto quiere decir que sobre un elemento de superficie $d\sigma$, definido por el vector unitario $\hat{n}$ normal al elemento de superficie $d\sigma$ y que apunta de adentro hacia afuera de S, se ejerce una fuerza $\vec{T}d\sigma$ tal que las proyecciones del vector $\vec{T}$ son

$$T_i = \sigma_{ij}\, n_j = T_{1i}\, n_1 + T_{2i}\, n_2 + T_{3i}\, n_3$$

La aplicación del teorema de la cantidad de mov. conduce a la ecuación integral de mov. para la componente según el eje OX_i. Utilizaremos la convensión de sumatoria sobre índices repetidos.

$$\int_D \frac{\partial \rho U_i}{\partial t}\, d\sigma + \int_S \rho U_i (\vec{V}\cdot\hat{n})\, d\sigma = \int_D f_i \cdot d\sigma + \int_S \sigma_{ij} n_j\, d\sigma \qquad i = 1,2,3$$

Si ρ es constante, como en el caso que nos ocupa entonces $\partial \rho U_i/\partial t = \rho \partial U_i/\partial t$. Juntando en una sola ecuación vectorial las tres ecuaciones escalares anteriores, podemos escribir:

$$\int_D \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}\, d\sigma + \int_S \rho \vec{V}(V\cdot n)\, d\sigma = \int_D \vec{f} d\sigma + \int_S \sigma_{ij} n_j \hat{k}_i\, d\sigma \qquad (2)$$

En la ecuación anterior $\hat{k}_i$, i = 1,2,3 son los vectores unitarios de la base de referencia. En el caso de un fluido newtoniano, los esfuerzos son por definición proporcionales a las velocidades de deformación del medio:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(\partial U_i/\partial X_j + \partial U_j/\partial X_i)\delta_{ij}$$

En esta expresión δ_{ij} es el delta de Kronecker, igual a 0 si $i \neq j$ e igual a 1 si $i = j$, p es la presión, μ y η son los coeficientes de viscosidad y e es la divergencia de la velocidad. Definimos: $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$.

Cuando la fuerza por unidad volumen $\vec{f}$ representa el peso, puede expresarse como el gradiente de un potencial $\vec{f} = -\text{grad}\ (\rho gh)$, en que h es la cota de la partícula fluida medida según la vertical ascendente. La ecuación (2) se escribe entonces:

$$\int_D \rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}dv + \int_S \rho\vec{V}(\vec{V}\cdot\hat{n})d\sigma = -\int_D \text{grad}(\rho gh)dv - \int_S p\delta_{ij}n_j\hat{k}_i d\sigma + \int_S \sigma_{ij}n_j\hat{k}_i d\sigma$$

De acuerdo al teorema del gradiente $-\int_D \text{grad}\ (\rho qh)dv = -\int_S \rho\ gh\hat{n}d$, por lo que la ecuación anterior se transforma en:

$$\underset{D\ I}{\int_D \rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}dv} + \underset{S\ II}{\int_S \rho\vec{V}(\vec{V}\cdot\hat{n})d\sigma} = \underset{S\ III}{-\int_S (\rho gh+p)\hat{n}d\sigma} + \underset{S\ IV}{\int_S \tau_{ij}n_j\hat{k}_i d\sigma} \qquad (3)$$

La ecuación (3) tiene un significado físico de aplicación inmediata al problema que nos interesa:

> En un dominio fijo D, la suma de la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento contenida (término I) más el balance de la cantidad de mov. que entra o sale de la superficie S (término II) es igual a la suma de la presión motriz o "head" sobre la superficie S (término III) más la suma de las fuerzas viscosas sobre la superficie S (término IV).

Apliquemos la ec.(3) al ducto de la Figura 1, pero aceptando que en él el área varía en función de la coordenada longitudinal 1. El dominio D estará limitado por los mantos cilíndricos y las superficies A_e y A_s.

Proyectemos la ec. (3) en la dirección de O1 y sea V la proyección de V sobre la dirección de O1. V es una función del largo y el tiempo a través de $V(1,t) = Q(t)/A(1)$, en que Q(t) es el caudal volúmico. Adviértase que $dv = A(1)d1$.

El término (I) de la ecuación (3) se integra de la siguiente forma:

$$\int_D \rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}dv = \int_D \rho\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}dv = \int_D \frac{\rho}{A(1)}\frac{\partial Q}{\partial t}A(1)d1 = \rho\frac{\partial Q}{\partial t}\int_D d1 = \rho L\frac{\partial Q}{\partial t} = \rho LA\frac{\partial V}{\partial t}$$

En la expresión anterior A(1) y V(1,t) están medidos en una misma sección. Adviértase que este término es el que da origen al área media armónica, que aquí no aparece.

Considerando que $V_s A_s = V_e A_e$ el término II de la ec. (3) se integra de la siguiente forma:

$$\int_S \rho\vec{V}(\vec{V}\cdot n)d\sigma = \rho\ V_s^2 A_s(1 - A_e/A_s)$$

La integral de la izquierda es nula en todo el manto del ducto, puesto que no puede haber componente de la velocidad normal al manto del ducto. La integral no se anula solo en las secciones de entrada y salida.

Para la integración del término III de la ec. 3, aceptemos que la cota h de una partícula de agua esta medida a partir del nivel de la bocatoma (ver Figura 1). La cota h es entonces un valor negativo. Sea Z la altura piezométrica del agua en una sección. Entonces la presión de un punto de esa sección está dada por $p = \rho g(-h+Z)$. La presión motriz $p_m = p + gh$ vale entonces $p_m = \rho gZ$, en que Z solo es función del largo y del tiempo. En consecuencia p_m es constante en una sección determinada por un plano vertical.

FIGURA 3

En una sección determinada por un plano vertical, como la de la Figura 3 a cada vector unitario $\hat{n}$ corresponde otro simétrico respecto al centro, de componentes iguales y contrarias. Puesto que Z es constante en la sección, estas componentes contrarias se anulan. En consecuencia la integral sobre S se anula en el manto del ducto y no se anula solo sobre las superficies A_e y A_s.

$$-\int_S (\rho g h + p)\hat{n}d\sigma = -\int_S \rho g Z \hat{n} d\sigma = -(\rho g Z_s A_s - \rho g Z_e A_e)$$

Usualmente el ducto comienza en bocatoma, por lo que $Z_e = 0$.

El término IV de la ec. (3) se transforma de la siguiente forma:

Para un ducto determinado, la suma de las fuerzas viscosas sobre el dominio puede escribirse como $-F'Q^2$ en que F' es una constante.

La ecuación (3) se escribe para el ducto:

$$\rho L A dV/dt + \rho V_s^2 A_s (1 - A_s/A_e) = -(\rho g Z_s A_s + F'Q^2) \qquad (4)$$

De todo lo anterior se desprende que la ecuación (4) se reduce a la ecuación (1) solo si $A_s = A_e$ y $A = A_s$. De aquí se deduce que el área que debe emplearse en el balance de masas, que multiplica la derivada de la velocidad en la ec. (4) es el área de salida A_s. Por la misma razón si $A_s \neq A_e$ la ecuación (4) tiene un término suplementario respecto a la ec. (1).

3.- ANALISIS EXPERIMENTAL

3.1 Descripción de la instalación de Pangal y ecuaciones correspondientes

La central Pangal, ubicada en el río del mismo nombre, capta las aguas del Pangal aguas abajo de su confluencia con el Blanco a la cota aproximada de 1.406 m.s.n.m. El agua es conducida a la central mediante una tubería de madera zunchada de Ø 2,03 m y 3.950 m de largo seguida de un túnel de Ø 2,70 m y 5.090 m de largo. La aducción está dotada de una chimenea de equilibrio diferencial del tipo Johnson de 40 m de alto que se esquematiza en la Figura 4. Las tuberías de presión en acero con un desarrollo de 1.213 m alimentan tres turbinas Pelton directamente acopladas a generadores trifásicos de 60 Hz y 2,3 kV. La altura bruta de caída entre botacoma e inyectores es de 487 m y la altura neta es de 454 m. El caudal de diseño es de 7,07 m3/s.

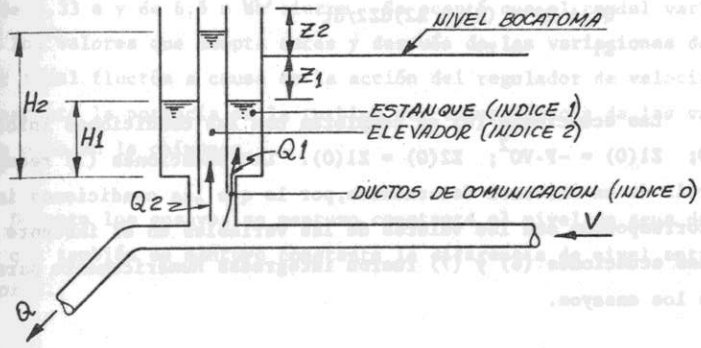


FIGURA 4

ECUACIONES DE LA CHIMENEA

La ecuación (4) se aplica al caso de Pangal, con $A_s = A_e$. Escojamos $A = A_s$. Adviertiendo que el nivel piezométrico en la chimenea está dado por el elevador, se deduce que $Z_s = Z2$.

La ecuación (4) debe acompañarse de un balance de masas en el nodo formado por la confluencia de los caudales del estanque, del elevador, del ducto y las tuberías de presión.

$$
\begin{aligned}
dV/dt &= -(g/L)(Z2 + F|V|V) \\
A \cdot V &= Q1 + Q2 + Q \\
Q2 &= A2\ dZ2/dt \\
Q1 &= A1\ dZ1/dt = AO\sqrt{2g}\ \text{sign}\ (Z2 - Z1)\ \sqrt{|Z1 - Z2|}
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

El elevador de la chimenea de Pangal ha perdido por corrosión un anillo de 1,8 m de alto en la cota 22,2 m, cuya área es 3,5 veces mayor que la del elevador. La parte superior del tubo se mantiene en su lugar gracias a los atiesadores. En consecuencia, cuando el nivel del agua en el estanque sobrepasa la cota 22,2 durante un rechazo de carga, la chimenea se comporta como si solo tuviera elevador con un área igual a la suma de la del elevador y la del estanque. Cuando esta situación tiene lugar las ecuaciones (6) son reemplazadas por:

$$
\begin{aligned}
dV/dt &= -(g/L)(Z2 + F|V|V) \\
A \cdot V &= Q1 + Q2 + Q \\
Q1 + Q2 &= (A1 + A2)dZ2/dt \\
Z1 &= Z2
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

Las ecuaciones (6) se completan con las condiciones iniciales $V(0) = VO$; $Z1(0) = -F \cdot VO^2$; $Z2(0) = Z1(0)$. Las ecuaciones (7) reemplazan la (6) a partir de un instante determinado, por lo que las condiciones iniciales que les corresponden son los valores de las variables en el instante del reemplazo. Las ecuaciones (6) y (7) fueron integradas numéricamente para las condiciones de los ensayos.

3.2 Características de los ensayos y sus resultados

Los ensayos consistieron en la medición de la fluctuación de nivel de agua en el elevador y en el estanque de la chimenea, tras una toma parcial y tras un rechazo parcial de carga.

Los caudales antes y después de las variaciones de carga fueron calculados a través de la medición de la pérdida de carga entre bocatoma y chimenea. Para ello se midió previamente y de manera simultánea tanto el caudal como la pérdida de carga entre bocatoma y chimenea. El flujo para los distintos

caudales tiene lugar bajo régimen plenamente rugoso de modo que la pérdida de carga es proporcional a Q^2. La determinación del factor de proporcionalidad permitió calcular el caudal a partir de la pérdida de carga. El caudal fue aforado para condiciones de caudal constante con un molinete Gurley en el canal de entrada al desarenador, con una precisión de ±5%. La pérdida de carga fue determinada midiendo la cota piezométrica del elevador de la chimenea con un tubo en U lleno de mercurio y nivelando topográficamente respecto al nivel de bocatoma la altura de una de las ramas del mercurio. La precisión de la medida de la cota piezométrica se estima en ±0,02 m.c.d.a. La altura de las fluctuaciones del agua en la chimenea fueron medidas con manómetros calibrados tipo Bourdon, con una precisión de ±0,25 m.c.d.a.

Las pruebas consistieron en una toma de carga desde 4,22 m^3/s hasta 6,48 m^3/s y un rechazo desde 6,33 m^3/s hasta 4,29 m^3/s. Se estima que el límite de error de la medida de caudal es de ±5%. Las tomas y rechazos fueron hechos simultáneamente con las 3 máquinas, con un tiempo promedio de apertura de inyectores de 6,33 s y de 6,5 s de cierre. Se aceptó que el caudal varía linealmente entre los valores que adopta antes y después de las variaciones de carga y que el valor final fluctúa a causa de la acción del regulador de velocidad, que mantiene constante la potencia en la turbina con independencia de las variaciones de altura de agua en la chimenea.

Durante los ensayos se mantuvo constante el nivel de agua de bocatoma, de modo que también se mantuvo constante la diferencia de nivel entre bocatoma e inyectores.

En las Figuras 4 y 5 se muestran las fluctuaciones de nivel en el tubo central y en el anillo registradas durante la toma y el rechazo de carga.

De acuerdo a los límites de error en la determinación del caudal se ha determiando combinaciones de valores máximos y mínimos posibles para el caudal inicial y final de cada prueba.

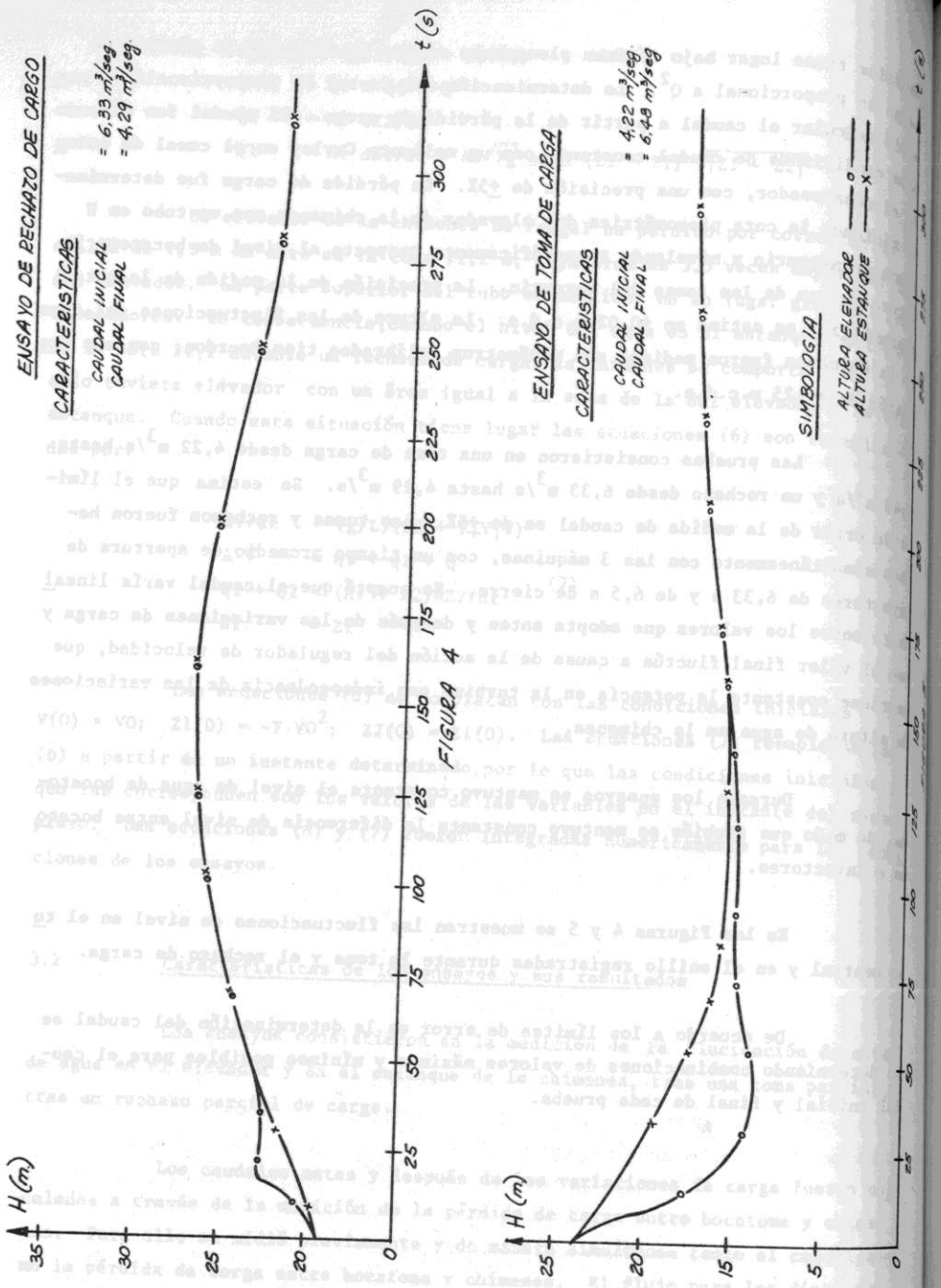


FIGURA 4

TOMA DE CARGA

Caudal inicial = 4,22 m^3/s
Caudal final = 6,48 m^3/s

	Q_I	Q_F
T1	4,43	6,80
T2	4,43	6,16
T3	4,01	6,80
T4	4,01	6,16

RECHAZO DE CARGA

Caudal inicial = 6,33 m^3/s
Caudal final = 4,29 m^3/s

	Q_I	Q_F
R1	6,45	4,51
R2	6,45	4,08
R3	6,01	4,51
R4	6,01	4,08

Los casos de toma, T1 a T4, y de rechazo R1 a R4 se han computado de acuerdo a las ec. 6 y 7, para obtener curvas de simulación, que limitan una banda dentro de la cual debe hallarse la curva experimental en la medida que el modelo de simulación sea válido.

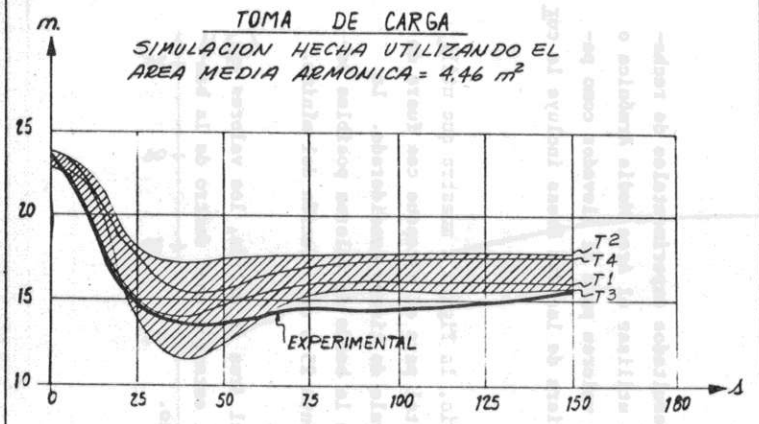
En las Figuras 6 y 7 se presenta los resultados de la simulación de toma de carga utilizando por el valor A en las ec. (6) y (7) el Area Media Armónica y el Area de Salida respectivamente. En las Figuras 8 y 9 se presenta los resultados de la simulación de rechazo de carga, empleando el Area Media Armónica y el Area de Salida.

4.- DISCUSION Y CONCLUSION

Las Figuras 8 y 9 muestran que los resultados experimentales de rechazo de carga no permiten distinguir la validez de utilizar el Area Media Armónica o el Area de Salida. En efecto, tanto la banda de valores para el elevador como para el estanque que resulta de simular con cualquiera de las dos áreas incluye la curva experimental.

Para la toma de carga por el contrario, la Figura 6 muestra que utilizando el Area Media Armónica, la curva experimental para el estanque cae fuera de la banda de valores posibles para todo el intervalo de tiempo considerado. La curva experimental para el elevador cae fuera de la banda de valores posibles para todo el intervalo, salvo durante aproximadamente 25 s de duración del mínimo.

La Figura 7 muestra que utilizando el Area de Salida, los valores experimentales tanto para el elevador como para el estanque caen dentro de la banda de los valores posibles para todo el intervalo.



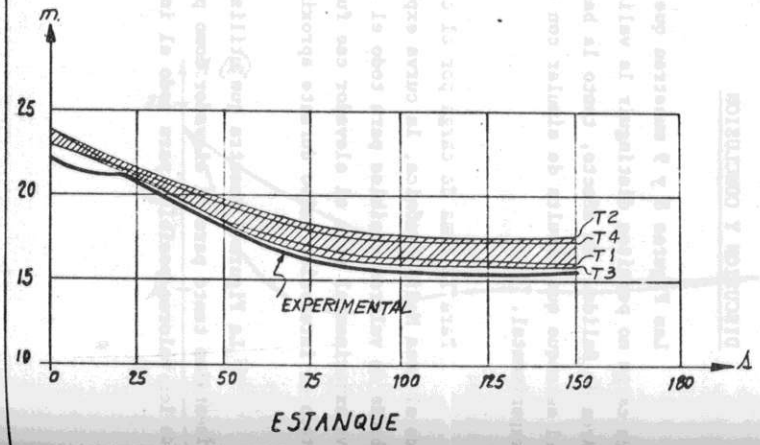
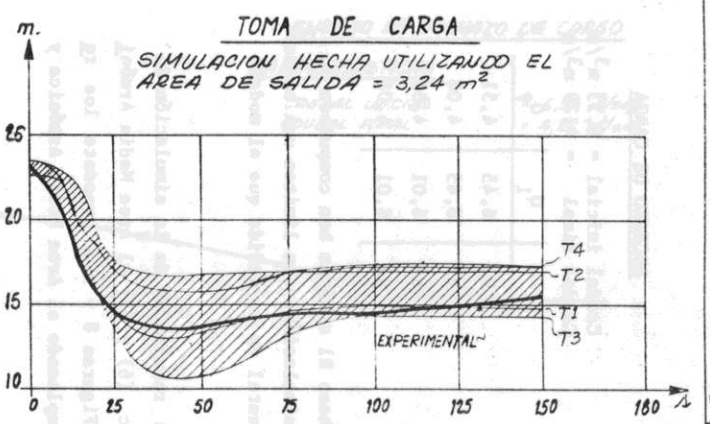


FIGURA 6



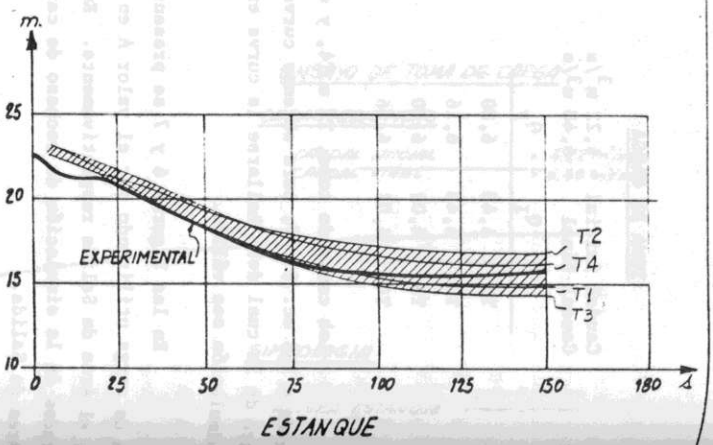
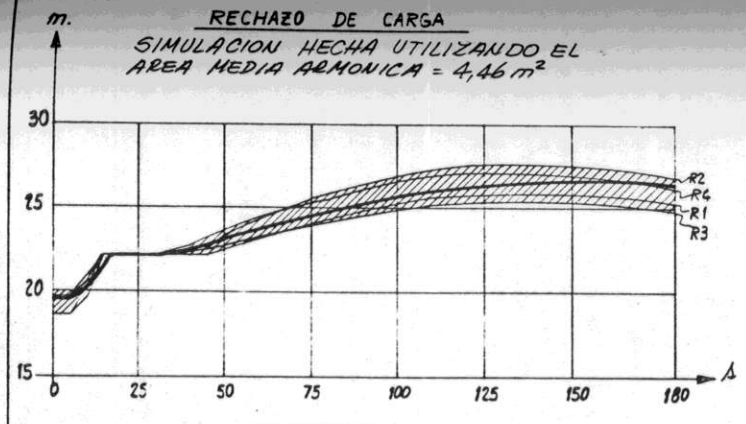


FIGURA 7



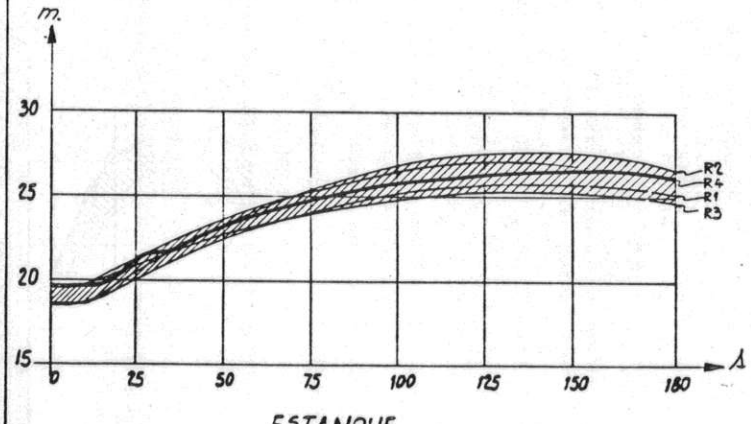
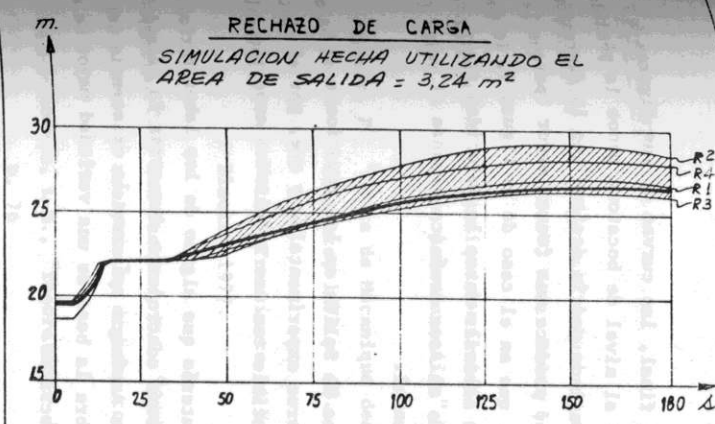


FIGURA 8



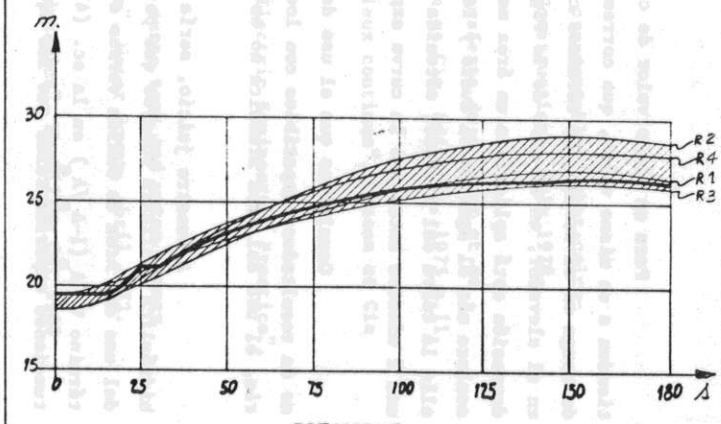


FIGURA 9

Para un mismo valor de caudal final, las curvas de las Figuras 6 y 7 tienden a un mismo valor, que corresponde al nivel de bocatoma menos la pérdida de carga en el ducto. En términos cualitativos podría decirse que la depresión en el elevador, en el caso de la Figura 6, produce una fuerza mayor (porque la depresión está aplicada a un área mayor), que en el caso de la Figura 7, lo que acelera más el agua en el ducto y la hace alcanzar antes la velocidad final. Por ello la curva del elevador obtenida usando el Area Armónica alcanza el valor final 2 minutos antes que la curva experimental.

Concluimos que el uso del Area de Salida en las ecuaciones de balance da resultados compatibles con los valores experimentales y que, por el contrario, el uso del Area Armónica no es compatible con los resultados experimentales.

A nuestro juicio, sería de interés que alguno de los laboratorios de hidráulica realizara ensayos que permitieran controlar o demostrar la falsedad del uso del Area de Salida versus el Area Armónica así como la existencia del término $V_s^2 A_s (1-A_s/A_e)$ en la ec. (4), sobre la base de una variedad mayor de situaciones experimentales que las aquí descritas.

BIBLIOGRAFIA

Anderson, A. "Surge tank solutions using programmable pocket calculators", Water Power & Dam Constructions, July 1978.

Fortier, A. "Mecanique des fluides et transferts de chaleur et de masse par convection" Masson et Cie, éditeurs, 1975 p.11.

Germain, P. "Cours de Mecanique des milieux continus", Masson et Cie éditeurs, 1973 p. 58.

Jaeger, Ch; "Fluid Transients in Hydro-Electric Engineering Practice", Blackie 1977.

Martin, C.S, and Jackson, H.C. "Combined surge tank and water hammer analysis by digital computer", Water Power, Abril 1972.

Milne-Thomson, L.M., "Theoretical hydrodynamics", MacMillan Co, 1960 p. 76