

- 4.6 Pontani, Klaus. "Determinación Teórico- Experimental de los Coeficientes de Resistencia de una Chimenea de Equilibrio de Orificio Restringido". 501
- 4.7 Cornejo, Jorge y Luis Arrau. "Drenaje Empotramiento Derecho Embalse Paloma". 517

TEMA 1

MECANICA DE FLUIDOS E  
HIDRAULICA FUNDAMENTAL

CALCULO DE LA ALTURA OPTIMA DE UNA CHIMENEA BASADO EN EL  
MODELO GAUSSIANO DE DISPERSION ATMOSFERICA

Roberto Abeliuk R.

RESUMEN

El presente trabajo propone una fórmula sencilla para calcular la altura óptima de una chimenea. Este cálculo está basado en el modelo Gaussiano de difusión atmosférica y puede ser aplicado a cualquier contaminante emitido por una fuente emisora puntual conociendo sólo algunas condiciones meteorológicas de fácil medición y la cantidad y naturaleza del contaminante.

MSc Ingeniería (Inglaterra). Profesor Departamento de Ingeniería Hidráulica, Escuela de Ingeniería, Universidad Católica de Chile.

## 1.- Introducción.

Los modelos matemáticos de contaminación atmosférica han sido aplicados en múltiples ocasiones para predecir el nivel de contaminantes en un punto dado. Las ventajas de estos modelos residen en que son de fácil aplicación y que a la vez permiten estimar con bastante exactitud la concentración de contaminante mediante mediciones meteorológicas sencillas.

El modelo Gaussiano de contaminación atmosférica es sin lugar a dudas el que ha encontrado mayor utilización debido a que simula correctamente muchas de las situaciones que comúnmente ocurren en estudios de contaminación aérea. Este modelo derivado de la ley de Fick de difusión, supone una fuente emisora constante en el tiempo y que la magnitud y dirección del viento permanecen invariables mientras dura la emisión de contaminantes.

De acuerdo con el modelo Gaussiano, la difusión de contaminantes en la atmósfera ocurre solamente en la dirección vertical,  $z$ , y en la dirección perpendicular al viento,  $y$ , despreciándose así la difusión en la dirección del viento,  $x$ .

Las difusiones en las direcciones antes mencionadas son del tipo Gaussiano o normales, es decir la función de distribución de concentraciones obedece una relación descrita por la fórmula de Gauss.

En este artículo se describe brevemente el modelo Gaussiano y se presenta una aplicación de éste al cálculo de la altura óptima de una fuente emisora de modo de obtener el mínimo de contaminación al nivel del suelo.

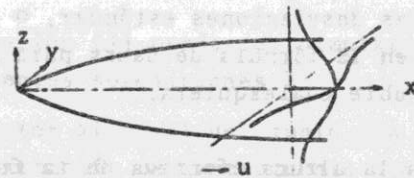


Figura 1. Distribuciones de la concentración de contaminante debidas a una fuente puntual situada en  $x = 0$ ,  $y = 0$  y  $z = 0$  con viento uniforme  $u$  en la dirección  $x$ .

## 2.- El modelo Gaussiano.

El modelo Gaussiano de difusión de contaminantes en la atmósfera permite calcular la concentración de éstos en cualquier punto de coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

La concentración  $C$ , de contaminante está dada por la siguiente expresión :

$$C(x,y,z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right] \left\{ \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-he}{\sigma_z}\right)^2\right] + \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z+he}{\sigma_z}\right)^2\right] \right\} \quad (1)$$

Donde  $Q$  es la velocidad de emisión de contaminante medida a la salida de la chimenea o fuente emisora.

Esta fórmula supone que la fuente emisora está colocada en el punto  $x = 0$ ,  $y = 0$  y  $z = 0$ .  $y$  y  $z$  representan las coordenadas del punto donde se desea estimar la concentración de contaminante.  $x$ , la tercera coordenada, es la distancia viento abajo medi-

da desde la fuente emisora.

$\sigma_y$  y  $\sigma_z$  son las desviaciones estándar, o coeficientes de difusión, descritas en la fórmula de Gauss para la distribución normal de una variable cualesquiera.

$h_e$  representa la altura efectiva de la fuente emisora y está dada por la suma de la altura física de ella,  $H_f$  y una altura adicional,  $\Delta h$ , debida al empuje con que salen los gases calientes de una chimenea emisora y que tienen una velocidad de salida  $v$ . Así,

$$h_e = H_f + \Delta h \quad (2)$$

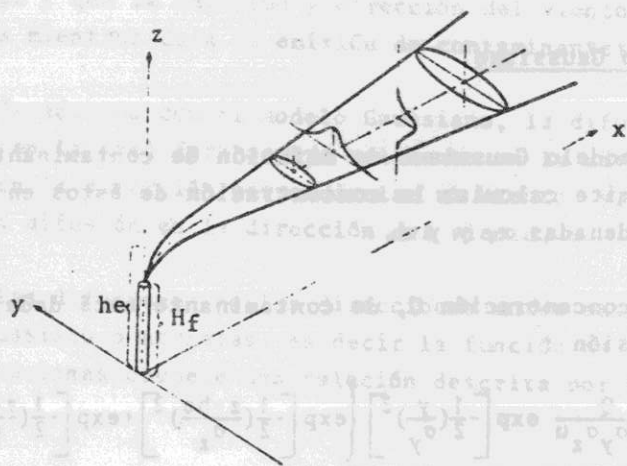


Figura 2. Distribuciones de la concentración de una fuente puntual continua de altura efectiva  $h_e$  (altura física de la chimenea  $H_f$  más altura del penacho  $\Delta h$ ) previstas por la ecuación de Gauss.

El segundo término en  $z$  de la ecuación (1) se incluye ya que se supone que el suelo actúa como un reflector perfecto de

los contaminantes. El efecto de esta reflexión es el de aumentar la concentración de contaminante en la dirección del viento.

La ecuación (1) puede ser simplificada si se toman en cuenta las siguientes suposiciones:

- i) Para un detector al nivel del suelo (ya que sólo interesa saber la concentración de contaminante que llega al suelo y no la difundida por la atmósfera)  $z = 0$ , luego

$$C(x, y, z=0) = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z u} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{h_e}{\sigma_z}\right)^2\right] \quad (3)$$

- ii) La concentración máxima de contaminante ocurre justo bajo la línea central del penacho, con lo que  $y = 0$ .

Entonces

$$C(x, y=0, z=0) = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z u} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{h_e}{\sigma_z}\right)^2\right] \quad (4)$$

La ecuación (4) es la que se utiliza normalmente en estudios de contaminación atmosférica y requiere conocer  $Q$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $h_e$  y  $u$ .

### 2.1. Estimación de los parámetros $Q, \sigma_y, \sigma_z, h_e$ y $u$ .

La concentración de contaminante en el suelo,  $C(x, y=0, z=0)$  es proporcional a la velocidad con que se emiten los contaminantes.

Estas emisiones son estimadas de 3 maneras:

- mediante mediciones directas a la salida de la chimenea o fuente emisora.
- llevando a cabo un balance de masa y
- aplicando factores de emisión.

El primer y el último método son los más empleados sien

do la medición directa de contaminantes el procedimiento más exacto.

La estimación de los coeficientes de difusión  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  presenta uno de los problemas más interesantes en estudios de contaminación atmosférica, habiéndose propuesto 2 métodos básicos para su determinación.

El método de Pasquill-Gifford (Pasquill, 1974 y Gifford, 1976) se basa en la clasificación de las condiciones atmosféricas en 6 categorías diferentes, asignadas con letras A a F. Cada una de estas categorías representa una condición atmosférica fácilmente observable y descrita por medidas meteorológicas sencillas como velocidad del viento, nivel de insolación y condiciones de nubosidad.

La Tabla 1 da las 6 categorías de Pasquill-Gifford con sus correspondientes condiciones meteorológicas.

Velocidad del viento m/s	Período Diurno			Período Nocturno	
	Nivel de insolación Fuerte	Mediano	Débil	Parcialmente cubierto: >4/8 nubosidad Baja	< 3/8 nubosidad
< 2	A	A-B	B	-	-
2-3	A-B	B	C	E	F
3-5	B	B-C	C	D	E
5-6	C	C-D	D	D	D
> 6	C	D	D	D	D

Tabla 1. Categorías de estabilidad atmosférica según Pasquill y Gifford.

En la tabla anterior existen las siguientes correspondencias:

A : corresponde a condiciones atmosféricas sumamente inestables

- B : moderadamente inestables
- C : débilmente inestables
- D : neutras
- E : ligeramente estables
- F : moderadamente estables.

Una vez conocidas las condiciones atmosféricas, se procede a determinar los parámetros  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ . Para ello Pasquill y Gifford graficaron valores de  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  versus distancia viento abajo para las diferentes categorías de estabilidad atmosférica.

El segundo método fue propuesto por el Brookhaven National Laboratory (Stern, 1976). Las categorías atmosféricas son descritas en este caso sólo por la velocidad del viento. Los parámetros  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  son entregados bajo la forma de ecuaciones exponenciales del tipo:

$$\sigma_y = ax^b \quad (5)$$

$$\sigma_z = cx^b \quad (6)$$

donde x representa la distancia viento abajo. Los valores de a, b y c se dan a continuación.

a varía entre 0,31 y 0,40

b varía entre 0,71 y 0,91

c varía entre 0,06 y 0,41

Como se señaló anteriormente la concentración de contaminante es inversamente proporcional a la velocidad del viento. Debido a que las mediciones de velocidad del viento son función de la posición del instrumento medidor se utiliza una expresión que corrige el valor obtenido por el instrumento de medición. Así,

$$u = u_1 \left( \frac{h_1}{z} \right)^n \quad (7)$$

donde u, representa la velocidad del viento medida por el instru-

mento a la altura z. El exponente n tiene los valores dados en la Tabla 2

Condición de estabilidad de la atmósfera	n
Inestable	0.20
Neutra	0.25
Ligeramente estable	0.33
Sumamente estable	0.50

Tabla 2. Relación entre el parámetro de estabilidad atmosférica n y la condición de estabilidad de la atmósfera.

La altura efectiva  $h_e$ , representa la suma de la altura física de la chimenea,  $H_f$  y el empuje que adquiere el contaminante debido a su alta temperatura de salida. Este último se conoce como el ascenso  $\Delta h$  del penacho.

$\Delta h$  es función de la velocidad de emisión térmica, de la velocidad del viento y de la altura de la chimenea.

Briggs (Stern, 1976) propuso la siguiente fórmula simplificada para calcular  $\Delta h$  bajo condiciones atmosféricas estables:

$$\Delta h = \frac{5.56 F_b^{3/5} H_f^{2/5}}{u} \quad (8)$$

$F_b$  representa un parámetro de empuje y está dado por

$$F_b = \frac{g Q_T}{\pi C_p \rho T} \quad (9)$$

donde  $g$  : aceleración debida a la gravedad  
 $Q_T$  : velocidad de emisión térmica  
 $C_p$  : calor específico del contaminante  
 $\rho$  : densidad del contaminante  
 $T$  : temperatura absoluta de la atmósfera.

### 3.- Cálculo de la altura óptima de una chimenea basado en el modelo Gaussiano de dispersión atmosférica.

La importancia del valor de  $h_e$  en la concentración máxima de contaminante puede apreciarse analizando más detalladamente la ecuación (4). Si la razón  $\sigma_y/\sigma_z$  permanece constante, la concentración máxima de contaminante ( $C(x_{max}, y = 0, z = 0)$ ) puede ser determinada por diferenciación de (4) con respecto a  $\sigma_z$  e igualando a 0. Se obtiene la siguiente relación :

$$C(x_{max}, y = 0, z = 0) = \frac{2Q}{\pi e (h_e)^2 u} \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \quad (10)$$

La concentración máxima de contaminante para un Q dado se obtiene cuando el valor de  $\sigma_y/\sigma_z$  es máximo, o sea bajo condiciones de extrema estabilidad atmosférica, cuando u es mínimo y para valores pequeños de  $h_e$ .

Suponiendo las condiciones atmosféricas más desfavorables (aquellas que permiten la acumulación de contaminantes) o sea u mínimo y  $\sigma_z/\sigma_y$  máximo, se puede observar claramente que la única variable factible de ser controlada es  $h_e$  o el término altura física de la chimenea para un proceso dado.

El propósito de las medidas de control de la contaminación atmosférica es que en ningún momento se exceda un límite pre establecido de contaminante en ningún punto aún para las condiciones atmosféricas más desfavorables. Este límite en este caso estaría dado por  $C(x_{max}, y=0, z=0)$  el que varía obviamente con la naturaleza del contaminante. La Tabla 3 muestra algunos límites máximos de contaminante permitidos en diversos países del mundo.

Contaminante	Concentración máxima permitida (mg/m <sup>3</sup> )	País
Monóxido de Carbono, CO	11,5	Argentina
	10,0	EEUU, Alemania Federal
	1,0	Bulgaria, URSS, Alemania Oriental
Anhídrido Sulfuroso, SO <sub>2</sub>	0,07	Argentina, Colombia
	0,15	España
	0,08	EEUU
Oxidos de Nitrógeno, NO <sub>x</sub>	0,9	Argentina
	0,1	EEUU
	0,004	Alemania Oriental

Tabla 3. Concentraciones máximas permitidas de algunos contaminantes (Adaptada de Stern, 1976).

#### 4.- Ejemplo numérico de aplicación.

La siguiente información fue obtenida para una fuente emisora de SO<sub>2</sub>.

Fuente emisora	Emisión de SO <sub>2</sub> (kg/h)	Emisión térmica (MW)
Caldera	25	2,13

Para determinar  $h_e$  (y posteriormente  $H_f$ ) se utilizará la expresión (10).

#### Valores utilizados

$$\sigma_y = 0,40 \times 0,91$$

$$\sigma_z = 0,41 \times 0,91$$

$$u = 2 \text{ m/s}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\rho = 2760 \text{ g/m}^3 \text{ para SO}_2 \text{ a } 283^\circ\text{K}$$

$$C_p = 0,15 \text{ cal/g } ^\circ\text{K para SO}_2 \text{ a } 283^\circ\text{K}$$

$$T = 283^\circ\text{K (supuesta)}$$

$$Q_T = 2,13 \text{ MW}$$

$$C(x_{\max}, y=0, z=0) = 0,1 \text{ mg/m}^3$$

de (10),

$$h_e = \sqrt{\frac{2Q\sigma_z/\sigma_y}{C(x_{\max}, y=0, z=0)\pi u}}$$

y de (2)

$$h_e = H_f + \Delta h$$

Reemplazando valores :

$$H_f = 36 \text{ m}$$

En la Figura 3, se graficó concentración de SO<sub>2</sub> versus distancia viento abajo en metros, utilizando la altura de chimenea calculada anteriormente y la ecuación (4). Se observa que en ningún momento la concentración de SO<sub>2</sub> excede el límite máximo permitido de 0,1 mg/m<sup>3</sup>. La concentración máxima estimada de SO<sub>2</sub> es de 0,10 mg/m<sup>3</sup> y ocurre a una distancia de 260 m de la fuente emisora.

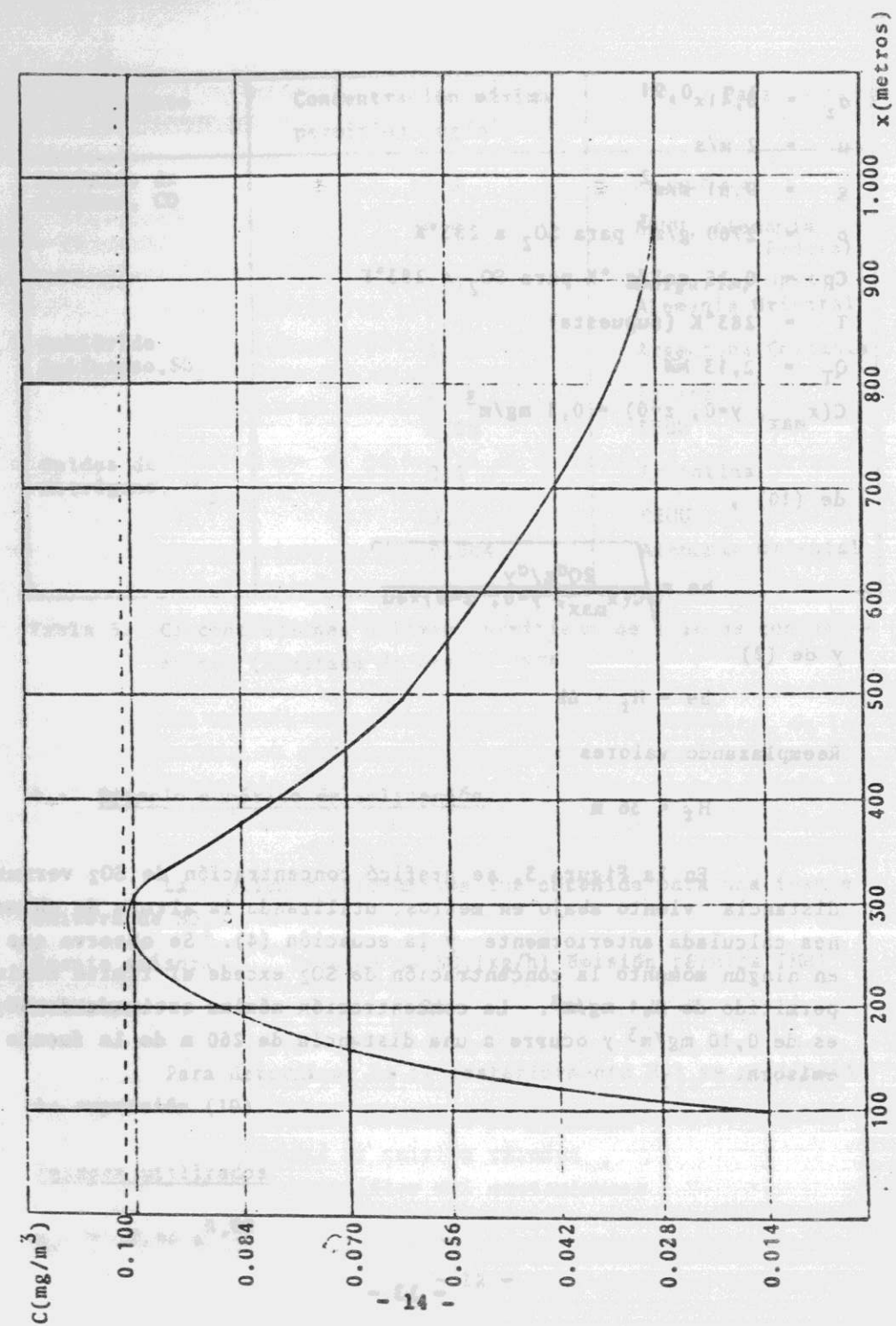


FIGURA 3

Referencias.

- Gifford, F.A.  
Turbulent Diffusion - Typing Scheme : A Review  
Nuclear Safety 17, 68 (1976).
- Pasquill, F.  
Atmospheric Diffusion  
John Wiley and Sons, (1974).
- Stern, A.C., Editor  
Air Pollution, Volumes 1 and 5.  
Academic Press (1976).