

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**  
**XXVI CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**VINCULACIÓN DE LAS ESCALAS TEMPORALES GRUESA Y FINA: UNA  
METODOLOGÍA SENCILLA BASADA EN PROCESOS POISSON PARA LA  
SIMULACIÓN DE PRECIPITACIONES CONTINUAS**

**ROSA VARGAS V.<sup>1</sup>**  
**CRISTIÁN CHADWICK I.<sup>2</sup>**  
**JORGE GIRONÁS L.<sup>3</sup>**

**RESUMEN**

La reproducción exacta de las estadísticas de los eventos pluviométricos (duración, magnitud, intensidad y tiempo seco hasta el siguiente evento) es fundamental para predecir los futuros retos a los que se enfrentarán las infraestructuras. Así pues, los métodos de generación matemática capaces de reproducir estadísticas clave en escalas temporales finas (por ejemplo, de horarias a diarias) y gruesas (por ejemplo, de mensuales a anuales) son de gran relevancia. Desarrollamos una metodología para generar series continuas de eventos de precipitación de intensidad constante que incorpora formalmente la relación entre escalas temporales gruesas y finas. Siguiendo a Eagleson (1978), que relacionó la distribución de la precipitación anual con las secuencias de tormentas, utilizamos un modelo de proceso de llegada de Poisson y suposiciones sobre las distribuciones que describen la profundidad de las tormentas (distribución gamma) y su duración (distribución exponencial) para producir series continuas de eventos de precipitación, partiendo de datos mensuales. Validamos con éxito nuestro modelo utilizando pluviómetros de diversos climas distribuidos por todo el mundo.

El método propuesto preserva con éxito el vínculo entre las escalas temporales fina y gruesa, al tiempo que mantiene la correlación entre la duración y la profundidad del evento. Asimismo, se conserva la media y la desviación estándar de las precipitaciones mensuales. En la escala temporal fina, los parámetros más precisos se obtuvieron cuando el coeficiente de variación de los eventos de profundidad era superior a uno. A pesar de las diferencias del tiempo entre eventos para los meses con menos de cuatro tormentas, el número total de eventos simulados coincidió con los datos observados y la duración de los eventos, especialmente para las tormentas de duración inferior a un día.

---

<sup>1</sup> Profesor, Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Adolfo Ibáñez - email: cristian.chadwick@uai.cl

<sup>2</sup> Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile; CEDEUS; CIGIDEN; CCG-UC – email: jgironas@ing.puc.cl

<sup>3</sup> Estudiante de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile – email: rbvargas1@uc.cl

## 1. INTRODUCCIÓN

Las precipitaciones afectan a los sistemas humanos y naturales en diferentes escalas temporales, desde escalas finas (por ejemplo, de una hora a un día) a escalas gruesas (por ejemplo, de un mes a un año). A escalas temporales finas, las precipitaciones intensas pueden causar pérdidas humanas y daños a las infraestructuras debido a inundaciones repentinas, anegamientos y erosión (Li et al., 2022; Ohba and Sugimoto, 2019). A escalas temporales gruesas, la falta de precipitaciones afecta a la producción de alimentos, la salud humana y los ecosistemas (Park et al., 2019). Considerar series de precipitaciones largas y continuas con pasos temporales finos permite reproducir estadísticas clave a diferentes escalas temporales esenciales para analizar, diseñar y gestionar una amplia gama de infraestructuras y sistemas (Paschalis et al., 2014; Koutsoyiannis et al., 2003).

Los principales enfoques para generar eventos pluviométricos, ya sea individualmente o como series continuas, se basan en modelos estocásticos, como los procesos puntuales (Rodríguez-Iturbe et al., 1987; Cowpertwait, 1994; Onof and Wheater, 1994), los procesos de Markov (Thayakaran and Ramesh, 2017; Park et al., 2021), y el método k-Nearest Neighbors (k-NN) (Rajagopalan and Lall, 1999). Los modelos de procesos puntuales se han utilizado y validado en diferentes ubicaciones y climas (Bo et al., 1994; Cowpertwait, 1991; Kim et al., 2013; Smithers et al., 2002), y se basan en modelar la llegada de tormentas, denominadas eventos, como un proceso de Poisson. Como resultado, cada evento produce un conglomerado de células de lluvia que pueden distribuirse en el tiempo utilizando modelos de agrupación como Neyman-Scott (Cowpertwait et al., 2011; Burton et al., 2008) o Bartlett-Lewis (Cowpertwait et al., 2007; Vernieuwe et al., 2015; Pham et al., 2013). En el caso de los procesos de Markov, se basan en probabilidades de transición entre estados y suelen acoplarse a una distribución gamma de dos parámetros (véase, por ejemplo, Mhanna and Bauwens, 2012). Por último, los modelos k-NN son un enfoque no paramétrico que genera precipitaciones basándose en el principio de que puntos de datos similares tienen valores de precipitación similares (Lall and Sharma, 1996; Buishand and Brandsma, 2001; Yates et al., 2003).

Diversos autores han propuesto mejoras metodológicas para generar eventos pluviométricos que contengan la posible relación entre las escalas gruesa y fina. El primer enfoque consiste en modificar los modelos originales, mientras que el segundo consiste en combinar diferentes modelos estocásticos para obtener los aspectos más eficaces de cada uno de ellos (Paschalis et al., 2014). Un ejemplo del primer enfoque es presentado por Cowpertwait et al., (2011), en donde modificaron el modelo de pulso rectangular de Bartlett-Lewis cambiando cada perfil rectangular por un proceso de Poisson de profundidades de pulso instantáneas. Por otro lado, un ejemplo del segundo enfoque lo proporcionan Park et al., (2019), en donde desarrollaron un modelo híbrido de generación de precipitaciones basado en la combinación del modelo de media móvil autorregresiva integrada estacional (SARIMA) con los pulsos rectangulares de Bartlett-Lewis modificados (MBLRP). A pesar de que los resultados de estos dos enfoques reproducen las propiedades estadísticas de las precipitaciones observadas desde escalas temporales horarias hasta anuales, estos son difíciles de aplicar porque resulta laborioso ajustar con precisión los parámetros y reducir la escala de las precipitaciones mensuales generadas.

Eagleson (1978) consideró explícitamente la relación entre las escalas temporales fina (horaria) y gruesa (anual) al derivar la función de densidad de probabilidad (FDP) de las precipitaciones anuales utilizando estadísticas que describen los eventos de precipitación. En la derivación, se supuso que las llegadas de tormentas individuales seguían un proceso de Poisson, mientras que la

profundidad y la duración de las tormentas seguían distribuciones gamma y exponencial, respectivamente. El enfoque propuesto para generar la FDP es simple y requiere al menos tres años de registro de precipitación horaria (Meier et al., 2016). Este modelo se ha aplicado con éxito en diferentes lugares con climas subhúmedos y áridos (Eagleson, 1981; Meier et al., 2016), sin embargo no se ha invertido para desagregar las precipitaciones a resoluciones más gruesas (es decir, mensuales) a valores de precipitación horaria, ni para generar valores horarios dadas las estadísticas mensuales.

En este trabajo, proponemos y analizamos una metodología sencilla para generar registros continuos de eventos de precipitación de intensidad constante basada en el enfoque de Eagleson. Para derivar las estadísticas de eventos de tormenta relacionamos la escala temporal gruesa utilizando la media y la desviación estándar de la precipitación mensual, con la escala temporal fina utilizando el número esperado de eventos de precipitación. Adicionalmente, incluimos la correlación observada entre la duración y la profundidad de los eventos (Tarpanelli et al., 2012; Koutsoyiannis et al., 2003). Por otro lado, verificamos si la metodología propuesta es capaz de manejar la no estacionariedad al generar series continuas de eventos de precipitación bajo condiciones climáticas cambiantes. Así, por medio de nuestra metodología es posible generar series de precipitación que vinculan explícitamente las resoluciones gruesa y fina.

## 2. MATERIALES Y MÉTODOS

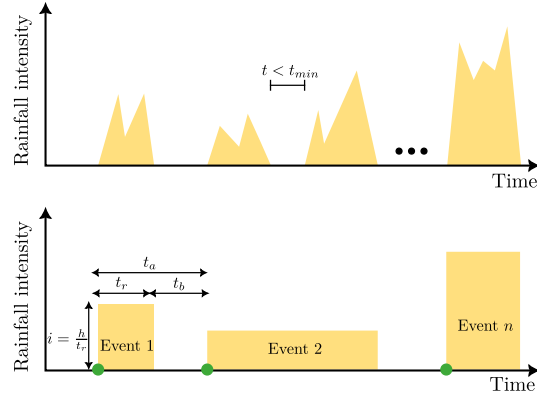
### 2.1 MODELO DE EAGLESON

Eagleson (1978) obtuvo la FDP de la precipitación total  $P$  en un periodo de tiempo  $t$  determinado,  $f_{P(t)(y)}$ . Esta FDP se obtiene utilizando un modelo que supone que las llegadas puntuales de precipitaciones vienen dadas por un proceso de Poisson, mientras que la profundidad ( $h$ ) y la duración ( $t_r$ ) de las precipitaciones vienen dadas por una distribución gamma y exponencial, respectivamente. Para derivar  $f_{P(t)(y)}$ , cada tormenta se redefine como un pulso rectangular denominado evento. La definición de un evento viene dada por un tiempo mínimo de independencia ( $t_{min}$ ) que es la condición para separar cada tormenta en eventos estadísticamente independientes. Si el tiempo entre tormentas es igual o superior a  $t_{min}$ , las tormentas se separan; en caso contrario, las tormentas se combinan en un evento. Estos eventos tienen una anchura y una altura constantes que representan la duración ( $t_r$ ) y la intensidad ( $i$ ) de la tormenta, respectivamente (Figura 1).

La función  $f_{P(t)(y)}$  capta la contribución de múltiples escenarios de tormentas, considerando las probabilidades asociadas al número de tormentas  $v$ , y viene dada por:

$$f_{P(t)(y)} = \sum_{v=1}^{\infty} (f_{P(v)(y)} \cdot P_{\theta|t}(v)) + e^{-\omega t}, \quad y \geq 0 \quad (1)$$

donde  $f_{P(t)(y)}$  es el número de tormentas capaces de producir una cantidad determinada de precipitación ( $y$ ) en un periodo de tiempo determinado ( $t$ ),  $P_{(\theta|t)(v)}$  representa la probabilidad de que se produzcan exactamente  $v$  tormentas en el tiempo  $t$ , y  $e^{-\omega t}$  es la probabilidad de que la cantidad de precipitación sea igual a cero.



**FIGURA 1** Diagrama del modelo Eagleson; cada rectángulo representa un evento, los puntos verdes representan llegadas puntuales de precipitaciones,  $t_r$  duración de las tormentas,  $t_b$  tiempo entre eventos,  $t_a$  tiempo entre llegadas de eventos,  $i$  intensidad de los eventos y  $h$  profundidad de los eventos. Si el tiempo entre tormentas es igual o superior a  $t_{min}$ , las tormentas se separan; en caso contrario, las tormentas se combinan en un único evento (evento 2).

Suponiendo que  $f_{P(v)(y)}$  viene dada por la suma de  $v$  distribuciones gamma independientes e idénticas  $G(\kappa, \lambda)$ , donde la media y la varianza de  $f_{P(v)(y)}$  vienen dadas por  $m_{P(v)} = \frac{v\kappa}{\lambda}$  y  $\sigma_{P(v)}^2 = \frac{v\kappa}{\lambda^2}$ . En el caso de  $P(\theta|t)(v)$ , esta distribución de probabilidad viene dada por un proceso de Poisson, donde la media y la varianza son  $m_{P(\theta|t)} \equiv m_v = \omega t$  y  $\sigma_{P(\theta|t)}^2 \equiv \sigma_v^2 = \omega t$ , siendo  $\omega$  la tasa media de eventos,  $t$  el periodo de tiempo y  $v$  el número de eventos. Sustituyendo las distribuciones  $f_{P(v)(y)}$  y  $P(\theta|t)(v)$  en la Ecuación (1), se obtiene la distribución de densidad de probabilidad compuesta de la precipitación total en un tiempo determinado  $t$ :

$$f_{P(t)}(y) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\lambda(\lambda y)^{v\kappa-1} e^{-\lambda y}}{\Gamma(v\kappa)} \frac{(\omega t)^v e^{-\omega t}}{v!} + e^{-\omega t}, \quad y \geq 0 \quad (2)$$

donde la media y la varianza de  $f_{P(t)(y)}$  pueden escribirse como:

$$E[P(t)] = m_P = m_v m_h \quad (3)$$

$$\text{Var}[P(t)] = \sigma_P^2 = m_v \sigma_h^2 + m_h^2 \sigma_v^2 \quad (4)$$

Las Ecs. (3) y (4) serán esenciales en nuestro método, ya que incluyen la relación entre las escalas temporales gruesa ( $m_P$  y  $\sigma_P$ ) y fina ( $m_v$ ,  $\sigma_v$ ,  $m_h$  y  $\sigma_h$ ). Además, estas ecuaciones podrían aplicarse tanto a la precipitación anual como a la mensual. A efectos de nuestra metodología, suponemos que las Ecs. (3) y (4), junto con  $f_{P(t)(y)}$ , están definidas para la precipitación mensual. La razón principal de ello es que nuestro método genera precipitaciones a escala fina, y necesitamos preservar las diferencias en la cantidad total de precipitaciones para cada mes.

## 2.2 DESCRIPCIÓN DEL GENERADOR DE LLUVIA

### 2.2.1 MÓDULO 1: ADQUISICIÓN DE PARÁMETROS

Este módulo tiene como fin adquirir los parámetros de escala temporal gruesa y fina. En la adquisición de escala temporal gruesa, se utilizan datos de precipitaciones mensuales como entrada ( $P_j$ ), y las salidas son la media ( $m_{P_j}$ ) y la desviación estándar ( $\sigma_{P_j}$ ) para cada mes de enero a diciembre ( $j = 1, 2, \dots, 12$ ), y son las entradas para el Módulo 3. Por otro lado, la adquisición de escala temporal fina toma como entrada datos de precipitación horaria y genera los parámetros necesarios para la generación de eventos de precipitación.

Para la escala temporal fina, los datos pluviométricos horarios se transforman en eventos con el requisito de que haya un  $t_{min}$ . La determinación de  $t_{min}$  es la misma para todos los meses y se basa en el criterio Restrepo-Posada. Este criterio asume una distribución exponencial para el tiempo entre eventos ( $t_b$ ), y  $t_{min}$  se elige para asegurar un coeficiente de variación de 1 ( $CV[t_b] = 1$ ) (Restrepo-Posada and Eagleson, 1982). A continuación, se obtienen los eventos para garantizar que el tiempo máximo entre el final de un evento y el inicio del siguiente sea al menos  $t_{min}$ . Además, este  $t_{min}$  se utiliza en el Módulo 4 para evaluar la función de distribución acumulativa inversa (ICDF) de  $t_b$ .

Una vez identificados los eventos, obtuvimos su duración ( $t_r$ ) y profundidad ( $h$ ). La duración se determina por la diferencia de tiempo entre el final y el inicio de cada suceso, mientras que la profundidad se obtiene como el área bajo la curva entre el inicio y el final del suceso. Para cada mes, determinamos el número de eventos y la duración media de los mismos. Por último, de enero a diciembre, calculamos las medias globales del número de eventos ( $m_{v_j}$ ) y de la duración de los eventos ( $m_{t_{r_j}}$ ), que se utilizan en el Módulo 2, así como  $m_{t_j}$ , que se utiliza en el Módulo 4.

Además, calculamos para cada mes la matriz de covarianza ( $C_j$ ) a partir de la profundidad y duración de los eventos, que es una entrada para el Módulo 4 y se obtiene a partir de la Ec. (5):

$$C_j = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\text{cov}(h_j, t_{r_j})}{\sigma_{h_j} \sigma_{t_{r_j}}} \\ \frac{\text{cov}(t_{r_j}, h_j)}{\sigma_{t_{r_j}} \sigma_{h_j}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_j(h_j, t_{r_j}) \\ \rho_j(t_{r_j}, h_j) & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde  $\text{cov}(h_j, t_{r_j})$  es la covarianza de  $h_j$  y  $t_{r_j}$  y es igual a  $\text{cov}(t_{r_j}, h_j)$  debido a su propiedad de simetría.

## 2.2.2 MÓDULO 2: TIEMPO ENTRE EVENTOS

En este módulo calculamos el tiempo medio entre eventos ( $m_{t_{b_j}}$ ) a partir de los parámetros obtenidos y es la entrada para el Módulo 4. Para obtener  $m_{t_{b_j}}$  utilizamos el supuesto del modelo de Eagleson de que la llegada de eventos viene dada por el proceso de Poisson. Esto significa que, para un mes determinado, la media del tiempo entre llegadas de los eventos es:

$$m_{t_{a_j}} = \frac{\text{Total hours of month } j}{m_{v_j}} \quad (6)$$

Utilizando la Ec. (6), obtuvimos el  $m_{t_{b_j}}$  como la resta entre la duración media de la tormenta y el tiempo de interllegada de los eventos (i.e.  $m_{t_{b_j}} = m_{t_{a_j}} - m_{t_{r_j}}$ ).

### 2.2.3 MÓDULO 3: RELACIÓN ENTRE ESCALAS TEMPORALES FINAS Y GRUESAS

El objetivo de este módulo es obtener los parámetros de forma ( $\kappa_j$ ) y escala ( $\lambda_j$ ) de la distribución gamma de la profundidad de los eventos, que son los datos de entrada del Módulo 4. Para ello, supondremos que la tasa de llegada de eventos viene dada por un proceso de Poisson, por lo que la media y la varianza del número de eventos son iguales ( $m_{v_j} = \sigma_{v_j}^2$ ). A continuación, utilizando la media y la varianza de  $P_j$ , resolvemos las Ecs. 7 y 8 para obtener la media ( $m_{h_j}$ ) y la varianza ( $\sigma_{h_j}^2$ ) de la profundidad de los eventos:

$$m_{h_j} = \frac{m_{P_j}}{m_{v_j}} \quad (7)$$

$$\sigma_{h_j} = \sqrt{\left| \frac{\sigma_P^2 - m_h^2 m_{v_j}}{m_{v_j}} \right|} \quad (8)$$

Por último, utilizando el método de los momentos resolvimos las Ecs. (9) y (10) para obtener  $\kappa_j$  y  $\lambda_j$  de enero a diciembre:

$$m_{h_j} = \frac{\kappa_j}{\lambda_j} \quad (9)$$

$$\sigma_{h_j}^2 = \frac{\kappa_j}{\lambda_j^2} \quad (10)$$

### 2.2.4 MÓDULO 4: GENERACIÓN DE PRECIPITACIONES

El objetivo de este módulo es generar eventos de precipitación, incluyendo para cada evento su profundidad, duración y tiempo entre eventos. Para finalizar el proceso, la iteración debe completar todos los años de datos de registro. Además, hemos definido dos condiciones que deben cumplirse para detener la simulación de cada mes. Si las condiciones se cumplen, la simulación continúa con el mes siguiente; en caso contrario, se deben regenerar los eventos del mes actual. Estas condiciones son: (1) la suma de todas las duraciones de los eventos y los tiempos entre eventos debe ser igual a la duración total del mes, con una diferencia máxima del 1%, y (2) la profundidad máxima generada ( $h_{MaxGen_j}$ ) no debe superar el periodo de retorno de 1000 años. Por ejemplo, para el mes  $j$ , la simulación debe satisfacer las Ecs. (11) y (12):

$$\text{Total hours of month } j \cdot 0.99 \leq \sum_{i=1}^v t_{r_{i,j}} + t_{b_{i,j}} \leq \text{Total hours of month } j \cdot 1.01 \quad (11)$$

$$h_{MaxGen_j} \leq 1000\text{-year return period of month } j \quad (12)$$

A continuación, generamos muestras aleatorias correlacionadas utilizando la descomposición de Cholesky. En primer lugar, la matriz de covarianza  $C_j$  se descompone en el producto de una matriz triangular inferior ( $L_j$ ) y su transpuesta conjugada ( $L_j^T$ ), y puede escribirse como  $C_j = L_j L_j^T$ . En tercer lugar, se genera una matriz  $U_j$  que contiene los vectores de variables aleatorias independientes dadas por una distribución normal estándar ( $U_j = [u_{h,j}, u_{t_r,j}]$ ). Por último, con  $X_j = L_j U_j$  se obtiene la matriz de variables aleatorias correlacionadas  $X_j$ , que contiene los vectores de valores aleatorios correlacionados ( $X_j = [x_{h_j}, x_{t_r_j}]$ ).

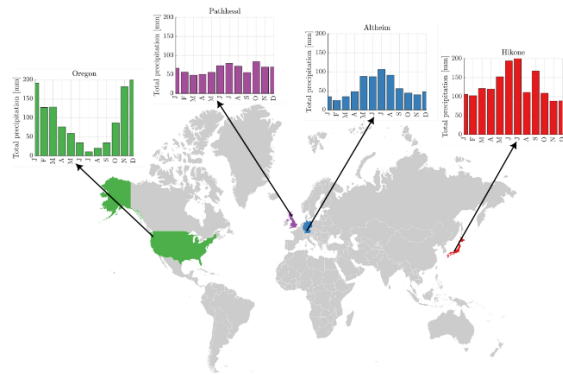
Por último, generamos eventos de precipitación, en términos de profundidad, duración y tiempo de interllegada de los eventos. Para cada mes, simulamos los eventos, uno a uno hasta que satisficieron las Ecs. (11) y (12), o hasta que la simulación alcanzó el número requerido de años. La profundidad del evento se obtiene evaluando  $x_{h_j}$  en la ICDF de gamma, la duración del evento se obtiene evaluando  $x_{t_r_j}$  en la (ICDF) de exponencial, y el tiempo entre eventos se obtiene evaluando  $u_{t_b_j}$  en la (ICDF) de exponencial desplazada, con origen en  $t_{min}$  y  $u_{t_b_j}$  es un número aleatorio distribuido uniformemente entre 0 y 1.

### 2.3 SELECCIÓN DE ESTACIONES Y CONTROL DE CALIDAD

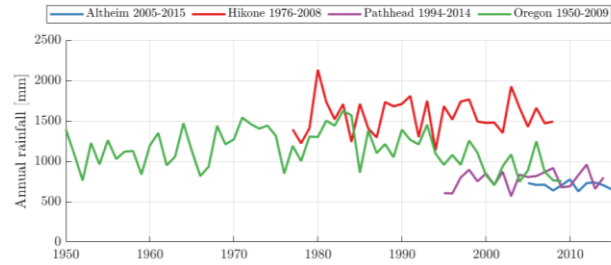
Utilizamos el GSDR (Global Sub-Daily Rainfall Dataset) para obtener los datos de precipitación horaria (Lewis et al., 2019). Este conjunto de datos tiene veinticinco comprobaciones de control de calidad diferentes (Lewis et al., 2019, 2021) que nos permitieron seleccionar estaciones con al menos 10 años de datos, menos del 0,2 % de datos faltantes en todo el periodo y coherencia espacial. Las estaciones seleccionadas se eligieron para cubrir un rango de regímenes de precipitación. Además, para mostrar una estación representativa en los resultados, evaluamos la precipitación anual y seleccionamos la estación con un valor  $p < 0,05$  en la prueba de Mann-Kendall. Esto nos permite mostrar la variación de los parámetros en un periodo estacionario y otro no estacionario.

Las estaciones seleccionadas para el análisis son Altheim (Alemania), Hikone (Japón), Pathead (Reino Unido) y Oregón (Estados Unidos) (Figura 2 a). Los tiempos mínimos entre tormentas varían entre 7,42 y 17,67 horas. Al seleccionar estos lugares tan diversos, podemos examinar una serie de patrones pluviométricos y obtener información valiosa sobre las condiciones climáticas únicas de cada región.

Según la prueba de Mann-Kendall, la estación de Oregón es la única con un valor  $p < 0,05$ , lo que la convierte en el centro de nuestros resultados (véase la Tabla 2 para un resumen de los datos). Para evaluar tanto los regímenes estacionarios como los no estacionarios, dividimos sus datos pluviométricos en dos periodos distintos de 30 años: de 1950 a 1979, que representa un periodo estacionario, y de 1980 a 2009, que representa un periodo no estacionario (Figura 2 b).



(a) Localización de las estaciones seleccionadas. Cada estación representa un régimen pluviométrico diferente.



(b) Precipitaciones anuales de las estaciones seleccionadas. La estación de Oregon puede dividirse en dos periodos: estacionario (1950 a 1979) y no estacionario (1979 a 2009).

**FIGURA 2** Estaciones seleccionadas para el análisis. Estas estaciones presentan diferentes patrones pluviométricos y variabilidad en sus precipitaciones anuales.

**TABLA 2** Estaciones seleccionadas. La única estación con una tendencia estadísticamente significativa es Oregon.

Estación	Latitud	Longitud	Porcentaje de datos faltantes (%)	Inicio registros	Fin registros	Mínimo tiempo entre eventos $t_{min}$ (h)	Test Mann Kendall ( $p < 0.05$ )
Altheim (Alemania)	48.1479	9.4596	0.001	Enero 2005	Diciembre 2015	15.83	No
Hikone (Japón)	35.27	136.24	0.006	Enero 1976	Diciembre 2008	7.42	No
Pathhead (Reino Unido)	55.85	-2.99	0.156	Enero 1994	Diciembre 2014	13.16	No
Oregon (Estados Unidos)	44.13	-123.22	0.273	Enero 1950	Diciembre 2009	17.67	Si

## 2.4 VALIDACIÓN DEL MODELO

Para cada estación, realizamos 1000 simulaciones, cada una de las cuales abarcaba el mismo número de años que los datos observados. El objetivo de la validación es verificar los supuestos de la metodología, validar los parámetros obtenidos a partir de las relaciones de Eagleson y analizar la coherencia de los resultados de las simulaciones con los datos observados.

En primer lugar, comparamos los parámetros obtenidos a partir de los Módulos 2 y 3 de la metodología con los parámetros de precipitación observados. Analizamos el  $m_{t_b}$  obtenido del Módulo 2, así como  $\kappa$ ,  $\lambda$  y  $\sigma_h$  del Módulo 3. En segundo lugar, evaluamos la inclusión de la descomposición de Cholesky en los pasos del modelo. Para ello, comparamos la correlación entre la profundidad y la duración de las tormentas en los datos de precipitación observados ( $\rho_{h, tr_{obs}}$ )

con la correlación obtenida a partir de simulaciones con  $(\rho_{h,tr_{simC}})$  y sin el paso de descomposición Cholesky  $(\rho_{h,tr_{simNC}})$ .

Evaluamos los parámetros de escala temporal fina ( $m_{h_j}, m_{r_j}, m_{t_b_j}, m_{i_j}$ , y  $m_{v_j}$ ) de la precipitación simulada con los observados. Para ello, comparamos la media observada de cada parámetro con la media de todas las simulaciones de cada mes. En quinto lugar, analizamos el efecto de las variaciones anuales de la precipitación sobre los parámetros de escala fina, por lo que comparamos la media y la desviación estándar de los parámetros de escala temporal fina y gruesa de las simulaciones con los datos de precipitación observados. Como base utilizamos la estación de Oregón en dos periodos, el primero (1950 a 1979), que no presenta tendencia, y el segundo, que representa un periodo no estacionario (1980 a 2009).

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

#### 3.1 PARÁMETROS GENERADOS

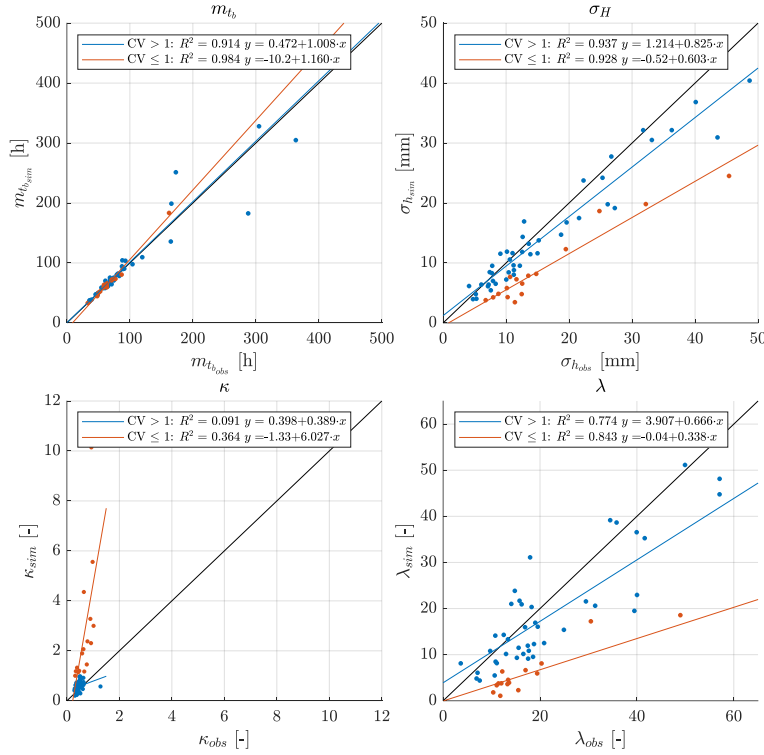
En el “Módulo 2: Tiempo entre eventos” de la metodología obtuvimos  $m_{t_b}$  para cada mes, suponiendo que la llegada de eventos viene dada por un proceso de Poisson. La Figura 3 muestra que la suposición funciona cuando  $m_{t_b}$  es inferior a 150 h, lo que significa al menos 4 eventos al mes. Cuando  $m_{t_b}$  es superior a 150 h, la aproximación de  $m_{t_b}$  tiende a fallar. Esta limitación se debe a la naturaleza del proceso de Poisson, ya que un menor número de eventos en un mes aumenta la incertidumbre en la tasa de llegada, lo que se traduce en una mayor variabilidad.

Del “Módulo 3: Relación entre escalas temporales finas y gruesas” obtuvimos los parámetros  $m_h$ ,  $\sigma_h$ ,  $\kappa$  y  $\lambda$  para cada mes. Cuando  $CV[h] = \frac{\sigma_h}{m_h} > 1$ , el parámetro  $\sigma_h$  muestra una gran concordancia con los valores observados (Figura 3). En el caso de  $CV[h] \leq 1$ , la  $\sigma_h$  generada está subestimada, lo que significa que  $\kappa$  y  $\lambda$  estarán sobreestimadas y subestimadas, respectivamente. No mostramos la  $m_h$  generada, ya que se obtiene con la misma fórmula que la observada.

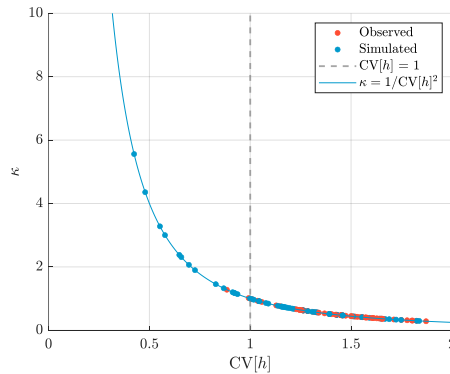
Una razón por la que la  $\sigma_h$  generada falla con  $CV[h] \leq 1$  es que la relación entre  $\kappa$  y  $CV[h]$  viene dada por  $\kappa = 1/(CV[h]^2)$ . Esto significa que cuando  $CV[h]$  está entre 0 y 1, cualquier diferencia entre los valores observados y  $\sigma_h$  implica un gran cambio en  $\kappa$  (Figura 4). Esta es una de las limitaciones de nuestro método, ya que implica que no puede generar parámetros de profundidad de tormenta con una desviación estándar inferior a la media. Sin embargo, en general los valores observados de  $\kappa$  tienden a ser inferiores a 1 (es decir,  $CV[h] > 1$ ).

Una posible solución a esta deficiencia es cambiar la distribución gamma para las profundidades de tormenta y encontrar una nueva distribución que no sea sensible a pequeños cambios cuando  $CV[h] < 1$ . Sin embargo, se eligió la distribución gamma por su versatilidad en la generación de eventos extremos (Martinez-Villalobos and Neelin, 2019; Park et al., 2021) su propiedad regenerativa. Además, uno de los principales resultados es que utilizando las Ecs. (7), (8), (9) y (10) es posible definir una restricción entre  $m_p$ ,  $\sigma_p$  y  $m_v$  para determinar si el método generará parámetros de profundidad de lluvia realistas y cercanos a los observados, que viene dada por la Ec. (13):

$$\sigma_p > \sqrt{\frac{2m_p^2}{m_v}} \quad (13)$$



**FIGURA 3** Comparación de los parámetros generados frente a los simulados de todas las estaciones para cada mes. El cálculo de  $m_{t_b}$  funciona cuando es inferior a 150 h; los parámetros  $\sigma_h$ ,  $\kappa$  y  $\lambda$  se ajustan bien cuando  $CV[h] > 1$ .



**FIGURA 4** Relación entre el coeficiente de varianza ( $CV[h]$ ) y el parámetro  $\kappa$ . Los puntos rojos son valores observados y los puntos azules son valores simulados para cada mes de todas las estaciones. En general,  $CV[h] > 1$  para los valores observados. Si  $CV[h] < 1$ , la estimación del parámetro  $\kappa$  no es realista, porque  $\kappa$  aumenta y tiende a infinito a medida que  $CV[h]$  tiende a 0.

### 3.2 CORRELACIÓN ENTRE PROFUNDIDAD Y DURACIÓN DE EVENTOS

Los resultados muestran que la precipitación simulada contiene la correlación entre la profundidad y la duración de la tormenta que está presente en los datos observados (Tabla 3). Esto se debe a la integración de muestras correlacionadas mediante una descomposición de Cholesky, que se ha aplicado en otros estudios de generación estocástica de precipitaciones (Tarpanelli et al., 2012; Lee et al., 2019). Para una simulación en la estación de Oregón (1950 a 1979), las diferencias de correlación entre la correlación observada y la simulada con Cholesky oscilan entre 0,008 y 0,126, con la máxima diferencia en septiembre y una mínima en abril. Una de las principales ventajas de utilizar la descomposición Cholesky es que produce valores más realistas de la intensidad de las tormentas, ya que limitamos el rango de valores que puede tomar la intensidad.

**TABLA 3** Comparación de la correlación de la profundidad y duración de las tormentas observada en la estación de Oregón (1950 a 1979) con la correlación obtenida a partir de una simulación que integra la descomposición de Cholesky y otra que no la integra. La precipitación simulada con descomposición de Cholesky conserva la correlación observada.

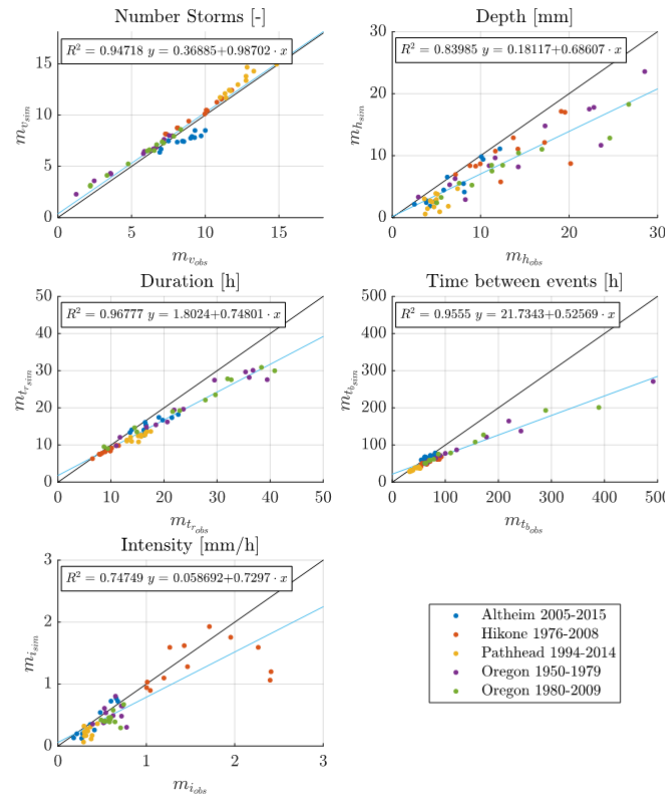
Month	$\rho_{h,tr_{obs}}$	$\rho_{h,tr_{simC}}$ with Cholesky	$\rho_{h,tr_{simNC}}$ without Cholesky
January	0.874	0.834	-0.077
February	0.865	0.843	-0.026
March	0.843	0.802	0.036
April	0.845	0.836	0.024
May	0.699	0.666	0.020
June	0.705	0.609	0.004
July	0.511	0.396	0.017
August	0.781	0.726	-0.034
September	0.838	0.712	0.076
October	0.841	0.796	0.012
November	0.858	0.798	-0.038
December	0.850	0.753	-0.038

### 3.3 ESTADÍSTICAS TEMPORALES FINAS OBTENIDAS DE LA SIMULACIÓN

De la Figura 5 se puede concluir que los valores medios del número de eventos, la profundidad, la duración, la intensidad y el tiempo entre eventos tienden a ser similares a los valores medios observados. En el caso del número de eventos, en general muestra valores similares a los observados. La estación de Altheim muestra la mayor subestimación, mientras que la estación de Pathhead muestra la mayor sobreestimación. Sin embargo, estos valores varían dentro del rango de una diferencia de tormenta, lo que indica que la hipótesis de que las llegadas de eventos siguen un proceso de Poisson es correcta. Además, esto confirma la validez de asumir el tiempo entre eventos como una distribución exponencial desplazada, como se ha visto en otros estudios (Burton et al., 2008). Por otra parte, el número de eventos no se proporciona al modelo en ningún momento, sino que se obtiene una vez satisfechas las restricciones impuestas por la metodología.

La profundidad de los eventos se aproxima a los valores observados. Se trata de una indicación prometedora para nuestro modelo, ya que los parámetros se calcularon utilizando la media y la

desviación estándar de la profundidad total de las tormentas por mes, junto con el número medio de eventos. Además, a medida que disminuye la profundidad media, los valores simulados se parecen más a los observados. Sin embargo, a pesar de esta tendencia, se sigue observando una subestimación constante, que puede atribuirse a los meses en los que el CV  $[h] < 1$ .



**FIGURA 5** Número medio de tormentas, profundidad, duración, tiempo entre tormentas e intensidad de los valores observados frente a los simulados. En general, existe una correspondencia entre los datos simulados y los observados.

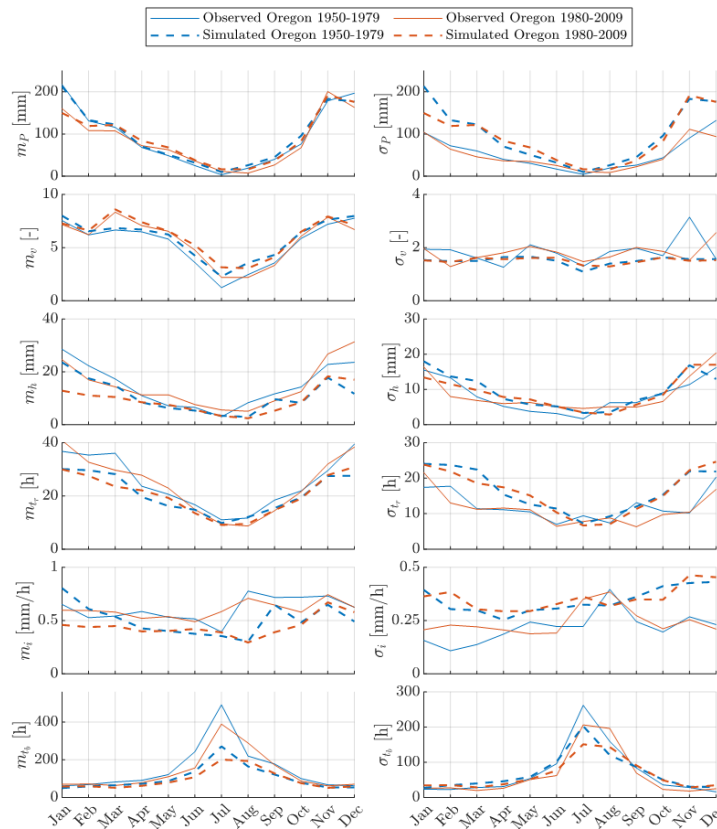
En el caso de la duración, estos valores se calcularon utilizando la media observada y suponiendo una distribución exponencial. Este planteamiento resultó eficaz en la mayoría de los casos, salvo para las duraciones superiores a 25 h, en las que fue menos preciso. Entre las distribuciones de duración observadas, la de Hikone se asemeja mucho a una distribución exponencial y ofrece los mejores resultados. Por el contrario, la estación con mayor discrepancia es Oregon, lo que es coherente con las estaciones que tienen periodos de registro más largos y una mayor variación en la duración de los eventos a lo largo del año. Esto sugiere que es necesario revisar el enfoque de utilizar un único  $t_{min}$  para todos los registros y, en su lugar, determinar un  $t_{min}$  para cada mes.

En cuanto al tiempo entre eventos, se produjo un fenómeno similar al del cálculo del parámetro  $m_{t_b}$ . Después de 150 h, nuestro modelo tiende a fallar debido a una mayor variabilidad en la estimación de este parámetro. A pesar de esta limitación, el modelo sigue prediciendo con exactitud el número de eventos. Esta observación pone de manifiesto la capacidad del modelo para captar y reproducir la frecuencia de los eventos, incluso si tiene dificultades para captar con precisión los intervalos de tiempo entre eventos más allá del umbral de 150 h.

En cuanto a la intensidad, los valores que más difieren de los datos observados corresponden a eventos de lluvia de menor duración, como se observa en Hikone. Sin embargo, para Pathhead, a pesar de la subestimación de la duración y la profundidad, el modelo funciona bien en la captura de la intensidad, arrojando valores similares a los datos observados. Esto sugiere que la subestimación de otros parámetros se puede compensar, dando como resultado una estimación comparable de la intensidad.

### 3.5 ESTADÍSTICAS TEMPORALES FINAS Y GRUESAS A LO LARGO DE LOS MESES OBTENIDAS A PARTIR DE LA SIMULACIÓN

La Figura 6 muestra las diferencias en la media y la desviación estándar de los parámetros de escala temporal fina y gruesa entre el primer y el segundo periodo en la estación de Oregon. Para los meses con mayor número de eventos, las mayores diferencias entre los dos periodos son la disminución de  $m_p$  y  $m_h$ . En cambio, para los meses con menor número de eventos, la mayor diferencia aparece en la disminución de  $m_{t_b}$  y  $\sigma_{t_b}$ , lo que implica un aumento de  $m_v$ . La desviación estándar de todos los parámetros no cambia con el tiempo, a excepción de  $\sigma_i$  y  $\sigma_{t_b}$ .



**FIGURA 6** Comparación entre la media y la desviación estándar observadas y simuladas de los parámetros de las escalas temporales fina y gruesa. En azul se encuentra la serie de Oregon de 1950-1979, mientras que en naranja se encuentra la serie desde 1980-2009.

Para los parámetros gruesos,  $m_p$  simulado es similar al observado, pero  $\sigma_p$  tiende a sobrestimarse. Una razón para ello es la suposición del “Módulo 3. Relación entre escalas temporales finas y gruesas” de que  $m_v$  es igual a  $\sigma_v^2$ . Sin embargo, en general,  $\sigma_{v_{obs}}^2$  es menor que el  $m_{v_{sim}}$ , lo que conduce a una sobreestimación de  $\sigma_{p_{sim}}$ . Una solución sería no hacer esta suposición, pero añade otro parámetro a obtener a partir de los valores observados. No obstante, es recomendable para lugares donde  $\sigma_{v_{obs}}^2$  varía en el tiempo (por ejemplo, la estación de Oregón).

La media y la varianza del número de eventos son similares, lo que demuestra la eficacia de las condiciones establecidas por el modelo. Las desviaciones estándar tienden a subestimarse, pero  $\sigma_v$  tiende a seguir la evolución de los datos observada a lo largo del año. En cuanto a las profundidades, el modelo obtiene buenos resultados, especialmente en la captura de la desviación estándar. En cuanto a la intensidad, el modelo tiende a subestimar la media pero a sobreestimar la desviación estándar, lo que podría compensarse en el proceso de estimación de la intensidad, como se observa en la Figura 5. Por último, el tiempo entre eventos se estima con precisión, pero a medida que aumenta el tiempo medio entre eventos, las medias simuladas disminuyen, como ya se ha señalado, y alcanzan límites por encima de las 150 horas. En particular, en el segundo periodo, los valores simulados no superan el umbral de las 200 h. Sin embargo, la desviación estándar se mantiene relativamente constante, con una ligera disminución.

## 4 CONCLUSIONES

La relación entre las escalas temporal fina y gruesa de las precipitaciones debe tenerse en cuenta en el diseño de las infraestructuras. Sin embargo, los métodos existentes que relacionan ambas escalas son complicados de utilizar y calibrar y dependen del lugar donde se apliquen. Por esta razón, propusimos una metodología que cierra la brecha entre la precipitación gruesa-fina generando una precipitación continua de intensidad constante que es coherente con las estadísticas de precipitación fina y gruesa. Una ventaja de nuestra metodología es que somos capaces de manejar la no estacionariedad de los eventos, ya que la relación entre las escalas temporales gruesa y fina permite representar el comportamiento a largo plazo de la precipitación anual o mensual (Meier et al., 2016).

Suponiendo que la llegada de eventos viene dada por procesos de Poisson, obtuvimos el parámetro  $m_{t_b}$  para cada mes. Estos parámetros son similares a los observados cuando hay más de cuatro eventos de precipitación en un mes, de lo contrario los parámetros tienden a subestimarse. A pesar de esta subestimación, la simulación genera el mismo número de eventos que los observados.

Utilizando las relaciones de Eagleson, obtuvimos los parámetros  $m_h$ ,  $\sigma_h$ ,  $\kappa$  y  $\lambda$  para cada mes, donde  $m_h$  es siempre igual a los valores observados. En el caso de  $\sigma_h$ , los valores obtenidos tienen una alta concordancia con los valores observados, y esto ocurre cuando  $\sigma_h$  es mayor que  $m_h$ . Para saber si las  $\sigma_h$  generadas son realistas y similares a los valores observados, establecemos la condición de que  $\sigma_p > \sqrt{\frac{2m_p^2}{m_v}}$ . En el caso contrario, cualquier pequeña diferencia en las  $\sigma_h$  generadas respecto a las observadas dará lugar a una gran diferencia en  $\kappa$  y  $\lambda$ . Por último, añadimos el paso de descomposición de Cholesky, que se utilizó para generar valores aleatorios correlacionados, para dar cuenta de la correlación observada de las profundidades y duraciones de

los eventos. Esto hace que la intensidad de las tormentas varíe a lo largo del año de forma similar a la observada.

En la simulación, a escalas temporales finas, obtuvimos que el número de eventos es similar al observado, a pesar de las diferencias temporales entre eventos obtenidas para meses con menos de cuatro eventos. Las profundidades tienden a subestimarse debido a la subestimación del parámetro  $\sigma_h$  obtenido. La duración de los eventos es similar a la observada para duraciones inferiores a 25 h. Esto implica que la definición de tormentas debe modificarse de modo que no se utilice una única  $t_{min}$  para todos los registros, sino que la  $t_{min}$  debe obtenerse cada mes. A escalas temporales gruesas, obtuvimos que las medias de las precipitaciones mensuales son similares a las observadas, con una diferencia máxima de 20 mm para el periodo de las estaciones de Oregón de 1950-1979. Esto cambia para las desviaciones estándar de la precipitación mensual, donde las diferencias se sitúan entre 100 mm y 5 mm.

Finalmente, esta metodología se aplicó para cinco climas distintos y se espera que para futuros trabajos sea validado en Chile. Sin embargo, una de las limitantes es la falta de registros de precipitaciones a nivel horario con una alta calidad y de larga duración.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue financiada por FONDECYT 1200135. Agradecemos al proyecto Intelligent use of climate models for adaptation to non-Stationary hydrological Extremes (INTENSE) por facilitar el set de datos Global Sub-Daily Rainfall (GSDR).

## REFERENCIAS

- Bo, Z., Islam, S., and Eltahir, E. A. B.: Aggregation-disaggregation properties of a stochastic rainfall model, *Water Resour. Res.*, 30, 3423–3435, <https://doi.org/10.1029/94wr02026>, 1994.
- Buishand, T. A. and Brandsma, T.: Multisite simulation of daily precipitation and temperature in the Rhine basin by nearest-neighbor resampling, *Water Resour. Res.*, 37, 2761–2776, <https://doi.org/10.1029/2001WR000291>, 2001.
- Burton, A., Kilsby, C. G., Fowler, H. J., Cowpertwait, P. S. P., and O’Connell, P. E.: RainSim: A spatial-temporal stochastic rainfall modelling system, *Environ. Model. Softw.*, 23, 1356–1369, <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2008.04.003>, 2008.
- Chen, Y., Paschalis, A., Wang, L. P., and Onof, C.: Can we estimate flood frequency with point-process spatial-temporal rainfall models?, *J. Hydrol.*, 600, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126667>, 2021.
- Cowpertwait, P., Isham, V., and Onof, C.: Point process models of rainfall: Developments for fine-scale structure, *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 463, 2569–2587, <https://doi.org/10.1098/rspa.2007.1889>, 2007.
- Cowpertwait, P. S. P.: Further developments of the neyman-scott clustered point process for modeling rainfall, *Water Resour. Res.*, 27, 1431–1438, <https://doi.org/10.1029/91WR00479>, 1991.
- Cowpertwait, P. S. P.: A generalized point process model for rainfall, *Proc. R. Soc. London, Ser. A Math. Phys. Sci.*, 447, 23–37, <https://doi.org/10.1098/rspa.1994.0126>, 1994.
- Cowpertwait, P. S. P., Xie, G., Isham, V., Onof, C., and Walsh, D. C. I.: A fine-scale point process model of rainfall

with dependent pulse depths within cells, *Hydrol. Sci. J.*, 56, 1110–1117, <https://doi.org/10.1080/02626667.2011.604033>, 2011.

Eagleson, P. S.: Climate, soil, and vegetation: 2. The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences, *Water Resour. Res.*, 14, 713–721, <https://doi.org/10.1029/WR014i005p00713>, 1978.

Eagleson, P. S.: Some Limiting Forms of the Poisson Distribution of Annual Station Precipitation, *Water Resour. Res.*, 17, 752–757, <https://doi.org/10.1029/wr017i003p00752>, 1981.

Kim, D., Olivera, F., Cho, H., and Socolofsky, S. A.: Regionalization of the Modified Bartlett-Lewis Rectangular Pulse Stochastic Rainfall Model, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, 24, 421–436, [https://doi.org/10.3319/TAO.2012.11.12.01\(Hy\)](https://doi.org/10.3319/TAO.2012.11.12.01(Hy)), 2013.

Koutsoyiannis, D., Onof, C., and Wheater, H. S.: Multivariate rainfall disaggregation at a fine timescale, *Water Resour. Res.*, 39, <https://doi.org/10.1029/2002WR001600>, 2003.

Lall, U. and Sharma, A.: A nearest neighbor bootstrap for resampling hydrologic time series, *Water Resour. Res.*, 32, 679–693, 1996.

Lee, M., Kang, N., Joo, H., Kim, H. S., Kim, S., and Lee, J.: Hydrological Modeling Approach Using Radar-Rainfall Ensemble and Multi-Runoff-Model Blending Technique, *Water*, 11, <https://doi.org/https://doi.org/10.3390/w11040850>, 2019.

Li, X., Zhang, K., Bao, H., and Zhang, H.: Climatology and changes in hourly precipitation extremes over China during 1970–2018, *Sci. Total Environ.*, 839, <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2022.156297>, 2022.

Martinez-Villalobos, C. and Neelin, J. D.: Why do precipitation intensities tend to follow gamma distributions?, *J. Atmos. Sci.*, 76, 3611–3631, <https://doi.org/10.1175/JAS-D-18-0343.1>, 2019.

Meier, C. I., Sebastián Moraga, J., Pranzini, G., and Molnar, P.: Describing the interannual variability of precipitation with the derived distribution approach: Effects of record length and resolution, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 20, 4177–4190, <https://doi.org/10.5194/hess-20-4177-2016>, 2016.

Mhanna, M. and Bauwens, W.: Stochastic single-site generation of daily and monthly rainfall in the Middle East, *Meteorol. Appl.*, 19, 111–117, <https://doi.org/10.1002/met.256>, 2012.

Ohba, M. and Sugimoto, S.: Differences in climate change impacts between weather patterns: possible effects on spatial heterogeneous changes in future extreme rainfall, *Clim. Dyn.*, 52, 4177–4191, <https://doi.org/10.1007/s00382-018-4374-1>, 2019.

Onof, C. and Wheater, H. S.: Improved fitting of the bartlett-lewis rectangular pulse model for hourly rainfall, *Hydrol. Sci. J.*, 39, 663–680, <https://doi.org/10.1080/02626669409492786>, 1994.

Park, J., Onof, C., and Kim, D.: A hybrid stochastic rainfall model that reproduces some important rainfall characteristics at hourly to yearly timescales, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 23, 989–1014, <https://doi.org/10.5194/hess-23-989-2019>, 2019.

Park, J., Cross, D., Onof, C., Chen, Y., and Kim, D.: A simple scheme to adjust Poisson cluster rectangular pulse rainfall models for improved performance at sub-hourly timescales, *J. Hydrol.*, 598, 126296, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126296>, 2021.

Paschalis, A., Molnar, P., Fatichi, S., and Burlando, P.: On temporal stochastic modeling of precipitation, nesting models across scales, *Adv. Water Resour.*, 63, 152–166, <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2013.11.006>, 2014.

Pham, M. T., Vanhaute, W. J., Vandenberghe, S., De Baets, B., and Verhoest, N. E. C.: An assessment of the ability

of Bartlett-Lewis type of rainfall models to reproduce drought statistics, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17, 5167–5183, <https://doi.org/10.5194/hess-17-5167-2013>, 2013.

Rajagopalan, B. and Lall, U.: A k-nearest-neighbor simulator for daily precipitation and other weather variables, *Water Resour. Res.*, 35, 3089–3101, <https://doi.org/10.1029/1999WR900028>, 1999.

Restrepo-Posada, P. J. and Eagleson, P. S.: Identification of independent rainstorms, *J. Hydrol.*, 55, 303–319, [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(82\)90136-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(82)90136-6), 1982.

Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D. R., and Isham, V.: Some Models for Rainfall Based on Stochastic Point Processes, *Proc. R. Soc. London, Ser. A Math. Phys. Sci.*, 410, 269–288, <https://doi.org/10.1098/rspa.1987.0039>, 1987.

Smithers, J. C., Pegram, G. G. S., and Schulze, R. E.: Design rainfall estimation in South Africa using Bartlett-Lewis rectangular pulse rainfall models, *J. Hydrol.*, 258, 83–99, [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(01\)00571-6](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00571-6), 2002.

Tarpanelli, A., Franchini, M., Brocca, L., Camici, S., Melone, F., and Moramarco, T.: A simple approach for stochastic generation of spatial rainfall patterns, *J. Hydrol.*, 472–473, 63–76, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2012.09.010>, 2012.

Thayakaran, R. and Ramesh, N. I.: Doubly stochastic Poisson pulse model for fine-scale rainfall, *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, 31, 705–724, <https://doi.org/10.1007/s00477-016-1270-2>, 2017.

Vernieuwe, H., Vandenberghe, S., De Baets, B., and Verhoest, N. E. C.: A continuous rainfall model based on vine copulas, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 19, 2685–2699, <https://doi.org/10.5194/hess-19-2685-2015>, 2015.

Yates, D., Gangopadhyay, S., Rajagopalan, B., and Strzepek, K.: A technique for generating regional climate scenarios using a nearest-neighbor algorithm, *Water Resour. Res.*, 39, 1–15, <https://doi.org/10.1029/2002WR001769>, 2003.