

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XXVI CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**AVANZANDO EN LA PREDICCIÓN DE CAUDALES EXTREMOS: MÉTODO
ACER PARA GRANDES PERIODOS DE RETORNO CON DATOS LIMITADOS**

**EDUARDO VIOLLIER C.¹
JORGE GIRONAS L.²
FRANCISCO OLIVERA.³
PANAGIOTIS OIKONOMOU.⁴**

RESUMEN

El análisis de la frecuencia de eventos extremos es esencial para la comprensión de los procesos hidrológicos y la gestión de inundaciones, ya que proporciona información sobre la probabilidad de ocurrencia y la magnitud de eventos potenciales. En este estudio, evaluamos el método *Average Conditional Exceedance Rate (ACER)* para analizar eventos extremos de crecidas. A diferencia de los métodos tradicionales, el método *ACER* ofrece una representación no paramétrica de la distribución subasintótica de los valores extremos. Permite el uso de datos sin necesidad de dividirlos en bloques ni de identificar datos anómalos. Nuestro objetivo es investigar la aplicabilidad, ventajas y limitaciones del método *ACER* en el análisis de frecuencia de caudales extremos. Para lograrlo, generamos 10,000 años de datos máximos horarios sintéticos de caudales los cuales reproducen una curva de duración que tiene sentido hidrológico y es validada a partir de analizar su variación intra e inter-anualidad. Comparamos el rendimiento del método *ACER* con los enfoques tradicionales de Bloque Máximo (*BM*) y *Peak-Over-Threshold (POT)*. Los resultados clave demuestran que el método *ACER* estima eficazmente cuantiles extremos tanto para períodos de retorno cortos como largos, mostrando buena precisión y exactitud en el ajuste a la distribución empírica. Es importante destacar que el método *ACER* logra resultados comparables con menos años de datos que los métodos tradicionales. Un período de retorno de 100 años se estimó con la misma precisión y exactitud utilizando la metodología *ACER* con solo 10 años de registros continuo de máximos horarios, en comparación con el uso de 60 años de registros máximos anuales con el método *BM* utilizando la distribución Generalizada de Valores Extremos (*GEV*).

¹ Estudiante Magister, Dept. de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile - email: eviollier@uc.cl

² Profesor Asociado, Dept. de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile - email: jgironas@ing.puc.cl

³ Associate Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Texas A&M University - email: folivera@civil.tamu.edu

⁴ Research Assistant Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, University of Vermont - email: panagiotis.oikonomou@uvm.edu

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de eventos extremos en hidrología y recursos hídricos ha dependido históricamente de dos enfoques estadísticos tradicionales: (1) el enfoque de los valores máximos en bloques (*BM*) utilizando la distribución Generalizada de Valores Extremos (*GEV*) (Naess & Gaidai, 2009), y (2) el enfoque de *Peak-Over-Threshold* (*POT*) utilizando una distribución Pareto Generalizada (*GP*) (Coles, 2001). Sin embargo, estos enfoques presentan una limitación al depender de la adopción de distribuciones asintóticas, cuya verificación puede no ser sencilla. Además, requieren varios años de registros para estimar cuantiles extremos (Beirlant et al., 2004).

Los enfoques mencionados llevaron a Karpa & Naess (2013), Naess et al. (2013) y Naess & Gaidai (2009) a desarrollar un método para estimar velocidades extremas de viento. El método intenta capturar en cierta medida el comportamiento subasintótico de los datos de valores extremos de manera consistente con el enfoque asintótico. El método para extraer la distribución de valores extremos de los datos se denomina "*Average Conditional Exceedance Rate*" (*ACER*). El cual ha demostrado ciertas ventajas: (1) proporciona una representación (no paramétrica) de la distribución exacta de valores extremos; (2) funciona como una herramienta de diagnóstico muy efectiva para revelar la estructura de dependencia de las series temporales registradas; (3) es capaz de tratar datos dependientes; (4) procesa todos los datos sin necesidad de dividir por bloques ni buscar *clusters*; (5) considera la estacionalidad sin requerir la modelación explícita de los efectos estacionales (Karpa & Naess, 2013), (6) requiere registros más cortos que los necesarios para los métodos tradicionales (Naess & Gaidai, 2009) y (7) comparado otras metodologías, logra estimar cuantiles con un intervalo de confianza más corto. A pesar de estas cualidades, hasta ahora, en la literatura no se reportan aplicaciones del método *ACER* para estudiar caudales de crecida.

El principal objetivo de esta investigación es estudiar en detalle el uso, las ventajas y las limitaciones del método *ACER* para el análisis de frecuencia de caudales máximos. Los objetivos específicos son: (1) estudiar la aplicabilidad del método *ACER* para el análisis de frecuencia de caudales máximos, (2) comparar su desempeño con otros métodos de análisis de frecuencia, y (3) caracterizar las condiciones bajo las cuales el método puede ser adecuadamente utilizado.

Para alcanzar los objetivos planteados, se propone la siguiente metodología. En primer lugar, se utilizará un enfoque estadístico para generar datos sintéticos de caudales de flujo y generar series temporales largas controlando sus atributos. Luego, las series generadas se utilizarán para comparar el rendimiento del método *ACER* con los enfoques *BM* y *POT*. Por último, se establece una equivalencia de longitud de registro entre *ACER* y los métodos tradicionales en función del rendimiento de las estimaciones.

2. ANTECEDENTES Y METODOLOGÍA

Esta sección expone los antecedentes que existen para analizar la frecuencia de eventos extremos en caudales. Luego, la metodología de investigación se basa en comparar el método *ACER* con enfoques tradicionales. Se evalúa su desempeño mediante una serie de datos

sintéticos de flujo. El propósito central es determinar la eficacia del método *ACER* en predecir eventos extremos.

2.1. Análisis de Frecuencia

2.1.1. Enfoque de Máximos en Bloques

Este enfoque implica la segmentación de datos en bloques iguales para ajustar la distribución de valores extremos a los máximos de cada bloque. Se puede utilizar como ajuste la distribución Generalizada de Valores Extremos propuesta por Jenkinson (1955) el cual desarrolló una solución general que incorpora la aproximación de la distribución Gumbel (G), propuesta por Gumbel (1935), como caso particular. Los parámetros de GEV y G se estiman mediante el método de los momentos (NERC, 1975). Las Ecuaciones 1 y 2 permiten calcular cuantiles específicos para un periodo de retorno T en años para la distribución GEV y G , respectivamente.

Al trabajar con funciones de distribución, es esencial considerar un intervalo de confianza a un nivel de confianza específico. Se aplica el método *Bootstrapping* para obtener el intervalo de confianza, con un nivel de significancia del 5%. Este enfoque garantiza una estimación confiable del intervalo, considerando las suposiciones subyacentes del modelo (Davison & Hinkley, 1997).

$$x_T(T) = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} * \left(1 - \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right)^{\hat{\beta}} \right) + \hat{x}_0 \quad (1)$$

$$x_T(T) = \hat{x}_0 - \frac{1}{\hat{\alpha}} \ln \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right) \quad (2)$$

2.1.2. POT

Como explicó Karpa (2015), el enfoque de máximos en bloques ciertamente presenta ciertas limitaciones. En primer lugar, la selección del tamaño del bloque introduce un elemento de incertidumbre, dando lugar a un posible sesgo o un alto grado de varianza. Si el tamaño del bloque es demasiado pequeño, la aproximación mediante la distribución asintótica puede resultar inadecuada, lo que lleva a estimaciones sesgadas y de extrapolación. Por otro lado, el uso de bloques grandes produce escasez de máximos en bloques, lo que conlleva un aumento en la varianza de la estimación. Sin embargo, el inconveniente más significativo radica en la tendencia del *BM* a descartar información vital contenida en la muestra.

Para abordar estas limitaciones, se presenta un enfoque alternativo en esta sección. El método *POT* se emplea para analizar máximos sin recurrir a bloques. Este método permite un análisis más completo del comportamiento extremo, evitando la exclusión de información valiosa. El método *POT*, descrito por Balkema & de Haan (1974) y Pickands (1975), se basa en la Distribución Generalizada de Pareto (*GP*).

2.1.2.1 Distribución Generalizada de Pareto

Este método requiere establecer un umbral (\hat{u}) que no sea demasiado alto (para tener suficientes observaciones) ni demasiado bajo (para no considerar valores no extremos) (Bommier, 2014). La Ecuación 3 muestra la transformación para obtener un cuantil

específico en T años. En este contexto, \widehat{n}_y representa el número de observaciones anuales superando el umbral \hat{u} . Estos cálculos y transformaciones se explican detalladamente en el trabajo de Bommier, brindando una comprensión completa de la metodología.

$$x_T(T) = \hat{u} + \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} * \left[\left\{ \widehat{n}_y * \left(\ln \left(\frac{T}{T-1} \right) \right)^{-1} \right\}^{\hat{\beta}} - 1 \right] \quad (3)$$

Se emplea el Método de Máxima Verosimilitud para estimar los parámetros $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ (Hosking & Wallis, 1993; Pickands, 1975). Este método proporciona un intervalo de confianza para los parámetros con el nivel de significancia deseado, en este caso, el 5%.

2.1.2.2. Selección de Umbral

Diversos autores han explorado ampliamente la selección del umbral para ajustar la *GP* de manera óptima (Ashkar & Ouarda, 1996; Cunnane, 1973; Davison & Smith, 1990; Lang et al., 1999). La elección del umbral es crucial, ya que define los valores extremos considerados para el ajuste. Un umbral bien elegido garantiza que sea lo suficientemente alto para cumplir la hipótesis básica del modelo: independencia de las excedencias máximas y ocurrencia descrita por un proceso Poisson (Lang et al., 1999).

Para la implementación práctica del método *POT*, se emplea un enfoque basado en el número promedio anual de eventos por encima del umbral. Varios autores han propuesto diferentes criterios, como Cunnane (1973) sugiriendo una media de eventos máximos por encima del umbral que exceda 1.65, Lang et al. (1999) proponiendo un criterio por encima de 2, y Taesombut & Yevjevich (1978) estableciendo un criterio por debajo de 4.5. Por tanto, se elige el umbral que proporcione un número promedio anual de eventos máximos por encima del umbral cercano a 3.5.

2.1.3. ACER

A diferencia de los dos métodos previos que se basan en distribuciones paramétricas, el método *ACER* emplea múltiples funciones ($\bar{\varepsilon}_k(\eta)$) para estimar la distribución de valores extremos (Chai et al., 2018). Naess y Gaidai realizaron simulaciones numéricas que evaluaron la confiabilidad del método *ACER* al utilizar respuestas extremas de diversos sistemas dinámicos (Naess et al., 2007, 2010; Naess & Clausen, 2001; Naess & Gaidai, 2008, 2009), demostrando su capacidad para estimar valores extremos.

2.1.3.2. Descripción del Método

Se considera una serie temporal denominada $X(t)$, que abarca datos de n_y años de registro. En cada año r , hay N_r puntos de datos, lo que da como resultado un total de N puntos de datos dentro de la serie temporal. Por lo tanto, esta serie temporal se puede representar como \hat{X} , que se expresa como $\hat{X} = X_1, X_2, \dots, X_N$.

El método *ACER* introduce $\bar{\varepsilon}_k(\eta)$, como se define en la Ecuación 7, donde k es una constante conocida como el número de condición, que es menor que N . Esta función representa la media de las funciones de todas las realizaciones con el mismo valor de k . Cada realización tiene una función independiente denotada como $\varepsilon_k^r(\eta)$, que se puede calcular utilizando la Ecuación 6. En este contexto, cada realización corresponde a un año hidrológico distinto, lo que destaca la independencia de cada año de los demás.

Los componentes clave en este método son las funciones indicadoras $a_{kj}^r(\eta)$ y $b_{kj}^r(\eta)$, que desempeñan un papel crucial en el conteo de incidentes favorables cuando se logra el evento \mathcal{A} (representado como $\mathbf{1}\{\mathcal{A}\}$) (Ecuación 4).

Específicamente, $a_{kj}^r(\eta)$ cuenta como evento favorable la j -ésima observación (X_j) cuando excede el umbral η . Este conteo ocurre bajo la condición de que las últimas $k - 1$ observaciones dentro de $(X_{j-1}, \dots, X_{j-k+1})$ no exceden η . Por otro lado, $b_{kj}^r(\eta)$ cuenta como evento favorable la j -ésima observación (X_j) cuando las observaciones dentro de $(X_{j-1}, \dots, X_{j-k+1})$ no exceden η .

Como parte del método *ACER*, se producen varias funciones con diferentes valores de k . La selección de una de estas funciones es un paso crucial en el proceso, ya que es esencial para la extrapolación a partir de la función empírica. La estimación precisa de los cuantiles de interés depende de esta selección cuidadosa.

$$\begin{aligned} a_{jk}^r(\eta) &= \mathbf{1}\{X_j > \eta, X_{j-1} \leq \eta, \dots, X_{j-k+1} \leq \eta\} \\ b_{jk}^r(\eta) &= \mathbf{1}\{X_{j-1} \leq \eta, \dots, X_{j-k+1} \leq \eta\} \\ &\text{for } k \geq 2, j = k, \dots, N_r, \text{ and } r = 1, \dots, n_y \end{aligned} \quad (4)$$

Cuando $k = 1$, indica que no estamos considerando la dependencia entre las observaciones. La Ecuación 5 proporciona una forma de calcular $\varepsilon_{k=1}^r(\eta)$.

$$\varepsilon_{k=1}^r(\eta) = \frac{1}{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} \text{Prob}(X_j > \eta) \text{ for } r = 1, \dots, n_y \quad (5)$$

$$\varepsilon_k^r(\eta) = \frac{\sum_{j=k}^{N_r} a_{kj}^r(\eta)}{\sum_{j=k}^{N_r} b_{kj}^r(\eta)} \text{ for } k \geq 2 \text{ and } r = 1, \dots, n_y \quad (6)$$

$$\bar{\varepsilon}_k(\eta) = \frac{1}{n_y} \sum_{r=1}^{n_y} \varepsilon_k^r(\eta) \quad (7)$$

Bajo la suposición de que las realizaciones son independientes, se puede aproximar un intervalo de confianza ($CI_k^\pm(\eta)$) para $\bar{\varepsilon}_k(\eta)$ (Ecuación 8). Este intervalo de confianza se determina en función de la varianza, que se representa como $\bar{s}_k^2(\eta)$ (definida en la Ecuación 9), y, además, con el cuantil de la distribución t-Student (τ) calculado con $n_y - 1$ grados de libertad y un nivel de significancia específico (α), como se muestra en la Ecuación 10.

$$CI_k^\pm(\eta) = \bar{\varepsilon}_k(\eta) \pm \tau \frac{\bar{s}_k(\eta)}{\sqrt{n_y}} \quad (8)$$

$$\bar{s}_k^2(\eta) = \frac{1}{n_y - 1} \sum_{r=1}^{n_y} (\varepsilon_k^r(\eta) - \bar{\varepsilon}_k(\eta))^2 \quad (9)$$

$$\tau = t^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}, n_y - 1 \right) \quad (10)$$

La Ecuación 11 muestra la relación entre la distribución de valores extremos (función de frecuencia acumulada ($F_\eta(\eta)$)) con la función empírica *ACER*.

$$F_{\eta}(\eta) = \exp(-(N - k + 1)\bar{\varepsilon}_k(\eta)) \quad (11)$$

Por lo tanto, el enfoque se desplaza desde la determinación de la distribución de valores extremos hacia el análisis de la distribución de la cola de la función *ACER* ($\eta \geq \eta_1$, donde η_1 es el nivel marcador de la cola). El objetivo es la extrapolación y ajuste de una función de distribución paramétrica para estimar cuantiles. (Karpa & Naess, 2013) han identificado que la forma matemática de la función *ACER* en la región de la cola se puede representar mediante la Ecuación 12, donde a_k, b_k, c_k y q_k son constantes que se pueden estimar y ajustar empíricamente. Este enfoque se aplica también a las funciones *ACER* y sus intervalos de confianza (consulte a Karpa (2015) y Karpa & Naess (2013) para obtener información más detallada). Como resultado, se proporciona un marco para expresar la función *ACER* y utilizarla para predecir corrientes extremas correspondientes a un período de retorno específico, como se muestra en la Ecuación 13.

$$\hat{\varepsilon}_k(\eta) = q_k \exp\{-a_k(\eta - b_k)^{c_k}\} \quad , \quad \eta \geq \eta_1 \quad (12)$$

$$\eta_{T,k}(T) = b_k + \left[\frac{1}{a_k} \ln \left(- \frac{q_k(N - k + 1)}{n_y \ln \left(1 - \frac{1}{T} \right)} \right) \right]^{1/c_k} \quad (13)$$

2.2. Serie Sintética

Se emplea una serie temporal sintética para alcanzar los objetivos de la investigación. Se utiliza el método basado en una cadena de Markov propuesto por Aksoy & Bayazit (2000). Este proceso abarca varios pasos que obtienen diferentes parámetros: (1) determinar la ocurrencia de flujo en días específicos, (2) identificar días con incrementos de flujo, (3) cuantificar la magnitud de los incrementos de flujo (curva de ascenso) y (4) estimar decrementos de flujo (curva de recesión).

Para crear un registro de flujo sintético de 10,000 años con resolución horaria, se emplean los parámetros propuestos por Aksoy & Bayazit (2000). Estos parámetros se utilizan como insumos para el enfoque de modelado, posibilitando la generación de una serie de flujo a largo plazo para análisis y evaluaciones más profundas. Los caudales reproducen una curva de duración que tiene sentido hidrológico y es validada a partir de analizar su variación intra e inter-anualidad. Este extenso conjunto de datos posibilitó una estimación empírica precisa de cuantiles, facilitando una prueba minuciosa de los métodos. Al muestrear esta población, se evaluó el rendimiento y las capacidades de los métodos, brindando información valiosa sobre su eficacia en el análisis de eventos extremos de flujo.

2.3. Evaluación de Rendimiento

Para alcanzar los objetivos de esta investigación, se deben abordar tres aspectos fundamentales. En primer lugar, es crucial demostrar la eficacia de la distribución *ACER* en la estimación de caudales extremos. En segundo lugar, se realiza una comparación con otros métodos para establecer la superioridad de la distribución *ACER* en precisión y exactitud. Por último, se evalúa la robustez del método *ACER* ante datos atípicos.

La evaluación de los métodos en este estudio se basa en dos indicadores clave: el error cuadrático medio relativo (MSE_{rel}) y la relación entre el ancho relativo del intervalo de confianza y el error relativo ($RW - RE$).

El MSE_{rel} , definido en la Ecuación 14, mide la discrepancia entre los valores estimados (y) y los cuantiles empíricos de la población (\hat{y}). Sirve como métrica de rendimiento del modelo, variando desde cero (indicando estimación perfecta) hasta valores positivos mayores que indican mayores discrepancias. Esta métrica permite evaluar la exactitud de las predicciones del modelo, así como su congruencia con los datos observados.

$$MSE_{rel} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{\hat{y}_i} \right)^2 \quad (14)$$

El indicador gráfico $RW - RE$ establece una conexión entre la incertidumbre, representada por el intervalo de confianza del 95%, y el error relativo de las predicciones realizadas por diferentes modelos en comparación con los datos observados. Al analizar el gráfico $RW - RE$, donde el eje x representa el error relativo (RE) y el eje y representa el ancho relativo del intervalo de confianza (RW), el objetivo es lograr el punto cero-cero en el centro del gráfico. Esto indica un equilibrio entre la precisión y la exactitud en las predicciones. El RE se puede calcular utilizando la Ecuación 15, mientras que el RW se puede calcular utilizando la Ecuación 16.

$$RE_T = \frac{y_T - \hat{y}_T}{\hat{y}_T} \quad (15)$$

$$RW_T = \frac{CI_T^+ - CI_T^-}{y_T} \quad (16)$$

Para cuantificar la distancia entre el punto (RE_T, RW_T) y el origen $(0,0)$, se calcula la distancia euclidiana (D) como se muestra en la Ecuación 17. Esta distancia sirve como una métrica que representa qué tan lejos están las estimaciones del objetivo.

$$D_T = \sqrt{RE_T^2 + RW_T^2} \quad (17)$$

Además, se aplica una prueba de Kolmogorov-Smirnov para demostrar la hipótesis nula de que cada método distribuye como los datos empíricos.

2.4. Comparando los Métodos

Para evaluar los modelos, se emplea la serie sintética y los indicadores. Se realiza una prueba que demuestra el desempeño de cada método y su eficacia en capturar las características de los datos observados.

Se generan muestras aleatorias de distintas longitudes (años de registro), cada una produciendo 5,000 muestras. Se efectúa el análisis de frecuencia de los cuatro métodos para cada muestra de longitud. Luego, se selecciona la muestra con el MSE_{rel} más bajo en comparación con la probabilidad empírica de la población de 10,000 años para cada método y longitud. Esto asegura que se obtengan las cuatro muestras óptimas para cada longitud, permitiendo evaluar el rendimiento de cada método. El indicador $RW - RE$ y la métrica D se calculan y trazan en función del largo del registro. Se ajusta una función potencial a los puntos D para cada método. Al comparar las funciones de ajuste de GEV , G y POT con $ACER$, se genera una gráfica que muestra la longitud de registro requerida por $ACER$ para igualar el valor de D de otros métodos para un T específico. Este análisis establece una equivalencia de longitud de registro entre $ACER$ y otros métodos, brindando información valiosa sobre su capacidad.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección, se presenta un análisis exhaustivo del desempeño del método *ACER* y su capacidad para estimar el intervalo de confianza del 95% (*CI*). Los resultados de este análisis proporcionarán conocimientos valiosos sobre la eficacia y aplicabilidad del método *ACER*.

3.1. Serie Sintética

Figura 1 y la Tabla 1 presentan los resultados del análisis de frecuencia obtenidos mediante los diferentes métodos para la población del registro horario de 10,000 años. Estos análisis se comparan con la probabilidad empírica (*E*), que proporciona la "respuesta correcta" u objetivo a lograr con los diferentes métodos. La comparación nos permite evaluar qué tan bien cada método realiza estimaciones de eventos extremos y captura las características de los datos observados. Al comparar, todos los métodos muestran un buen ajuste, excepto el método *G*, donde la hipótesis sobre su distribución similar a *E* es rechazada con un *valor p* de 0.0053. Esto indica una desviación significativa de la distribución esperada. Por otro lado, el método *ACER* se destaca al proporcionar los intervalos de confianza más pequeños para todos los períodos de retorno, lo que indica estimaciones más precisas que otros métodos. En la Figura 2, el gráfico *RW – RE*, respalda aún más esta superioridad del método *ACER* en términos de precisión y exactitud.

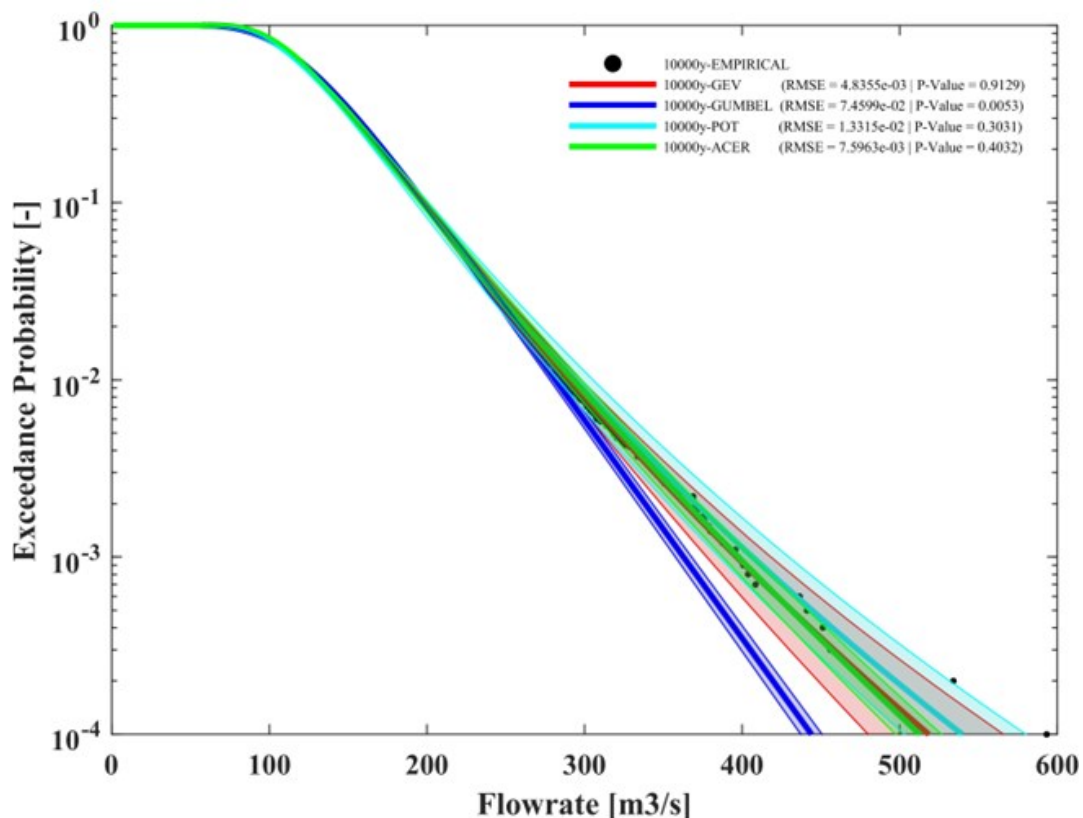


Figura 1: Probabilidad de excedencia para cada cuantil obtenido mediante los diferentes métodos, junto con sus intervalos de confianza del 95% correspondientes.

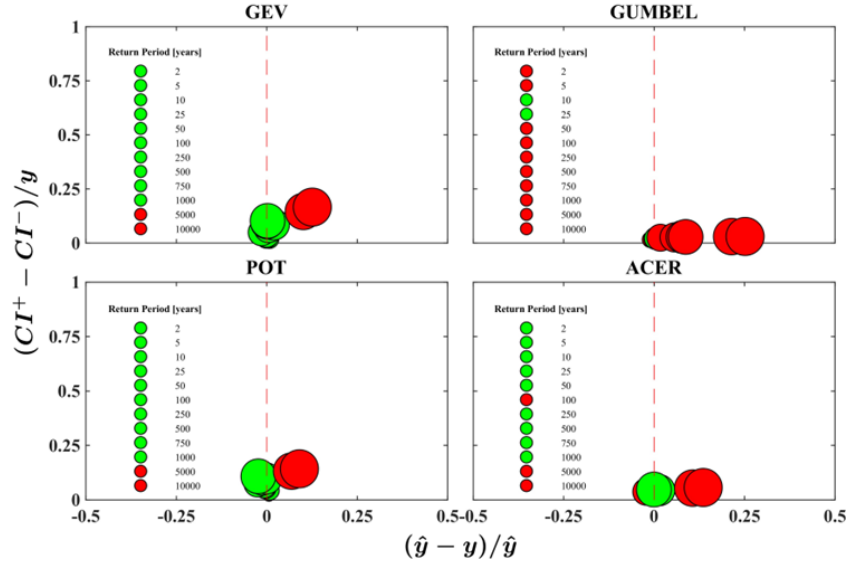


Figura 2: El gráfico *RW-RE* tiene como objetivo relacionar la amplitud del intervalo de confianza (precisión) con la exactitud de la estimación para varios períodos de retorno (el tamaño de cada burbuja aumenta con el correspondiente período de retorno) de un registro de 10,000 años. Al mismo tiempo, se puede observar si el intervalo de confianza incluye la estimación E en su interior (verde) o no la incluye (rojo).

Tabla 1: Cuantiles para varios períodos de retorno (T) con sus correspondientes intervalos de confianza del 95% entre paréntesis.

T [years]	5	10	25	50	100	500	1000	10000
E	170.31	198.29	232.99	261.22	286.54	370.41	397.51	593.26
GEV	169.73 (168.27, 171.23)	196.92 (195.05, 198.81)	233.10 (229.94, 236.17)	261.34 (256.51, 266.16)	290.59 (283.53, 297.91)	363.16 (348.57, 379.63)	396.63 (377.65, 418.31)	518.51 (479.98, 566.04)
G	172.23 (170.87, 173.58)	198.69 (196.84, 200.53)	232.11 (229.62, 234.60)	256.90 (253.93, 259.90)	281.51 (278.05, 285.00)	338.39 (333.77, 343.02)	362.84 (357.72, 367.95)	444.01 (437.25, 450.76)
POT	168.97 (166.17, 171.87)	196.71 (192.52, 201.08)	233.97 (227.56, 240.70)	263.30 (254.88, 272.19)	293.92 (283.17, 305.34)	370.85 (353.28, 389.74)	406.77 (385.59, 429.66)	539.72 (503.09, 580.11)
$ACER$	170.06 (168.11, 171.84)	197.68 (195.00, 200.11)	234.54 (230.77, 237.96)	263.23 (258.52, 267.50)	292.79 (287.04, 298.01)	365.03 (356.49, 372.82)	397.71 (387.78, 406.76)	512.71 (497.47, 526.66)

3.2. Equivalencia de Longitud de Años de Registro

Se compara el rendimiento del método a lo largo de diferentes longitudes de registro. Los resultados proporcionan valiosos conocimientos sobre el rendimiento del método y su idoneidad para varias longitudes de registro. En cuanto a la función G , no cumplió la hipótesis para ninguna de las longitudes de registro, principalmente debido a disparidades significativas entre la distribución estimada y los valores empíricos. A pesar de esta limitación, G demostró un valor D bajo, lo que se atribuye a su intervalo de confianza

estrecho en comparación con otros métodos. Este resultado es esperado, ya que el método Gumbel incorpora un parámetro menos, lo que resulta en un grado de libertad reducido.

En contraste, tanto las distribuciones *GEV* y *GP* exhibieron el índice *D* más alto, principalmente debido a sus intervalos de confianza más amplios. Sin embargo, vale la pena señalar que estos métodos también proporcionaron predicciones precisas de los periodos de retorno empíricos.

Por otro lado, el método *ACER* presenta una convincente combinación de atributos. Se destacó al estimar con exactitud los cuantiles con una notoria precisión, gracias a su reducido intervalo de confianza. Como resultado, superó a otros métodos en términos del índice *D* más bajo en la mayoría de los casos.

Siguiendo la metodología propuesta, se vuelve factible establecer una equivalencia entre la longitud de registro anual de los métodos basada en los valores *D* obtenidos. La Figura 3 ilustra un gráfico que representa la relación entre la longitud de registro del método *ACER* y la de los otros métodos. Una línea negra con una pendiente 1-1 sirve como demarcación, permitiéndonos discernir casos en los que el método *ACER* requiere menos años que sus contrapartes.

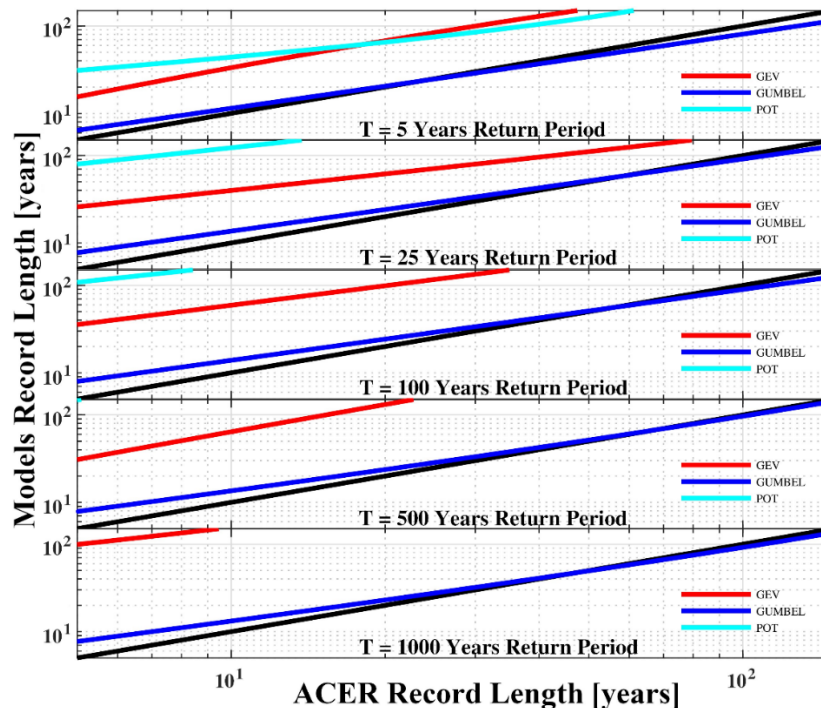


Figura 3: Equivalencia de años de registro entre los modelos *GEV*, *G* y *POT* con el método *ACER*.

Para los diversos periodos de retorno analizados, se puede deducir que, debido al efecto del intervalo de confianza, el método Gumbel puede proporcionar un valor *D* más bajo que el método *ACER* con 15 o más años de registro. En otras palabras, el método *ACER* ofrece una predicción más precisa que el método Gumbel con menos de 15 años de datos. Sin embargo, es importante retener la perspectiva de que el método Gumbel se desvía más de los valores empíricos exactos

En el caso de los otros métodos, el intervalo de confianza juega a su favor, dando lugar a un escenario en el que el método *ACER* requiere significativamente menos años de registro para lograr resultados comparables. Es lógico observar que a medida que el periodo de retorno aumenta, el método enfrenta mayores desafíos para hacer predicciones con menos años de registro disponibles.

4. CONCLUSIONES

En este estudio, hemos investigado la aplicación del método *Average Conditional Exceedance Rate (ACER)* en el análisis de eventos extremos de crecidas y lo hemos comparado con los enfoques tradicionales de Bloque Máximo (*BM*) y *Peak-Over-Threshold (POT)*. A través de la generación de una serie sintética de caudales horarios para 10,000 años, hemos evaluado el rendimiento y la capacidad de estos métodos para estimar cuantiles extremos y sus intervalos de confianza para varios periodos de retorno.

Nuestros resultados destacan la eficacia del método *ACER* en la estimación de caudales extremos para periodos de retorno tanto cortos como largos. *ACER* ha demostrado un ajuste preciso a la distribución empírica, lo que se traduce en intervalos de confianza más pequeños en comparación con los métodos *BM* y *POT*. Esto implica una mayor precisión en las estimaciones y una mejor captura de la variabilidad de los eventos extremos. Es importante resaltar que *ACER* ha logrado resultados comparables con menos años de datos, lo que indica su capacidad para proporcionar estimaciones confiables incluso con conjuntos de datos más pequeños.

La comparación del indicador gráfico *RW-RE* ha respaldado aún más la superioridad del método *ACER* en términos de precisión y exactitud. El método *ACER* ha demostrado consistentemente tener intervalos de confianza más estrechos en relación con los otros métodos, lo que sugiere su mayor capacidad para reducir la incertidumbre en las estimaciones.

Además, hemos establecido una equivalencia de longitud de registro entre *ACER* y los métodos tradicionales en función del valor de D obtenido de las comparaciones. Esta equivalencia proporciona una comprensión útil de la cantidad de datos necesarios para que *ACER* alcance el mismo nivel de precisión que los métodos *BM* y *POT* para diferentes periodos de retorno. Ejemplificando: el período de retorno de 100 años se estimó con la misma precisión y exactitud utilizando la metodología *ACER* con solo 10 años de registros continuo de máximos horarios, en comparación con el uso de 60 años de registros máximos anuales con el método *BM* utilizando la distribución Generalizada de Valores Extremos (*GEV*).

En conclusión, este estudio resalta la aplicabilidad y ventajas del método *ACER* en el análisis de eventos extremos de crecidas. *ACER* ofrece estimaciones precisas y confiables de cuantiles extremos con intervalos de confianza más pequeños, lo que lo convierte en una herramienta valiosa para la gestión de inundaciones y la planificación hidrológica. Su capacidad para funcionar con conjuntos de datos más pequeños también lo hace una opción atractiva en situaciones donde la disponibilidad de datos es limitada.

BILBIOGRAFIA

- Aksoy, H., & Bayazit, M. (2000). A Daily Intermittent Streamflow Simulator. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 24, 265–276.
- Ashkar, F., & Ouarda, T. B. M. J. (1996). On some methods of fitting the generalized Pareto distribution. *Journal of Hydrology*, 177(1–2), 117–141. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(95\)02793-9](https://doi.org/10.1016/0022-1694(95)02793-9)
- Balkema, A. A., & de Haan, L. (1974). Residual Life Time at Great Age. *The Annals of Probability*, 2(5), 792–804. <http://www.jstor.org/stable/2959306>
- Beirlant, J., Goegebeur, Y., Teugels, J., Segers, J., De Waal, D., & Ferro, C. (2004). Statistics of extremes: Theory and applications. En *Statistics of Extremes: Theory and Applications*. John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/0470012382>
- Bommier, E. (2014). *Peaks-over-threshold modelling of environmental data*.
- Chai, W., Leira, B. J., & Naess, A. (2018). Probabilistic methods for estimation of the extreme value statistics of ship ice loads. *Cold Regions Science and Technology*, 146, 87–97. <https://doi.org/10.1016/J.COLDREGIONS.2017.11.012>
- Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer London. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3675-0>
- Cunnane, C. (1973). A particular comparison of annual maxima and partial duration series methods of flood frequency prediction. *Journal of Hydrology*, 18(3–4), 257–271. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(73\)90051-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(73)90051-6)
- Davison, A. C., & Hinkley, D. V. (1997). Bootstrap Methods and their Application. *Bootstrap Methods and their Application*. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511802843>
- Davison, A. C., & Smith, R. L. (1990). Models for Exceedances over High Thresholds. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 52(3), 393–442. <http://www.jstor.org/stable/2345667>
- Gumbel, E. J. (1935). Les valeurs extrêmes des distributions statistiques. *Annales de l'institut Henri Poincaré*, 5(2), 115–158. http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1935__5_2_115_0
- Hosking, J. R. M., & Wallis, J. R. (1993). Some statistics useful in regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 29(2), 271–281. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/92WR01980>
- Jenkinson, A. F. (1955). The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81(348), 158–171. <https://doi.org/10.1002/QJ.49708134804>
- Karpa, O. (2015). *Development of Bivariate Extreme Value Distributions for Applications in Marine Technology*. Norwegian University of Science and Technology.
- Karpa, O., & Naess, A. (2013). Extreme value statistics of wind speed data by the ACER method. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 112, 1–10. <https://doi.org/10.1016/J.JWEIA.2012.10.001>
- Lang, M., Ouarda, T. B. M. J., & Bobée, B. (1999). Towards operational guidelines for over-threshold modeling. *Journal of Hydrology*, 225(3–4), 103–117. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(99\)00167-5](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(99)00167-5)
- Naess, A., & Clausen, P. H. (2001). Combination of the peaks-over-threshold and bootstrapping methods for extreme value prediction. *Structural Safety*, 23(4), 315–330. [https://doi.org/10.1016/S0167-4730\(02\)00015-2](https://doi.org/10.1016/S0167-4730(02)00015-2)
- Naess, A., & Gaidai, O. (2008). Monte Carlo Methods for Estimating the Extreme Response of Dynamical Systems. *Journal of Engineering Mechanics*, 134(8), 628–636. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2008\)134:8\(628\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2008)134:8(628))
- Naess, A., & Gaidai, O. (2009). Estimation of extreme values from sampled time series. *Structural Safety*, 31(4), 325–334. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2008.06.021>
- Naess, A., Gaidai, O., & Batssevych, O. (2010). Prediction of Extreme Response Statistics of Narrow-Band Random Vibrations. *Journal of Engineering Mechanics*, 136(3), 290–298. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2010\)136:3\(290\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2010)136:3(290))
- Naess, A., Gaidai, O., & Haver, S. (2007). Efficient estimation of extreme response of drag-dominated offshore structures by Monte Carlo simulation. *Ocean Engineering*, 34(16), 2188–2197. <https://doi.org/10.1016/J.OCEANENG.2007.03.006>
- Naess, A., Gaidai, O., & Karpa, O. (2013). Estimation of Extreme Values by the Average Conditional Exceedance Rate Method. *Journal of Probability and Statistics*, 2013, 797014. <https://doi.org/10.1155/2013/797014>
- NERC (Natural Environment Research Council). (1975). Hydrological Studies. En *Flood Studies Report* (Vol. 1). Whitefriars Press Ltd.
- Pickands, J. (1975). Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *The Annals of Statistics*, 3(1), 119–131. <http://www.jstor.org/stable/2958083>
- Taesombut, V., & Yevjevich, V. (1978). *Use of partial flood series for estimating distribution of maximum annual flood peak*. Colorado State University.