

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XXII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

**CALIBRACIÓN DE MODELO HIDRODINÁMICO A PARTIR
DE LA FRACCIÓN DE OLEAJE ROMPIENTE**

JOAQUIN MORIS B.¹
PATRICIO CATALÁN M.^{2,3,4}
RODRIGO CIENFUEGOS C.^{3,5}

RESUMEN

Uno de los principales forzantes en la hidrodinámica costera es el rompimiento del oleaje, quien controla la generación de corrientes y por consiguiente la evolución de las playas y la seguridad de bañistas. Es por ello que su representación es de gran interés en la comunidad científica y la sociedad en general. Para ello, tradicionalmente emplean modelos de propagación calibrados según perfiles de la altura del oleaje, sin considerar explícitamente la ubicación tiempo-espacial de la rotura. Dada la importancia de este forzante, se propone en este trabajo una nueva metodología de calibración que involucra como elemento de ajuste adicional la posición del rompimiento.

Los resultados indican que es posible utilizar de manera conjunta los parámetros tradicionales y este nuevo indicador, y que el uso conjunto se traduce en una mejor predicción de la hidrodinámica general del oleaje. Sin embargo, el logro de un buen ajuste supone un desafío para los modelos existentes, que requieren de ajustes con respecto a su formulación original. De esta manera, esta propuesta de calibración permite avanzar en la comprensión del fenómeno, y supone una oportunidad de mejora de los modelos existentes.

¹ Alumno Magíster en Ciencias de la Ingeniería Civil, Departamento de Obras Civiles, Universidad T.F. Santa María

² Profesor Adjunto, Departamento de Obras Civiles, Universidad Técnica Federico Santa María

³ Investigador Asociado, Centro Nacional de Gestión Integrada de Desastres Naturales, CIGIDEN

⁴ Investigador Asociado, Centro Científico Tecnológico de Valparaíso, CCTVal

⁵ Profesor Asociado, Dept. de Ing. Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile.

1. INTRODUCCIÓN

La rotura del oleaje es un fenómeno importante en la zona de rompiente, ya que es el forzante principal de las corrientes, que a su vez son los agentes de cambio hidro y morfo-dinámicos en la costa. Sin representar de manera adecuada este forzante, tanto en magnitud como en ubicación tiempo-espacial, se cometen errores en la estimación de fenómenos como el *set-up*, *set-down*, *run-up*, corrientes de resaca, transporte de sedimentos, *undertows*, corrientes longitudinales y circulación costera. Así, la caracterización de la zona rompiente es un factor fundamental en la práctica de la ingeniería de costas.

Desde hace más de un siglo, se ha estudiado el fenómeno de la rotura (Stokes, 1880; Mitchell, 1893; McCowan, 1894; por nombrar algunos). Los primeros intentos por caracterizar este fenómeno han necesitado promediar el oleaje en su fase, perdiendo la información ola a ola. Con el desarrollo computacional, ha sido posible implementar modelos que permiten resolver la fase de la ola. Los modelos que más se han popularizado son los modelos tipo Boussinesq (Madsen et al., 1991; Wei et al., 1995; Madsen et al., 1997a; Cienfuegos et al. 2006a, 2007; entre otros) debido a que con un costo computacional razonable, son capaces de representar el oleaje con un orden $O(\mu^4)$, resolviendo la evolución completa de olas individuales.

Las ecuaciones de Boussinesq son ecuaciones conservativas que no incluyen parámetros asociados al rompimiento. Es por ello que es necesario incluir un término adicional que represente este proceso y así poder representar el oleaje adecuadamente. Diversos autores (Schäffer et al., 1993; Veeramony and Svendsen, 1999, 2000; Kennedy et al., 2000) han contribuido en la inclusión de ecuaciones adicionales para representar la rotura, pero ninguno ha logrado desarrollar una ley universal de la rotura. Debido a esto, se requiere que cada modelo sea calibrado independientemente, típicamente a través del uso de distintos parámetros. El proceso de calibración se basa en el ajuste de cantidades promediadas del oleaje, y no representa de manera directa el comportamiento específico de la rotura, aunque sí modela su efecto global.

Esto es considerado una deficiencia en el proceso de calibración, por lo que se propone utilizar información adicional que permita indagar en el comportamiento del proceso de rotura en sí mismo. Para ello, la investigación presentada en este informe utiliza un modelo de rompimiento tipo Boussinesq que ha demostrado ser capaz de representar parámetros promediados tales como la altura de ola (H), asimetría (As) y *skewness* (Sk) de ondas cnoidales en una playa de pendiente constante de manera apropiada (Cienfuegos et. al., 2010). A pesar de que el modelo funciona adecuadamente bajo dichas condiciones, no hay certeza con respecto a la ubicación precisa de la rotura ni su aplicabilidad a oleaje irregular.

En este trabajo se presenta una calibración del modelo con un enfoque basado en representar, además de H , As y Sk , la ubicación tiempo-espacial de la rotura. Para ello, se utilizaron datos de video medidos en laboratorio. El oleaje utilizado es irregular en una playa con barra, lo que significa una condición demandante. La calibración se realizó ajustando simultáneamente H_{rms} y la fracción de oleaje rompiente (Q_b).

2. ANTECEDENTES

El set de ecuaciones de Boussinesq utilizado para la calibración es (Cienfuegos et al., 2010):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} - D_h = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + \Gamma_d - \frac{1}{h} D_{hu} = 0 \quad (2)$$

donde x y t son coordenadas absolutas de tiempo y espacio, h es la profundidad local, u es la velocidad horizontal promediada en la vertical, g es la aceleración de gravedad, Γ_d son términos dispersivos del tipo Boussinesq, D_h es la contribución del rompimiento al balance de masa y D_{hu} es la contribución del rompimiento al balance de momentum. En la Figura 1 se presenta un esquema con las variables mencionadas, donde d es la profundidad de aguas quietas, ϕ es el ángulo en el frente de la ola, l_R es la longitud del *roller* y e_r es la altura del *roller*.

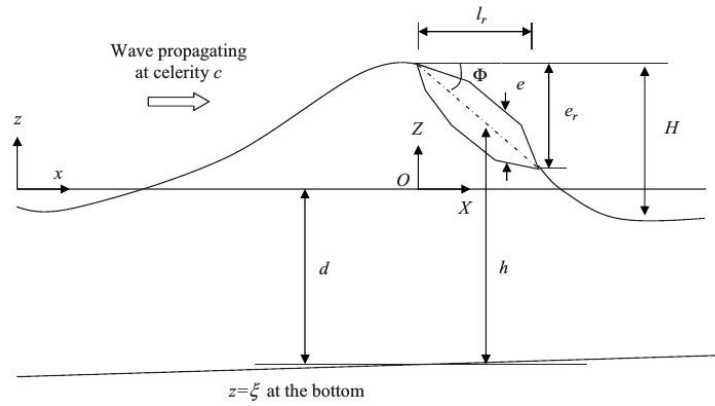


Figura 1. Esquema de las variables para una ola rompiendo.

Los términos disipativos D_h y D_{hu} son no nulos cuando se activa el rompimiento, lo que se logra a través de un criterio de inicio y fin del proceso. Estos términos representan la pérdida de energía por turbulencia en el *roller* y siguen un esquema basado en una viscosidad de remolino, tomando los siguientes valores:

$$D_h = \frac{d}{dx} \left(\nu_h \frac{dh}{dx} \right) \quad (3)$$

$$D_{hu} = \frac{d}{dx} \left(\nu_{hu} \frac{d(hu)}{dx} \right) \quad (4)$$

donde ν_h y ν_{hu} son funciones difusivas definidas según:

$$v_{hu}(X) = -K_{hu} * \exp\left(\frac{X}{l_r} - 1\right) \left[\left(\frac{X}{l_r} - 1\right) + \left(\frac{X}{l_r} - 1\right)^2 \right] \quad (5)$$

$$v_h(X) = -K_h * \exp\left(\frac{X}{l_r} - 1\right) \left[\left(\frac{X}{l_r} - 1\right) + \left(\frac{X}{l_r} - 1\right)^2 \right] \quad (6)$$

para ambas ecuaciones con $0 \leq X \leq l_r$ y K_{hu} y K_h son coeficientes de viscosidad de remolino para el balance de momentum y masa, respectivamente. El largo del *roller* (l_r) es definido

$$l_r = \frac{0.865(1 - \gamma) * d}{\tan \Phi} \quad (7)$$

donde γ es el índice de rompimiento. Si se considera que la razón entre los coeficientes K_h y K_{hu} corresponden a una constante κ según:

$$\kappa = \frac{K_h}{K_{hu}} \quad (8)$$

el valor de coeficiente K_{hu} se puede definir de la siguiente manera (usando Eqs 5-8):

$$K_{hu} = \frac{1}{(1 + \kappa)} * \frac{\gamma^3}{(4 * I_{hu}(\gamma))} * \frac{(c * d)}{\tan \Phi} \quad (9)$$

donde $I_{hu}(\gamma)$ es una función que depende del índice de rompimiento γ , según:

$$I_{hu} = - \int_0^1 \left[\left(1 - \left(1 + \frac{\gamma}{2} - 0.865(1 - \gamma)\tau \right)^{-1} \right) \psi(\tau) \right] d\tau \quad (10)$$

con $\psi(\tau) = \exp(\tau - 1)(\tau + \tau^2 - 1)$ para $0 \leq \tau \leq 1$.

De la ecuación (9) se puede definir los términos asociados al índice de rompimiento γ como una función de disipación α_b , definida de la siguiente manera:

$$\alpha_b = \frac{\gamma^3}{(4 * I_{hu}(\gamma))} \quad (11)$$

A pesar de que α_b es una función de γ , es posible desacoplarla y considerar ambas variables como independientes en el caso de que el modelo presente mejores resultados de esta manera.

Con lo anterior, queda definido el modelo de disipación durante la rotura. Queda por expresar un criterio para el comienzo y cese del rompimiento. Para ello se definen dos ángulos umbrales: uno para el inicio del rompimiento (ϕ_b) y otro para el cese de la rotura (ϕ_f). El inicio de la rotura ocurre si

$$\tan \phi > \tan \phi_b \quad (12)$$

y el cese del rompimiento si

$$\tan \phi < \tan \phi_f \quad (13)$$

En síntesis, el modelo presenta el siguiente set de parámetros que necesitan ser calibrados:

ϕ_b : Ángulo umbral para el inicio del rompimiento.

ϕ_f : Ángulo umbral para el cese del rompimiento.

γ : Índice de rompimiento.

κ : Razón entre los coeficientes de viscosidad de remolino.

α_b : Término asociado a la magnitud de la disipación (se puede acoplar a γ).

3. DATOS EXPERIMENTALES

Los datos experimentales fueron obtenidos en el Large Wave FLume (LWF) en el Hinsdale Wave Research Laboratory, Oregon State University. El canal presenta un largo de 104 m, un ancho de 3.7 m y un alto de 4.6 m. El perfil de batimetría es ajustable mediante bloques de hormigón. Para este experimento, se utilizó un perfil de playa con barra. El eje x apunta en la dirección onshore, con origen en la paleta generadora de olas. El generador de olas se ubica donde la profundidad local es de 4.27 m. Las mediciones de la superficie libre (η) se realizaron con seis sondas resistivas, muestreando a 50 Hz. Las mediciones fueron tomadas en las ubicaciones $x = [23.45; 45.40; 52.73; 60.04; 70.99; 81.97]$ m. La primera sonda registra η fuera de la zona de la rompiente y es usado como input en el modelo. Las sondas 2 y 3 miden η donde se espera que rompa el oleaje, mientras que las miden la transformación desde la barra hasta la playa. Un esquema de lo definido anteriormente se presenta en la Figura 2.

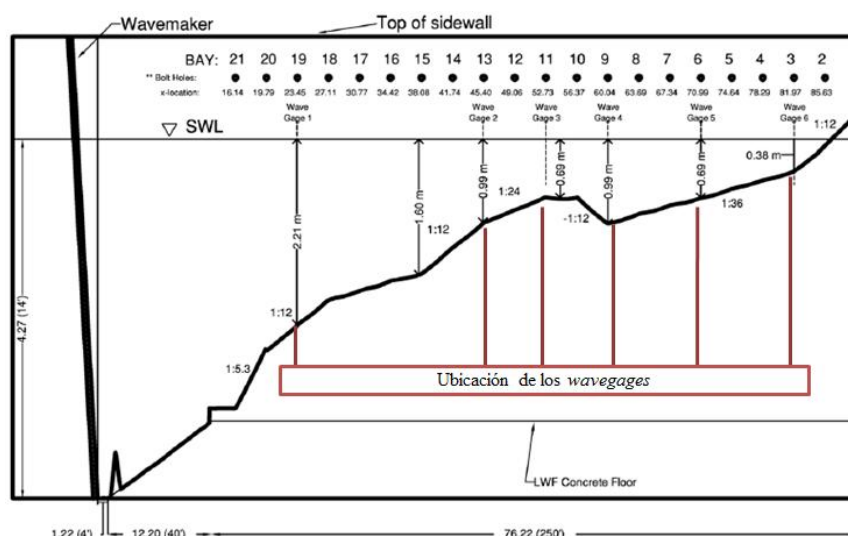


Figura 2. Perfil de batimetría utilizado en los experimentos.

Se utilizó una corrida de oleaje irregular. Las características del oleaje se presentan en la Tabla 1. Más detalles del experimento se encuentran en Catalán y Haller (2008).

Corrida	$H_0[m]$	$T_p[s]$	ξ_b	U_r	Tipo de rompimiento
R27	0.37	2.7	0.23	3.1	Spilling

Tabla 1. Características del oleaje irregular utilizado

La medición del rompimiento se realizó con una estación de video de alta resolución ARGUS III (Holman y Stanley, 2007). La estación consistió en tres cámaras digitales montadas 9.88 m sobre el nivel de aguas quietas, abarcando desde $x = 41.7$ m hasta la parte seca de la playa. Para unir la toma de las tres cámaras y dejar el ángulo de visión desde una vista superior, se rectificaron las imágenes. Más información del procesamiento de video puede ser encontrada en Catalán (2005).

En la Figura 3, en la parte superior se presenta la serie de tiempo en la primera sonda ubicada en $x = 23.45$ m y que fue utilizado como entrada en el modelo. En la parte inferior derecha se presenta un mapa espacio-tiempo en los lugares donde ocurrió la rotura. Se observa la ocurrencia de rompimiento intermitentemente sobre la barra, asociado a grupos de olas.

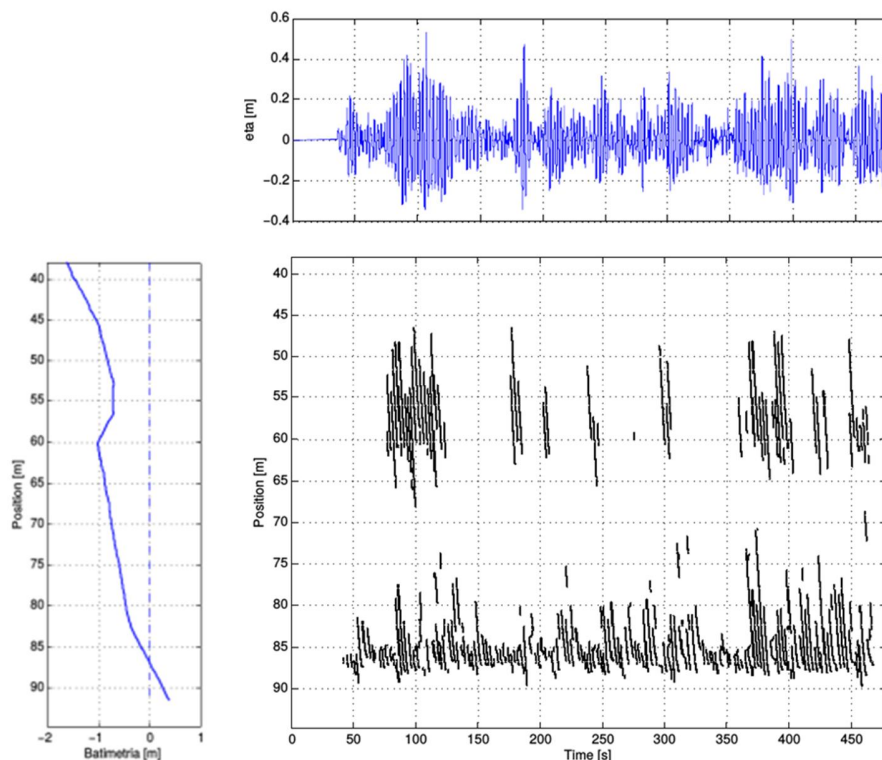


Figura 3. Arriba: Superficie libre en $x = 23.45$ m. Abajo izquierda: Perfil batimétrico. Abajo derecha: Time stack de la ubicación tiempo-espacial de la rotura.

A partir del mapa espacio-tiempo (“time stack”) de la rotura, se puede construir una curva correspondiente a la fracción de oleaje rompiente (Q_b). Dicha fracción se calcula para cada punto en el espacio y se define como:

$$Q_b = \frac{\#olas\ que\ rompen}{\#olas\ totales} \quad (14)$$

En la Figura 4 se presenta la curva mencionada en el párrafo anterior, donde se ve que una fracción de las olas rompe sobre la barra, y luego casi la totalidad de las olas rompe en la orilla.

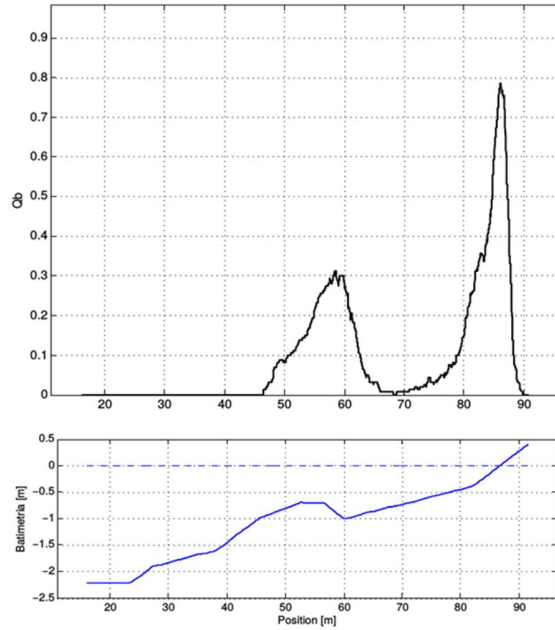


Figura 4. Arriba: Curva de la Fracción de Oleaje Rompiente (Q_b). Abajo: Perfil de batimetría utilizado.

4. METODOLOGÍA

Se realizó un barrido de simulaciones ($n = 680$) variando los parámetros libres del modelo de Cienfuegos et al. (2010). En la Tabla 2 se muestra rango de valores utilizados

Variable	Símbolo	Rango barrido
Ángulo umbral para el inicio del rompimiento	Φ_b	$16^\circ - 50^\circ$
Ángulo umbral para el cese del rompimiento	Φ_f	$6^\circ - 17^\circ$
Índice de rompimiento.	γ	$0.3 - 0.85$
Razón entre los coeficientes de viscosidad de remolino	κ	$0.1 - 0.3$
Término asociado a la magnitud de la disipación	α_b	Según γ , pero a veces ligeramente desacoplado

Tabla 2. Rango de los parámetros en las simulaciones.

A partir de las simulaciones, se realizaron dos calibraciones. En primer lugar, se calibró el modelo sin considerar la fracción de oleaje rompiente. En segundo lugar, se incluyó en la calibración la curva de la fracción de oleaje rompiente, donde se consideraron aquellas simulaciones que presentan una estructura tiempo-espacial de rompimiento similar a los datos registrados con video, es decir, aquellas en que rompe aproximadamente el 30% de las olas en la barra. Las calibraciones se realizaron de esa manera con el fin de justificar el uso de la calibración a partir de los datos de video.

Adicionalmente, cada calibración debe satisfacer de manera adecuada los parámetros tradicionales de altura media cuadrática (H_{rms}), asimetría cresta-valle (As), asimetría izquierda-derecha (Sk), setup ($\bar{\eta}$), la altura media de la cresta de ola ($\eta_c - \bar{\eta}$) $_{rms}$ y la altura media del valle de ola ($\eta_t - \bar{\eta}$) $_{rms}$. Los valores medios cuadráticos se obtienen para cada punto en el espacio según:

$$A_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum A_i^2} \quad (15)$$

donde i es cada ola individual y A es un parámetro genérico. La asimetría cresta-valle (As), se obtiene según:

$$As = \frac{\langle \mathcal{H}(\eta - \bar{\eta})^3 \rangle}{\langle (\eta - \bar{\eta})^2 \rangle^{3/2}} \quad (16)$$

donde \mathcal{H} es la transformada de Hilbert. La asimetría izquierda-derecha (Sk), se obtiene a partir de:

$$Sk = \frac{\langle (\eta - \bar{\eta})^3 \rangle}{\langle (\eta - \bar{\eta})^2 \rangle^{3/2}} \quad (17)$$

Para comparar los parámetros mencionados anteriormente de los datos medidos en laboratorio y de los datos obtenidos a partir del modelo, se utilizará como estadístico el Skill Score (SS), que se define según:

$$SS = 1 - \sqrt{\frac{\sum (A_{medido} - A_{modelo})^2}{\sum (A_{medido})^2}} \quad (18)$$

donde A es un parámetro genérico. Este estadístico se interpreta de la siguiente manera: si $SS = 1$ la predicción es perfecta, si $0 < SS < 1$ la predicción es aceptable y si $SS < 0$ la predicción no es aceptable.

5. RESULTADOS

Calibración sin considerar la fracción de oleaje rompiente

Para calibrar el modelo sin considerar la curva $Q_b(x)$, se eligió un set de parámetros óptimos minimizando simultáneamente el Skill Score de los parámetros del oleaje. En la Tabla 3 se presentan los valores de cada parámetro.

Parámetro	Óptimo
Φ_b	18°
Φ_f	10°
γ	0.8
κ	0.1
α_b	$\alpha_b = 0.5$

Tabla 3. Set de parámetros óptimos para calibración sin considerar la curva de oleaje rompiente.

La altura media cuadrática (H_{rms}), la asimetría cresta-valle (As) y la asimetría izquierda-derecha (Sk) presentan valores de Skill scores de 0.95, 0.49 y 0.84; respectivamente. Las curvas de estos parámetros se presentan en la Figura 5.

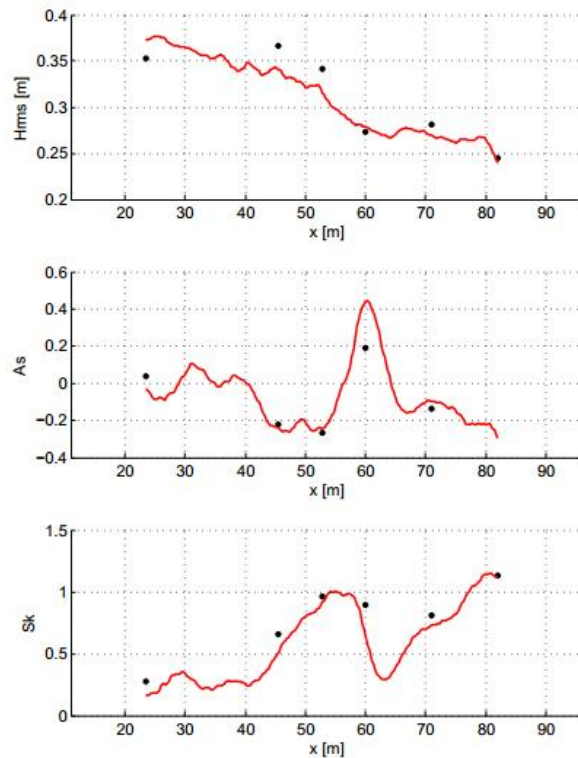


Figura 5. Parámetros resumen del oleaje para la calibración sin considerar la fracción de oleaje rompiente. Arriba: altura media cuadrática (H_{rms}). Centro: asimetría cresta-valle (As). Abajo: asimetría izquierda-derecha (Sk). En todos los gráficos se muestra en rojo lo simulado y en negro los datos experimentales.

El nivel de *setup* ($\bar{\eta}$), la altura media de la cresta de ola ($(\eta_c - \bar{\eta})_{rms}$) y la altura media del valle de ola ($(\eta_t - \bar{\eta})_{rms}$) son representados con valores de *SS* equivalentes a 0.47, 0.95 y 0.92; respectivamente. Las curvas de estos parámetros se presentan en la Figura 6.

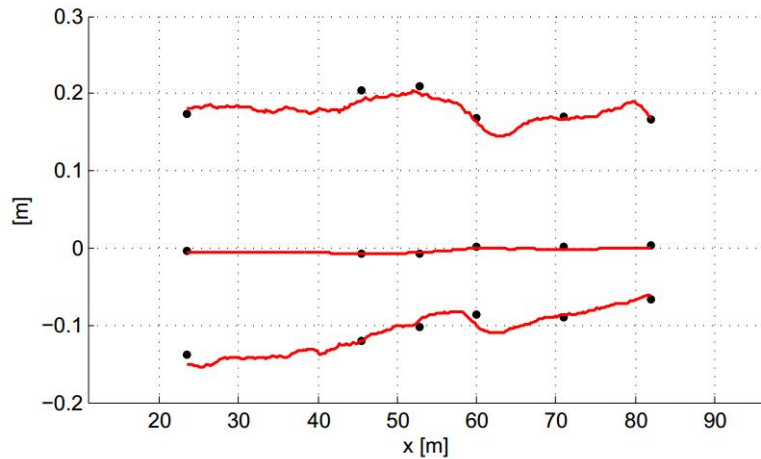


Figura 6. Comportamiento de los niveles medios para la calibración sin considerar la fracción de oleaje rompiente. Arriba: altura media de la cresta de ola $(\eta_c - \bar{\eta})_{rms}$. Centro: nivel de *setup* ($\bar{\eta}$). Abajo: altura media del valle de ola $(\eta_t - \bar{\eta})_{rms}$. Se muestra en rojo lo simulado y en negro los datos experimentales.

Al parecer estos resultados a primera vista se ven aceptables. Sin embargo, hay incerteza con respecto a la representación adecuada de la rotura. Es por ello, que en la Figura 7 se presenta la rotura simulada, cuyo comportamiento no fue considerado en la calibración. A partir de esta información, se muestra que hay un retraso no despreciable de la ubicación espacial del rompimiento, donde se destaca que algunas olas rompen en $x = 30$ m, es decir, unos 20 m antes de los datos registrados por video.

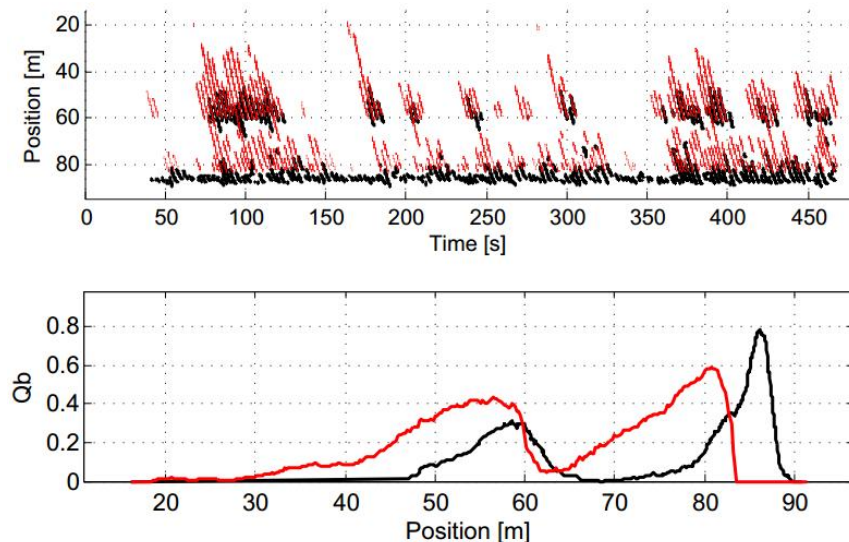


Figura 7. Comportamiento de la rotura para la calibración sin considerar la fracción de oleaje rompiente. Arriba: Time stack de la rotura. Abajo: fracción de oleaje rompiente. En ambos gráficos: los datos experimentales son de color negro y los resultados del modelo en rojo.

Calibración considerando la fracción de oleaje rompiente

De las simulaciones en que la curva $Q_b(x)$ muestra un comportamiento similar a los datos experimentales, se escogió un set de parámetros de calibración óptimo maximizando el Skill Score de los parámetros del oleaje, principalmente de la altura media cuadrática H_{rms} . En la Tabla 4 se muestran los valores óptimos obtenidos.

Parámetro	Óptimo
Φ_b	24°
Φ_f	6.5°
γ	0.47
κ	0.1
α_b	Según ecuación (11(11)), $\alpha_b = 0.5$

Tabla 4. Set de parámetros óptimos para calibración considerando la curva de oleaje rompiente

En la Figura 8 se presenta la rotura simulada por el modelo para el caso óptimo, en la cual en negro se presentan los datos experimentalmente. Sobre la barra el modelo predice adecuadamente la cantidad de olas rompientes, pero se adelanta espacialmente el inicio de la rotura. Para $x > 70$ m, la predicción subestima datos experimentales, rompiendo menos olas.

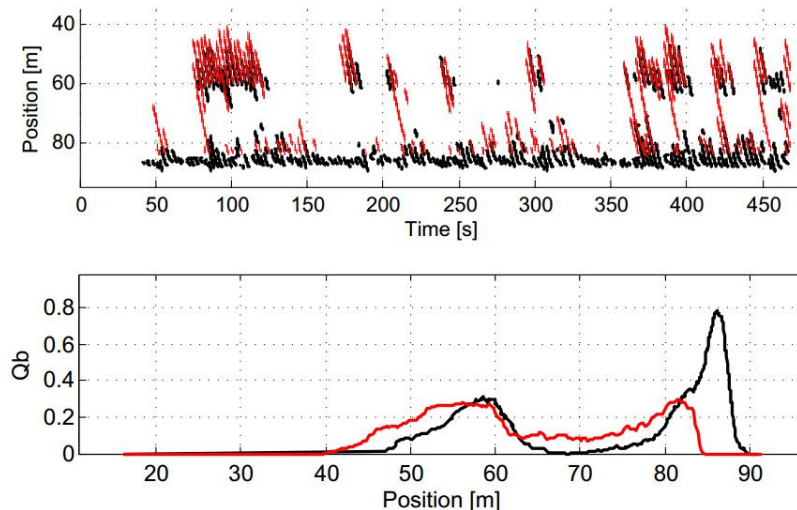


Figura 8. Comportamiento de la rotura para la calibración considerando la fracción de oleaje rompiente Arriba: Time stack de la rotura. Abajo: fracción de oleaje rompiente. En ambos gráficos: los datos experimentales son de color negro y los resultados del modelo en rojo.

La altura media cuadrática (H_{rms}) es representada adecuadamente con un $SS = 0.97$, la asimetría cresta-valle (As) y la asimetría izquierda-derecha (Sk) también presentan un comportamiento apropiado, con Skill scores de 0.41 y 0.79; respectivamente. Las curvas de estos parámetros se presentan en la Figura 9.

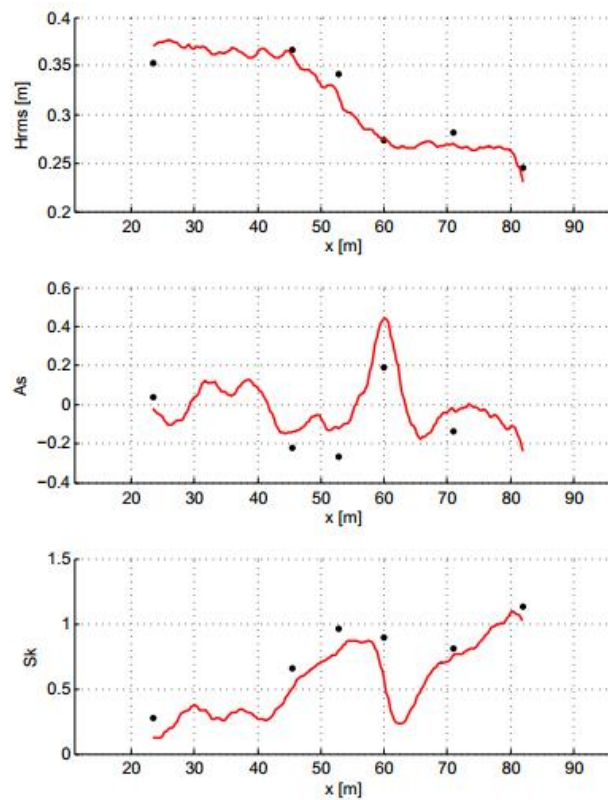


Figura 9. Parámetros resumen del oleaje para la calibración considerando la fracción de oleaje rompiente Arriba: altura media cuadrática (H_{rms}). Centro: asimetría cresta-valle (As). Abajo: asimetría izquierda-derecha (Sk). En todos los gráficos se muestra en rojo lo simulado y en negro los datos experimentales.

El nivel de setup ($\bar{\eta}$), la altura media de la cresta de ola $(\eta_c - \bar{\eta})_{rms}$ y la altura media del valle de ola $(\eta_t - \bar{\eta})_{rms}$ son representados adecuadamente, con valores de SS equivalentes a 0.56, 0.97 y 0.92; respectivamente. Las curvas de estos parámetros se presentan en la Figura 10.

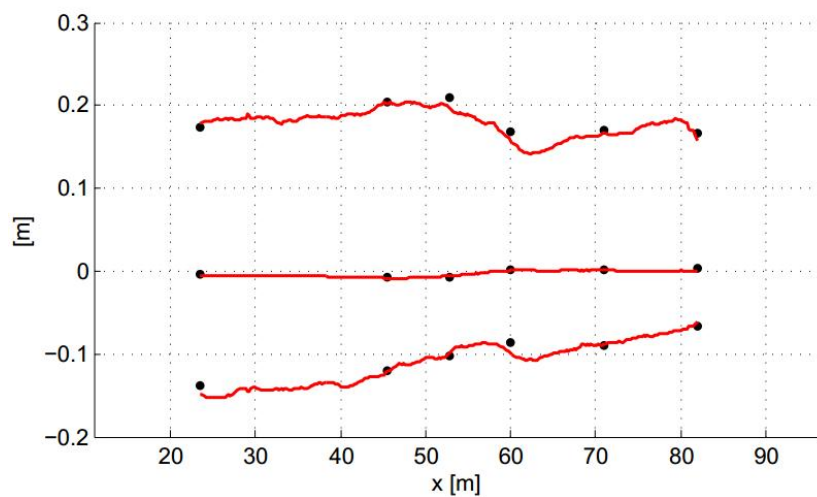


Figura 10. Comportamiento de los niveles medios para la calibración considerando la fracción de oleaje rompiente. Arriba: altura media de la cresta de ola $(\eta_c - \bar{\eta})_{rms}$. Centro: nivel de setup ($\bar{\eta}$). Abajo: altura media del valle de ola $(\eta_t - \bar{\eta})_{rms}$. Se muestra en rojo lo simulado y en negro los datos experimentales.

6. DISCUSIÓN

La metodología desarrollada motiva a reanalizar si los mecanismos clásicos de calibración para modelos de rotura son apropiados, ya que presentan incertezas con respecto a la ubicación tiempo-espacial de la rotura. Esta metodología tiene el potencial de no solo calibrar este modelo en particular, sino que cualquier modelo de rompimiento que resuelva la fase en el cual se necesite ajustar parámetros.

El set de parámetros óptimo obtenido retrasa el inicio de la rotura aproximadamente 5 m. Esto se debe a una subestimación del parámetro Φ_b ($\approx 24^\circ$), ya que para que todas las olas que deben romper en la barra lo hagan, se debe relajar este parámetro, retrasando las olas más energéticas. Esto demuestra que el inicio de la rotura no sólo depende del ángulo de inclinación, sino que es un proceso mucho más complejo e involucra más factores. El uso de esta metodología permite identificar este problema, que de otra manera pasa desapercibido ante la buena predicción que se obtiene con la calibración estándar.

7. CONCLUSIONES Y TRABAJO EN DESARROLLO

La calibración realizada a partir del ajuste de la fracción de oleaje rompiente, a diferencia del método clásico, presenta la ventaja de tener certeza en la ubicación tiempo-espacial de la rotura.

Si bien los datos de video no proporcionan la magnitud del rompimiento, éstos entregan información con respecto a ubicación de la rotura en laboratorio. Esto justifica el uso de cámaras de video como elementos de registro en laboratorio, que adicional a los sensores tradicionales, permiten tener una mejor comprensión de la hidrodinámica en la zona rompiente.

Se está trabajando en la calibración de un caso de oleaje regular con una no-linealidad mayor ($H_0 = 0.63[m]$; $T = 4.0[s]$) que el caso presentado en este informe. Esto tiene por objetivo llevar al límite las capacidades de las ecuaciones de Boussinesq junto al modelo de rompimiento acoplado. Además, para el caso en que se está trabajando, se poseen datos experimentales de *undertow* y más puntos en el perfil de la altura media cuadrática, lo que permitirá una mayor certeza en la calibración a realizar.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a CONICYT por el financiamiento de los estudios de postgrado del alumno Joaquín Pablo Moris Barra [CONICYT-PCHA/Magíster Nacional/2015 – 22151029], así como al Centro Nacional de Investigación para la Gestión Integrada de Desastres Naturales, CIGIDEN, FONDAP 15110017.

REFERENCIAS

Catalán, P., 2005, Hybrid approach to estimating bathymetry using remote sensing, M. Oc. E. Thesis, Oregon State Univ.

- Catalán, P. A., and M. C. Haller, 2008, Remote sensing of breaking wave phase speed with application to nonlinear depth inversion, *Coastal Eng.*, 55, 93-111.
- Cienfuegos, R., Barthélemy, E., and Bonneton, P. 2006a. "A fourth order compact finite volume scheme for fully nonlinear and weakly dispersive Boussinesq-type equations. Part I: Model development and analysis." *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 5111, 1217–1253.
- Cienfuegos, R., Barthélemy, E., and Bonneton, P. 2006b. "Nonlinear surf zone wave properties as estimated from Boussinesq modelling: Random waves and complex bathymetries." *Proc.*, 30th Int. Conf. Coastal. Eng., ASCE, Reston, Va.
- Cienfuegos, R., Barthélemy, E., and Bonneton, P. 2007. "A fourth order compact finite volume scheme for fully nonlinear and weakly dispersive Boussinesq-type equations. Part II: Boundary conditions and validation." *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 539, 1423–1455.
- Cienfuegos R., Barthélemy E., Bonneton P., 2010. Wave-Breaking Model for Boussinesq-Type Equations Including Roller Effects in the Mass Conservation Equation. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, Vol. 136, No. 1, January 1, 2010. 10 – 26
- Holman, R., and J. Stanley, 2007, The history and technical capabilities of Argus, *Coastal Eng.*, 54, 477-491.
- Kennedy, A.B., Chen, Q., Kirby, J.T., Dalrymple, R.A., 2000. Boussinesq modeling of wave transformation, breaking and run-up. I: 1D. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering* 126, 39–47.
- Madsen, P.A., Murray, R., Sørensen, O.R., 1991. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. *Coastal Engineering* 15, 371–388.
- Madsen, P.A., Schäffer, H.A., Sørensen, O.R., 1997a. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model: Part I. Model description and crossshore motion of regular waves. *Coastal Engineering* 32, 255–288.
- McCowan, J., 1894. On the highest wave of permanent type. *Philosophical Magazine, Series 5* 38, 351–357.
- Mitchell, J.H., 1893. On the highest waves in water. *Philosophical Magazine, Series 5* 36, 430–437.
- Schäffer, H.A., Madsen, P.A., Deigaard, R., 1993. A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. *Coastal Engineering* 20, 185–202.
- Stokes, G.G., 1880. On the theory of oscillatory waves. In *Mathematical and Physical Papers*, Vol. 1. Cambridge University Press, London England, pp.314–326.
- Veeramony, J., Svendsen, I.A., 1999. Modeling the flow in surf zone waves. Research Report N0 CACR-99-04, Center for Applied Coastal Research. University of Delaware, Newark.
- Veeramony, J., Svendsen, I.A., 2000. The flow in the surf-zone waves. *Coastal Engineering* 39, 93–122.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T., Subramanya, R., 1995. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves: Part 1. Highly non-linear unsteady waves. *Journal of Fluid Mechanics* 294, 71–92.