SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
I COLOQUIO NACIONAL
JUNIO-JULIO 1971
SANTIAGO - CHILE

CALCULO DE REDES DE DISTRIBUCION

Hernán Santa María B. (1) y Eduardo Varas C. (2)

Este trabajo describe un programa de computación para la solución de redes de agua potable en régimen permanente. Se emplea el método de Newton-Raphson en la solución del sistema de ecuaciones y se utiliza el algoritmo de "minimal spanning tree" en la obtención de caudales iniciales con lo cual se minimizan los datos de entrada y prácticamente se asegura la convergencia del sistema de ecuaciones. El programa entrega las pérdidas en cada tramo y un cuadro con las cotas piezométricas y la presión disponible en cada nudo.

(1) Profesor Departamento Ingeniería de Sistemas, Escuela de Ingeniería, Universidad Católica de Chile.

(2) Profesor Departamento de Obras Hidráulicas, Escuela de Ingeniería, Universidad Católica de Chile.

INTRODUCCION

En los últimos años numerosos investigadores (2,3,6) se han preocupado de desarrollar programas de computación para resolver el problema de calcular redes de agua potable en régimen permanente. Los primeros trabajos, se basaban en aplicar el método desarrollado por Hardy Cross a cada malla o nudo. Este sistema tiene el inconveniente que en grandes redes la convergencia es muy lenta y a veces no es posible. Posteriormente se ha utilizado el método de Newton-Raphson, que consiste en calcular las correcciones a los gastos iniciales en toda la red al mismo tiempo y no proceder sucesivamente por cada malla o nudo. De esta manera se asegura una convergencia en la solución bastante más rápida. Sin embargo, este procedimiento implica resolver un sistema de n ecuaciones no lineales, lo que en términos de memoria de computador significa almacenar una matríz de n x n elementos.

En este trabajo, siguiendo el método propuesto por Epp y Fowler (2), se ha intentado desarrollar un programa eficiente para obtener la solución, que minimice la capacidad de computador requerida y que necesita un mínimo de información en la entrada.

CARACTERISTICAS GENERALES DEL METODO

El método empleado está orientado a una solución por mallas o circuitos y no por nudos. Consiste en calcular una distribución inicial de gastos en cada tramo, que cumpla con los requisitos de consumo y de equilibrio de gasto en cada nudo. Luego se calculan correcciones a estos gastos de modo que se cumpla simultáneamente en todos los circuitos de la red, la condición que la suma algebraica de las pérdidas en los tramos de cada circuito sea nula. Al término del proceso de solución se obtendrá entonces una distribución de caudales que cumple con la condición de equilibrio en cada nudo y que cumple también la condición de suma algebraica nula de pérdidas de carga en los tramos que forman un circuito cerrado en la red.

El procedimiento plantea una ecuación por cada malla de la red y no por cada nudo. Esto tiene la ventaja que el número de mallas es alrededor de 25% menor que el número de nudos y que la matríz de primeras derivadas es simétrica.

El sistema de ecuaciones planteado corresponde a la aplicación del método de Newton al problema de encontrar las correcciones a los gastos iniciales de modo que la suma algebraica de las pérdidas de energía en cada malla de la red sea nula. Su solución se ha abordado mediante la descomposición de Choleski, que consiste en transformar la matríz original de coeficientes en el producto de dos matrices, una triangular superior y una triangular inferior.

INFORMACION DE ENTRADA NECESARIA

El uso del programa requiere entregar en primer lugar, cierta información general como ser, número de mallas de la red, número de cañerías, número de pseudo-cañerías, que introducen relaciones adicionales, tales como, relación entre cotas piezométricas en distintos puntos de la red, o puntos singulares (bombas, p.ej.), número de nudos, precisión requerida.

En seguida, viene un grupo de datos que corresponden a cada cañería y que son: nudo inicial, nudo final, largo, diámetro y factor de fricción, número de las mallas a las cuales pertenece la cañería. (máx.10).

Luego se lee el grupo de datos correspondientes a cada nudo, número del nudo, consumo en el nudo y cota del nud

Finalmente se lee el grupo de datos de las pseudo cañerías: nudo final (se supone que todas empiezan en un nudo de referencia), número de la malla a la cual pertenece y parámetros de las bombas o estanques.

La información anterior define la disposición de la red en el terreno y los requisitos de consumo en los nudos.

CALCULO DE LOS GASTOS INICIALES

El problema de determinar un conjunto de valores para los gastos en las cañerías que cumpla con las ecuaciones de continuidad en los nudos y con las condiciones externas ha sido resuelto determinando un árbol que cubra todos los nudos.

Se denomina árbol a un conjunto de arcos en una red que no forme ciclos y que comunique todos los nudos. Las propiedades matemáticas (1) de un árbol sugieren un algoritmo para determinar en forma única los valores de flujo en las cañerías pertenecientes a él que satisfagan la continuidad, puesto que todo árbol contieñe siempre un nudo al cual llega una sola cañería.

La selección de un árbol dentro de la red se hizo determinando el árbol cuya suma total de los valores de las resistencias fuese mínima. Para las cañerías de la red que no pertenecen al árbol se asigna un flujo inicial cero, con lo que el flujo asociado a todas las cañerías cumple con las ecuaciones de continuidad. La determinación del árbol mínimo (minimal spannig tree) se hizo utilizando una variación del algoritmo de Kruskal (4).

CALCULO DE LA SOLUCION

El método de Newton ha sido usado por varios investigadores para resolver el problema de determinar los flujos en una red hidráulica. Sin embargo, lo que se propone en este método tiene la particularidad de estar orientado en torno a circuitos de la red y no a nudos, como normalmente se hace.

Consideremos las cañerías que forman un circuito. En ellas debe cumplirse que la suma algebraica de las pérdidas totales en el circuito es cero. Esta condición genera una ecuación no lineal por cada circuito, cuyas incógnitas son sólo los valores de los flujos en las cañerías.

Sea Q_i el flujo en la cañería i y sea q el vector de correcciones de flujo en cada circuito. La aplicación de la condición de pérdida de carga cero en cada circuito da origen al sistema de ecuaciones no lineales.

$$H_j(\vec{q}) = \Sigma + k_i\ (|Q_i| \pm \vec{q})^P = 0 \qquad j = 1 \ldots n$$

donde la sumatoria se hace sobre las cañerías que pertenecen a cada circuito.

Este sistema de ecuaciones no lineales debe ser resuelto utilizando algún método iterativo. El método propuesto es el de Newton, que puede justificarse intuitivamente de la siguiente manera utilizando el desarrollo de Taylor para funciones de varias variables.

$$(5) : \quad H_j(\vec{q}) \approx H_j(\vec{o}) + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial H_j}{\partial q_k}\, q_k \qquad j = 1, \ldots\ n$$

Se observa que si se desea determinar $\vec{q}$ de manera que $H_j(\vec{q}) = 0$, j = 1,..... n, una aproximación conveniente es resolver el sistema lineal de n ecuaciones con n incógnitas.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\partial H_j}{\partial q_k} = -H_j(\vec{o}) \qquad j = 1, \ldots\ n$$

Las correcciones q determinadas de esta manera se usan para corregir los Q_i de cada cañería. El proceso termina cuando el valor de la pérdida de carga en todos los circuitos es menor que una precisión estipulada.

La matríz de primeras derivadas, es la matríz de coeficientes del sistema de ecuaciones lineales que se utiliza para determinar $\vec{q}$. Esta matríz es simétrica y positiva definida, lo que hace especialmente apropiada la utilización de la descomposición de Choleski para solucionar el sistema. Este procedimiento ahorra gran cantidad de tiempo y de posiciones de memoria en el computador.

Finalmente es conveniente hacer notar, que la utilización de una solución inicial determinada por el algoritmo del "minimal spanning tree" asegura prácticamente la convergencia del método de Newton.

RESULTADOS

El programa desarrollado entrega dos grupos de resultados. En primer lugar, presenta una tabla donde se encuentran las propiedades de cada cañería, así como el gasto final de cada una de ellas y las pérdidas correspondientes. En seguida, se presentan los resultados pertinentes a los nudos, a saber, el número del nudo, el caudal de entrada o salida, su cota geométrica, su cota piezométrica y la presión disponible en él.

BIBLIOGRAFIA.

1.- BERGE, C. and GHOILA-HOURI, A. "Programming, Games and Transportation Networks", John Wiley and Sons Inc. (1965)

2.- EPP, R. y A.G. FOWLER " Efficient Code For Steady-State Flows in Networks", Jour of the Hydraulics Div., AM Soc. of Civil Eng. Vol. 96, pp. 43-56, (Enero 1970)

3.- GUNDELACH, J.M. "El Método de Newton-Raphson: Aplicación en Computador al Cálculo de Redes de Agua". Informe Sección Ing. Sanitaria, Univ. de Chile (1970).

4.- KRUSKAL, J.B. "On the Shortest Spanning Sub-tree of a Graph". Proc. Amer. Math. Soc., 7, 48, (1956)

5.- RALL, L.B. "Computational Solutions of Nonlinear Operator Equations", John Wiley and Sons Inc. (1969)

6.- SHAMIR U. y C.D.D. HOWARD, "Water Distribution System Analysis", Jour of the Hydraulics Div. Am. Soc. of Civil Eng., Vol. 14, pp. 219-234, (Enero 1968).