

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XXVII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

EFFECTO DE LA VARIABILIDAD DE LA VISCOSIDAD EN LA DISIPACIÓN DE ENERGÍA CINÉTICA EN FLUJOS DE FLUIDOS VISCOPLÁSTICOS Y SHEAR THINNING

LUCIANO HERGENREDER¹
WERNHER BREVIS²

RESUMEN

Una serie de flujos de relevancia natural e industrial como los aluviones o el transporte de relaves presentan una viscosidad que depende de las condiciones locales del flujo. En estos casos el material posee efectos viscoplásticos y *shear thinning*: deben superar cierto esfuerzo para fluir y su viscosidad decrece con la deformación. Esta variabilidad en la viscosidad introduce nuevos procesos físicos e impide la aplicación directa de los abordajes de modelación convencionales, empleados para flujos de agua. En este trabajo estudiamos experimentalmente el impacto de la variabilidad de la viscosidad en la disipación de energía cinética para una serie de flujos de fluidos viscoplásticos y *shear thinning*, a moderados números de Reynolds. Para ello, empleamos un dispositivo experimental para generar flujos con alta homogeneidad, isotropía y reducido flujo medio, lo cual facilita el tratamiento analítico y aísla los procesos de interés. A partir de la caracterización reológica del fluido y mediciones del campo de velocidad obtenidos por velocimetría por imágenes de partículas estereó (SPIV), caracterizamos estadísticamente los campos de viscosidad y tasa de deformación y obtenemos los términos involucrados en la disipación de energía cinética. Los resultados muestran que las fluctuaciones de la viscosidad y tasa de corte presentan una magnitud considerable. Adicionalmente, la interacción entre la viscosidad y la tasa de deformación produce un nuevo término en la disipación de energía, inexistente para flujos de agua. Observamos que el efecto de este término es reducir la disipación de energía, y que su contribución es constante a partir de ciertos números de Reynolds y ligeramente dependiente de las características del fluido. Consideramos los resultados de este trabajo pueden ser útiles para mejorar el entendimiento de las particularidades de estos flujos, aportando a la formulación de herramientas de modelación apropiadas.

¹ Estudiante de Doctorado, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile - email: lhergenreder@uc.cl

² Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile – email: wbrevis@uc.cl

1. INTRODUCCIÓN

Muchos materiales en la industria y en la naturaleza presentan una viscosidad que puede variar instantáneamente, en función de la deformación local del fluido. Un caso particular es el de los materiales viscoplásticos, en los cuales se debe superar localmente un esfuerzo umbral, denominado tensión de fluencia, para que el material fluya. En caso contrario, cuando el umbral no es superado, el material se comporta como un sólido. Este comportamiento viscoplástico está habitualmente acompañado por una disminución de la viscosidad a medida que se aumenta la deformación del fluido, efecto denominado *shear thinning*. Los aluviones y la conducción de fluidos de la industria minera son ejemplos relevantes para el país que involucran flujos de fluidos que suelen considerarse viscoplásticos y *shear thinning* (Coussot, 1997; Nguyen and Boger, 1992).

A pesar de la importancia de las aplicaciones en las que intervienen, el estudio de la dinámica de estos fluidos ha recibido mucha menor atención que su contraparte Newtoniana, e importantes preguntas permanecen aún abiertas. Recientemente, simulaciones numéricas directas (DNS) y experimentos de flujos turbulentos han mostrado que resultados conocidos para fluidos newtonianos, como el escalamiento de los espectros de energía, no son conservados para estos materiales viscoplásticos y *shear thinning* (Abdelgawad et al., 2023; Mitshita et al., 2021; Narayanan et al., 2024). En estos casos, se entiende que la variabilidad de la viscosidad modifica la transferencia de energía entre escalas del flujo, haciéndola diferir de lo que ocurre para flujos de fluidos newtonianos (Abdelgawad et al., 2023). Adicionalmente, la variabilidad de la viscosidad introduce también procesos disipación y transferencia de energía cinética en el espacio. Estos efectos han sido estudiados extensivamente para flujos en tuberías, a partir de la evaluación de los balances de energía cinética media y turbulenta (Singh et al., 2017a, 2017b, 2018). De todos modos, en estos casos los efectos se observaron confinados en general a las cercanías de la pared, y las fluctuaciones de la viscosidad mostraron una magnitud reducida respecto del valor medio.

Las particularidades comentadas tienen grandes implicancias en tareas ingenieriles como el diseño de procesos e infraestructura donde intervienen flujos de fluidos viscoplásticos y *shear thinning*. Herramientas como los modelos RANS (*Reynolds-averaged Navier Stokes equations*), típicamente empleados en la práctica profesional, deben ser modificados para dar cuenta de la variabilidad de la viscosidad. En términos prácticos esto implica adoptar un cierre tanto para los esfuerzos de Reynolds (como sucede para casos newtonianos), como para dos términos adicionales que surgen de la correlación entre la viscosidad y la tasa de deformación, ambas cantidades fluctuantes (Yusufi et al., 2025). Diferentes autores han propuesto abordajes para este problema, siendo común considerar despreciable o simplificar fuertemente el esfuerzo surgido de la correlación entre viscosidad y tasa de deformación (Yusufi et al., 2025).

En este trabajo abordamos el efecto de la variabilidad de la viscosidad en la dinámica de flujos de fluidos que presentan propiedades viscoplásticas y *shear thinning*. Para ello empleamos un dispositivo experimental que produce flujos homogéneos, isotrópicos y de bajo flujo medio, lo que nos permite aislar el efecto de la viscosidad fluctuante, facilitando la estimación de la tasa de corte local y evitando procesos de disipación de energía adicionales. En la Sección 2 describimos el dispositivo experimental, los fluidos de ensayo y

el sistema de medición. En la Sección 3 evaluamos la homogeneidad, isotropía y magnitud del flujo medio, identificando una región con las propiedades deseadas. Posteriormente estudiamos en esa región las estadísticas de la viscosidad, la tasa de corte y su efecto en la disipación de energía cinética.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El dispositivo experimental, basado en el diseño de Zimmermann et al. (2010), es un icosaedro regular de 40 cm de lado que contiene 140 litros de fluido de ensayo. El flujo se establece a partir de $n_p = 12$ hélices localizadas en cada uno de los vértices del icosaedro. Las hélices están direccionadas hacia el centro del volumen de la cámara y son controladas por motores de paso NEMA 34 (torque nominal 12 Nm) a partir de controladores HSS86 Hybrid Servo Driver. Se utilizan seis microcontroladores Arduino Due para controlar la velocidad y sentido de rotación de cada motor. La estructura de la cámara, ejes de las hélices, pernos, golillas y tuercas se materializaron en acero inoxidable, mientras que las ventanas se construyeron en acrílico. Se emplean sellos de silicona para evitar filtraciones a través de las uniones de las ventanas, mientras que sellos hidráulicos evitan pérdida de fluido alrededor de los ejes de las hélices.

Las hélices empleadas son similares a las usadas por Lawson and Ganapathisubramani (2022) y fueron impresas en resina de fotopolímero. Las mismas presentan un diámetro D de 10 cm, seis aspas ubicadas con un ángulo de 45° , 30 mm de ancho y 2 mm de espesor (Figura 1.a). Se generan condiciones de flujo a partir de forzar a cada fluido con velocidades de hélice $f_p = \{3.00, 4.00, 5.02, 5.99, 7.17\}$ Hz. Se presentan detalles de las condiciones experimentales en la Tabla 1. Empleamos el número de Reynolds $Re_l = n_p^{0.5} f_p D^2 / \langle \bar{v} \rangle_{ctr}$ (Hergenreder et al., en preparación) para caracterizar las condiciones experimentales, donde consideramos una viscosidad cinemática ν promediada en espacio y tiempo (ver Sección 3.2).

Tabla 1: Resumen de las condiciones experimentales: velocidad de rotación de las hélices f_p , número de Reynolds Re_l , escalas integrales de velocidad $\mathcal{U} = \sqrt{\langle 2/3k \rangle_{ctr}}$ y longitud \mathcal{L} (integral de la función de autocorrelación espacial de las fluctuaciones de la velocidad), tasa de disipación de energía cinética ε .

Fluido	f_p [Hz]	Re_l	\mathcal{U} [mm/s]	\mathcal{L} [mm]	ε [mm ² /s ³]
0.04%	3.00	513	20.12	83.40	202.51
0.04%	4.00	779	24.86	77.23	177.98
0.04%	5.02	1162	33.83	66.77	149.60
0.04%	5.99	1647	45.53	64.54	125.97
0.04%	7.17	2384	61.19	56.00	104.21
0.05%	3.00	48	0.75	355.54	4.05
0.05%	4.00	121	13.15	151.63	472.04
0.05%	5.02	242	28.05	113.50	1811.46
0.05%	5.99	325	32.35	110.79	2437.77
0.05%	7.17	443	38.44	104.83	3456.52

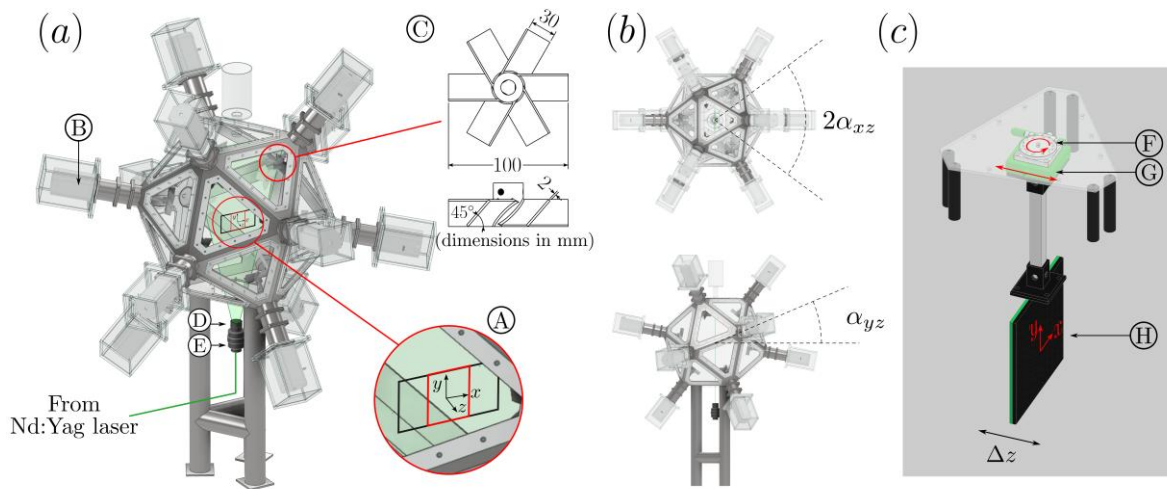


Figura 1: (a) Dispositivo experimental: campo de visión y región central homogénea e isotrópica (A), motores (B), hélices (C), lente cilíndrica y colimador (D y E). (b) Ángulos de visión del sistema de medición. (c) Sistema de calibración: plataforma rotacional y lineal (F y G), placa de calibración (H).

2.2 CARACTERIZACIÓN REOLÓGICA

Los fluidos no-newtonianos empleados fueron soluciones acuosas de Carbopol Ultrez 10 (Lubrizol Corporation) en concentraciones de 0.04% and 0.05% w/t. Carbopol es un modificador reológico ampliamente usado en la generación de fluidos de ensayo, dado que genera tensión de fluencia y comportamiento *shear thinning* en conjunto con otros efectos deseados, como un nivel de transparencia compatible con técnicas de velocimetría óptica. Adicionalmente, otros efectos no-newtonianos son de menor magnitud en comparación con los puramente viscosos (Varges et al., 2019). Para este estudio se prepararon los fluidos de ensayo directamente dentro del dispositivo experimental. Primeramente se retiró la tapa superior del dispositivo y se llenó parcialmente el volumen con agua destilada. Luego el polvo de Carbopol se tamizó en el volumen empleando una apertura de malla #20 para remover partículas grandes, lo cual favorece una hidratación completa (Varges et al., 2019). Se empleó un mezclador de pintura (Stanley SDR1400) y las hélices del dispositivo rotando a 150 rpm para dispersar el polvo mientras se tamizaba. Luego de que todo el volumen de Carbopol fue incorporado, se continuó el mezclado por 2.5 horas para completar la dispersión. El fluido fue luego neutralizado empleando una solución de NaOH al 20%, la cual fue añadida gota por gota mientras se continuaba el mezclado. Una vez que se finalizó la neutralización se colocó la ventana superior y se adicionó agua destilada para completar el volumen de trabajo. Posteriormente se extrajo y reinsertó volumen desde la tapa superior para mezclar el agua adicionada al final. Finalmente se dejó reposar el fluido por un día siguiendo lo sugerido por Dinkgreve et al. (2018).

Los fluidos de ensayo fueron caracterizados empleando reómetros TA ARES-G2 y TA DHR3. Se empleó una geometría Couette estriada para evitar efectos de deslizamiento de pared (*wall-slip*). Se extrajeron las muestras luego de las mediciones de velocimetría, y se caracterizó el comportamiento viscoso a partir de obtener las curvas de flujo de los fluidos. Las curvas de flujo muestran la dependencia de los esfuerzos cortantes con respecto a la tasa

de corte, y se obtuvieron en el rango $0.001 - 500 \text{ s}^{-1}$ de manera decreciente, lo que reduce significativamente la duración del ensayo (Vargues et al., 2019) y evita efectos de desestructuración del material (Dinkgreve et al., 2018). El límite superior de los ensayos fue definido de manera de que excediera la mayor tasa de deformación registrada en los ensayos de velocimetría. Se tuvo cuidado de que el tiempo de medición por cada punto asegurara que se alcanzara el estado estacionario. Para esto se estableció que el tiempo de medición durara un máximo de 3600 s, o el logro del estado estable, que se supone se alcanza cuando los valores consecutivos del torque promedio están dentro del 0,5 %. Para el fluido de 0.04% de concentración la mínima tasa de corte medible con precisión fue determinada por el mínimo torque que puede resolver el equipo, lo cual evitó efectuar mediciones aceptables por debajo de 10^{-2} s^{-1} , dada la baja viscosidad de la mezcla. Para proveer una descripción general de los fluidos, consideramos el modelo de Herschel-Bulkley,

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \sigma < \tau_y \\ \sigma = \tau_y + K \dot{\gamma}^n & \text{si } \sigma > \tau_y \end{cases}$$

donde τ_y es la tensión de fluencia, K es la consistencia y n es el índice de flujo. Los ajustes del modelo a las curvas de flujo determinadas experimentalmente se presentan en la Figura 2. Para el fluido menos concentrado consideramos una tensión de fluencia nula debido a la imposibilidad de medir tasas de corte por debajo de 10^{-2} s^{-1} , considerando que esto se debe a la baja viscosidad del fluido. Debido a esto adoptamos el modelo ley de potencia para el ajuste de los datos reométricos, el cual es un caso especial del modelo Herschel-Bulkley para $\tau_y = 0$. La tensión de fluencia obtenida para el fluido de concentración $C=0.05\%$ es de 0.214 Pa, mientras que el índice de flujo es 0.584 (ver HB en Figura 2). Por otro lado, el índice de flujo obtenido para el fluido menos concentrado es de 0.708 (ver PL en Figura 2).

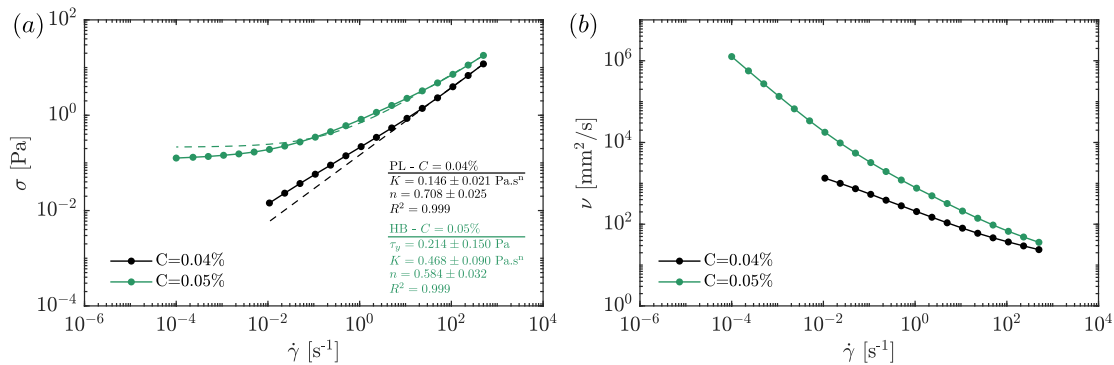


Figura 2: Curvas de flujo: esfuerzo cortante vs tasa de corte (a) y viscosidad cinemática vs tasa de corte (b). Las líneas discontinuas en (a) representan los ajustes a los modelos reológicos considerados.

2.3 MEDICIONES DE VELOCIMETRÍA

Empleamos velocimetría por imágenes estereo (SPIV por sus siglas en inglés) para determinar las tres componentes del vector velocidad en un plano vertical centrado en el dispositivo experimental. Se emplearon dos cámaras TSI PowerView de 12MP con lentes Tokina de 85mm, orientados perpendicularmente a las ventanas del dispositivo. Dada la falta de paralelismo entre los planos de medición, lente y sensor, se utilizaron adaptadores

Scheimpflug para lograr un enfoque completo del plano de medición. Los ángulos de visión promedio (Giordano and Astarita, 2009) medidos en el plano xy fueron $\alpha_{xy} \approx 37^\circ$, mientras que en el plano vertical fueron de $\alpha_{yz} \approx -23^\circ$ (Figura 1.b). Se empleó un láser Nd:Yag de 532 nm de longitud de onda en conjunto con un lente cilíndrico de -25mm y un colimador para formar el plano de medición. El espesor del mismo fue de 2 mm, suficiente para contener cuatro veces el máximo desplazamiento perpendicular al plano, y evitar así errores por pérdida de partículas (Adrian and Westerweel, 2011). Se emplearon partículas de vidrio hueco con una densidad de 1.5 g/cm³ y un diámetro promedio de entre 10-13 μm . Esta selección resultó en números de Stokes (basados en las escalas más pequeñas del flujo) por debajo de 10^{-6} , asegurando que las partículas actúan como trazadores pasivos. Para cada condición experimental se obtuvieron 7250 campos de velocidad a una frecuencia de muestreo de 1 Hz en grupos de 250 debido al máximo tiempo de operación del láser. Se verificó separadamente que este número de campos asegure la convergencia de los estadísticos presentados en este trabajo.

El sistema fue calibrado a partir de una placa de calibración montada en un arreglo de plataformas lineales y rotacionales, que permitieron orientar apropiadamente la dirección del eje de coordenadas z , y la posición z del plano a calibrar (Figura 1.c). Se tomaron imágenes de calibración en el rango $-2 \leq z \leq 2$ mm en intervalos de 0.5 mm. Las coordenadas de imagen de cada punto fueron empleadas para ajustar una función de mapeo polinomial. Para obtener las tres componentes del campo de velocidad bidimensional (2D3C) se implementó el método de Soloff et al. (1997). En un primer paso, se procesaron las imágenes de cada cámara empleando PIVlab (Thielicke and Sonntag, 2021) para obtener los campos de velocidad bidimensional. Para esto las imágenes se preprocesaron sustrayendo el campo de intensidad media a cada imagen y aplicando un filtro de paso bajo y una ecualización local del histograma de intensidad. El procesamiento PIV se realizó empleando dos pasos de 64×64 y 32×32 px con una superposición del 50%. Los vectores anómalos, detectados por un filtro de mediana, se mantuvieron por debajo del 3% para todos los casos en estudio. Luego, para obtener el campo 2D3C, se combinaron los campos planares empleando la función de mapeo y una implementación propia del método de Soloff et al., (1997), resultando en un campo de visión (FOV por sus siglas en inglés) de 141×65 mm con una separación entre vectores de 0.69 mm.

3. RESULTADOS

3.1 ESTADÍSTICAS DE UN PUNTO

En primer lugar, consideramos descomposición del campo de velocidad medido, $V_i(\mathbf{x}, t)$ ($i = 1, 2, 3$), en sus partes media $U_i = \overline{V_i}$ y fluctuante, $u_i = V_i - U_i$; donde $\overline{(\cdot)}$ indica la operación de promedio temporal. La energía cinética media luego resulta, $q = K + k$, donde $K = \frac{1}{2} \overline{U_i U_i}$ es la energía cinética del flujo medio y $k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$ es la energía cinética turbulenta. Para cuantificar la magnitud de las fluctuaciones consideramos la media cuadrática (RMS por sus siglas en inglés), $u'_i = \sqrt{\overline{u_i^2}}$.

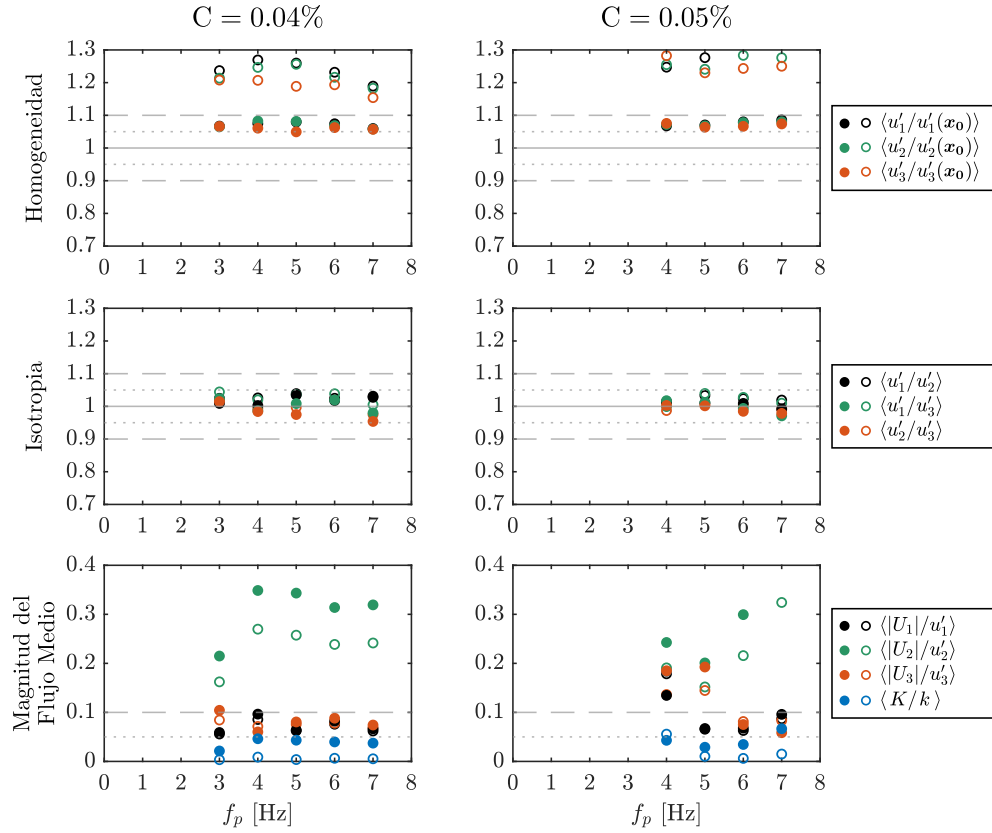


Figura 3: Indicadores de homogeneidad (fila superior), isotropía (fila intermedia) y magnitud del flujo medio (fila inferior), para los dos fluidos en estudio (columnas).

La Figura 3 presenta una serie de indicadores definidos para cuantificar la homogeneidad, isotropía y magnitud del flujo medio. Estudiamos estas propiedades en dos regiones de análisis, el campo de medición completo y la región central definida por $|x/D| \leq 0.3$, $|y/D| \leq 0.3$ (ver Figura 1.a (A)). Los parámetros promediados sobre toda el área de medición, $\langle \cdot \rangle_{fov}$, se presentan con símbolos vacíos y los correspondientes al área central, $\langle \cdot \rangle_{ctr}$, se grafican con marcadores llenos. Evaluamos la homogeneidad a partir de considerar el desvío de la velocidad RMS con respecto a su valor en el centro geométrico de la instalación experimental $u'_i(\mathbf{x})/u'_i(\mathbf{x}_0)$, donde $\mathbf{x}_0 = (0,0,0)$ (Dou et al., 2016). Para este parámetro, un valor de 1 indica homogeneidad perfecta. La Figura 3 muestra que los valores correspondientes al campo completo de medición se encuentran alrededor de 1.2-1.3. Por otro lado, la región central están dentro del 10% de la unidad, lo cual permite considerar a esta área como homogénea en términos prácticos (Dou et al., 2016). Evaluamos, adicionalmente, la isotropía del flujo a partir de los cocientes entre las distintas componentes de la velocidad RMS, u'_i/u'_j ($i \neq j$). Los valores promediados sobre toda el área de medición y la región central muestran apartamientos dentro del 10% del valor ideal de 1, para todas las condiciones experimentales (Figura 3, fila central). Consideramos, en consecuencia, que el flujo presenta una isotropía aceptable. Finalmente, evaluamos también la magnitud del flujo medio respecto de las fluctuaciones. Para esto calculamos los cocientes entre las velocidades media y RMS, $|U_i|/u'_i$, y presentamos los valores promediados sobre las dos regiones en estudio en la fila inferior de la Figura 3. El valor absoluto es incorporado para evitar que el indicador disminuya al incorporar zonas de velocidad negativa en el promedio espacial. Para todas las condiciones experimentales los valores correspondientes a las direcciones x y z se

encuentran por debajo del 10%, lo cual es considerado convencionalmente como flujo medio reducido (Hwang and Eaton, 2004). Por otro lado, el término correspondiente a la dirección y se encuentra sobre este límite. Otra métrica habitualmente considerada es el cociente entre la energía cinética del flujo medio y la turbulenta, K/k (Variano and Cowen, 2008). El promedio espacial de este indicador se encuentra en general por debajo de 5% para todas las condiciones experimentales, el cual es el límite considerado para considerar el flujo medio como despreciable de acuerdo a Variano and Cowen (2008). A partir de este análisis consideramos que, particularmente la región central $|x/D| \leq 0.3$, $|y/D| \leq 0.3$, presenta en términos prácticos un flujo homogéneo, isotrópico con un flujo medio reducido.

3.2 TASA DE DEFORMACIÓN Y VISCOSIDAD

Para un fluido sin efectos elásticos ni tixotrópicos la viscosidad instantánea $\hat{\nu}(\mathbf{x}, t)$ está completamente determinada por la tasa de corte instantánea $\hat{\gamma}(\mathbf{x}, t)$, es decir, $\hat{\nu}(\mathbf{x}, t) = \varphi(\hat{\gamma}(\mathbf{x}, t))$, donde $\varphi(\hat{\gamma})$ es una función que captura el comportamiento reológico del fluido. En general, para flujos tridimensionales, la tasa de corte se define a partir del tensor tasa de deformación instantáneo como $\hat{\gamma} = \sqrt{2\hat{S}_{ij}\hat{S}_{ij}}$ donde $\hat{S}_{ij} = 1/2(\partial V_i/\partial x_j + \partial V_j/\partial x_i)$. De modo que evaluar estadísticamente la viscosidad requiere la determinación de la tasa de deformación al cuadrado $\hat{S}^2 = \hat{S}_{ij}\hat{S}_{ij}$. La determinación de \hat{S}^2 a partir de datos experimentales es una tarea desafiante debido a que requiere la obtención de todas las componentes del tensor gradiente de velocidad. Las técnicas convencionales de velocimetría óptica planar no permiten obtener el gradiente en la dirección perpendicular al plano de medición, y las técnicas que sí lo permiten revisten una complejidad considerable. Debido a esto, consideramos la siguiente expresión para la aproximación de \hat{S}^2 (Sharp and Adrian, 2001),

$$\hat{S}^2 = \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_2}{\partial x_1}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1}\right)^2$$

La expresión anterior estima exactamente el valor medio de \hat{S}^2 para condiciones homogéneas e isotrópicas como los flujos analizados en este trabajo, y aproxima correctamente la PDF de \hat{S}^2 para flujos de agua en nuestro dispositivo experimental (Hergenreder et al., en preparación). En base a esto calculamos la tasa de corte instantánea $\hat{\gamma}$ y la viscosidad instantánea $\hat{\nu}$, empleando las curvas de viscosidad medidas (Figura 2.b) como tabla de consulta, siendo $\hat{\gamma}$ la variable de entrada. En la Figura 4.a presentamos la evolución del promedio espacial de la tasa de corte promediada temporalmente y de la media cuadrática de las fluctuaciones ($\langle \hat{\gamma} \rangle_{ctr}$ y $\langle \hat{\gamma}'_{fluc} \rangle_{ctr}$) respecto de la velocidad de rotación de las hélices para ambos fluidos en estudio. Se observa, naturalmente, que el fluido de menor concentración de Carbopol (y menor viscosidad) desarrolla tasas de deformación más elevadas para una dada velocidad de forzamiento. Adicionalmente, para todas las condiciones experimentales se observa que el valor RMS de las fluctuaciones de la tasa de deformación es inferior al valor medio. La Figura 4.b presenta el promedio espacial del valor medio y RMS de las fluctuaciones de la viscosidad. En línea con el comportamiento *shear thinning*

de los fluidos, que implica una disminución de la viscosidad a medida que se aumenta la tasa de corte, los valores de viscosidad disminuyen a medida que se aumenta la velocidad de forzamiento y, consecuentemente, se introduce más deformación al flujo. Tanto en las estadísticas de viscosidad como de tasa de corte se observa un cambio de tendencia para la velocidad de rotación $f_p \approx 5$ Hz y el fluido más concentrado. Al igual que para la tasa de corte, el valor medio cuadrático de las fluctuaciones de viscosidad es inferior al valor medio temporal para cada condición. Para apreciar más claramente esto, graficamos en la Figura 4.c el cociente entre el valor medio cuadrático y el medio temporal, promediado en la zona central $\langle \nu'_{fluc}/\bar{\nu} \rangle_{ctr}$. Se observa, llamativamente, que el cociente resulta en general independiente del forzamiento, y con valores alrededor de 25-30%. Adicionalmente, el fluido más viscoso presenta en general un cociente mayor.

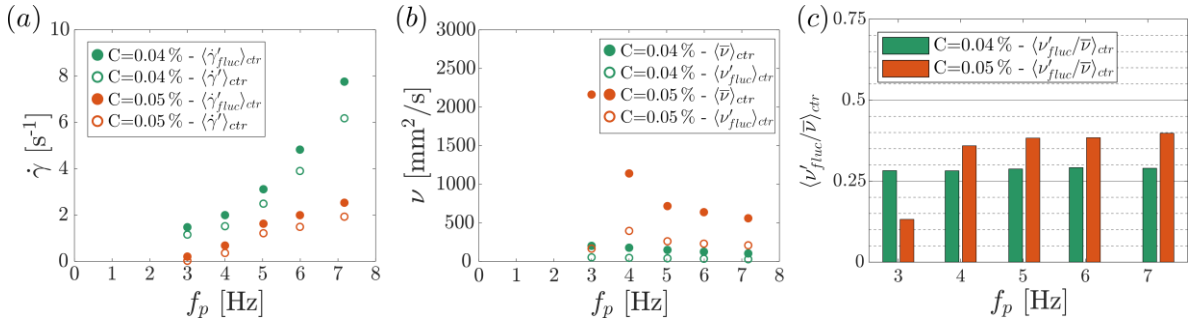


Figura 4: (a) Tasa de corte media y media cuadrática promediadas sobre la zona central homogénea e isotrópica (símbolos llenos y vacíos respectivamente). (b) Viscosidad media y media cuadrática promediadas sobre la zona central (símbolos llenos y vacíos respectivamente). (c) Cociente entre la raíz media cuadrática de la viscosidad y la media temporal, promediado espacialmente sobre la zona central.

3.3 TASA DE DISIPACIÓN

La tasa de disipación de energía cinética se define como $\epsilon = 2\hat{\nu}\hat{S}_{ij}\hat{S}_{ij}$, donde $\hat{\nu}$ es la viscosidad cinemática instantánea y $\hat{S}_{ij} = 1/2(\partial V_i/\partial x_j + \partial V_j/\partial x_i)$ es la tasa de deformación instantánea. Al igual que la velocidad, la viscosidad y la tasa de deformación pueden describirse a partir de una componente media y una fluctuante: $\hat{\nu} = \bar{\nu} + \nu'_{fluc}$ y $\hat{S}_{ij} = S_{ij} + s_{ij}$. Considerando esto, aplicar una descomposición de Reynolds a la tasa de disipación conduce a,

$$\epsilon = \underbrace{2\overline{\nu'_{fluc}s_{ij}s_{ij}}}_{\epsilon_{nn}} + 2 \times \underbrace{2\overline{\nu'_{fluc}S_{ij}s_{ij}}}_{\chi_{nn}} + \underbrace{2\bar{\nu}s_{ij}s_{ij}}_{\epsilon} + \underbrace{2\bar{\nu}S_{ij}S_{ij}}_{\epsilon^m}$$

donde ϵ_{nn} es la disipación turbulenta viscosa, χ_{nn} es la disipación turbulenta viscosa del corte medio, ϵ es la disipación viscosa media, y ϵ^m es la disipación de energía del flujo medio (Singh et al., 2017b, 2017a, 2018). De lo anterior se observa que la variabilidad de la viscosidad introduce términos adicionales a la disipación: ϵ_{nn} y χ_{nn} . Se denomina a estos como “términos no-newtonianos” debido a que, para un fluido de viscosidad constante, se reducen a cero. Por otro lado, los dos últimos términos en la ecuación anterior, ϵ y ϵ^m , son no nulos para fluidos newtonianos. Para evaluar los términos que componen la disipación de energía, empleamos la viscosidad instantánea $\hat{\nu}$ y tasa de deformación al cuadrado \hat{S}^2

estimadas como se presentó en la sección anterior. A partir de ellas calculamos directamente los términos ϵ_{nn} , ϵ , ϵ^m y $\epsilon = 2\hat{\nu}\hat{S}_{ij}\hat{S}_{ij}$, mientras que obtenemos χ_{nn} por diferencia entre los términos obtenidos explícitamente ($\chi_{nn} = \epsilon - \epsilon_{nn} - \epsilon - \epsilon^m$).

Presentamos, para los distintos casos en estudio, la magnitud de los términos promediados espacialmente sobre la región central en la Figura 5 a-b. Los resultados muestran un incremento de la tasa de disipación total con la velocidad de las hélices, algo esperable debido a que el flujo debe balancear el aumento de energía introducido por el forzamiento. Es interesante observar que la disipación turbulenta viscosa ϵ_{nn} presenta valores negativos, lo cual disminuye la magnitud de la disipación total ϵ . Este efecto ha sido observado previamente en simulaciones numéricas para fluidos con propiedades *shear thinning* (Singh et al., 2017b). Para observar más claramente la contribución de cada uno de los términos, normalizamos el valor de cada uno por la disipación total ϵ (Figura 5 c-d). A excepción del fluido más concentrado forzado con velocidades iguales o menores a 5 Hz, se observa una magnitud prácticamente nula de los términos que involucran al flujo medio, ϵ^m y χ_{nn} . Este es un comportamiento esperado considerando la alta homogeneidad y la reducida magnitud del flujo medio, de acuerdo con lo discutido en la Sección 3.1. En línea con lo discutido sobre las estadísticas de la tasa de corte y la viscosidad en la Sección 3.2, consideramos que el cambio de comportamiento en $f_p = 5$ Hz para el fluido más concentrado puede deberse a que para números de Reynolds por debajo del correspondiente a este caso ($Re_l \approx 120$, ver Tabla 1) el flujo se encuentra en un régimen laminar o de transición. Para los casos que presentan un número de Reynolds superior, los términos normalizados resultan independientes de la velocidad de forzamiento. Se observa un impacto, aunque reducido, de la reología del fluido en la contribución de los términos. Por ejemplo, en el caso de la disipación turbulenta viscosa es $\epsilon_{nn}/\epsilon \approx -0.46$ para el fluido menos concentrado, mientras que asciende a un -0.62 para el fluido más viscoso.

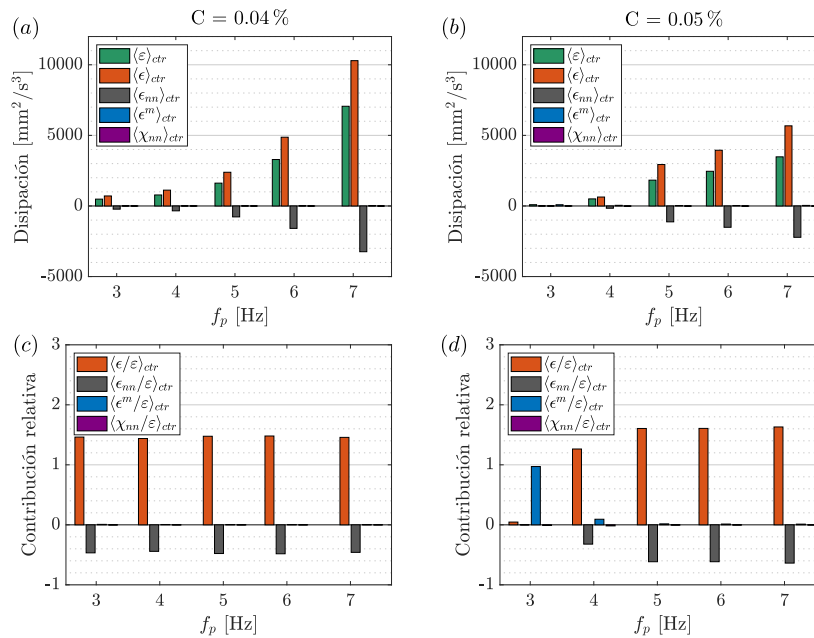


Figura 5: Términos involucrados en la descomposición de Reynolds de energía cinética ϵ , promediados espacialmente sobre la región central. La fila superior (a,b) presenta los resultados para ambos fluidos y todas las condiciones de forzamiento, mientras que la inferior (c,d) presenta los valores de cada término, normalizados por la disipación total ϵ .

4. CONCLUSIÓN

En este trabajo estudiamos experimentalmente el impacto de la variabilidad de la viscosidad en la disipación de energía de flujos con comportamientos viscoplásticos y *shear thinning*. Nuestros resultados muestran que las fluctuaciones de la viscosidad presentan una magnitud de alrededor de 25-30% del valor medio temporal. Como consecuencia de las propiedades no-newtonianas, la disipación de energía cinética presenta un término resultante de la interacción entre las fluctuaciones de la viscosidad y la tasa de deformación: la disipación turbulenta viscosa, ϵ_{nn} . A pesar de surgir de la descomposición de Reynolds de la disipación, ϵ_{nn} presenta valores negativos, algo también observado en simulaciones numéricas para este tipo de fluidos (Singh et al., 2017a, 2017b). El efecto de este término es el de reducir la disipación de energía total, y presenta una magnitud de entre 40 y 60% de la viscosidad total resultante. Normalizando la disipación viscosa media y la turbulenta viscosa por la disipación total se observa que, a partir de cierto número de Reynolds las contribuciones de cada término son constantes. Estos valores parecen depender levemente de la reología, según se observa al comparar los resultados de los dos fluidos considerados en este artículo. El trabajo futuro consistirá en extender la evaluación de ϵ_{nn} para confirmar la independencia de ϵ_{nn}/ϵ y ϵ/ϵ para altos números de Reynolds, y el rol de la reología en ellos. Los resultados presentados muestran que despreciar el efecto conjunto de las fluctuaciones de viscosidad y tasa de deformación conduciría a una sobrestimación importante en la disipación de energía del flujo. Consideramos que esto puede constituir un aporte para mejorar el entendimiento de la dinámica de este tipo de fluidos, y evidencia la necesidad de trabajar en la formulación de cierres de turbulencia con un rango de aplicación amplio, que abarque diferentes configuraciones de flujo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el financiamiento de los proyectos ANID/CONICYT FONDECYT Regular 1210936 y ANID/CONICYT FONDEQUIP EQM180150. L.H. agradece la beca doctoral ANID-PFCHA/Doctorado Nacional/2019-21191759.

REFERENCIAS

- Abdelgawad, M. S., Cannon, I., and Rosti, M. E. (2023). Scaling and intermittency in turbulent flows of elastoviscoplastic fluids. *Nature Physics*. <https://doi.org/10.1038/s41567-023-02018-2>
- Adrian, R. J., and Westerweel, J. (2011). *Particle Image Velocimetry* (Vol. 30). Cambridge University Press.
- Coussot, P. (1997). Mudflow Rheology and Dynamics. In *Journal of Hydraulic Engineering* (Vol. 127). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2001\)127:4\(331\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2001)127:4(331))
- Dinkgreve, M., Fazilati, M., Denn, M. M., and Bonn, D. (2018). Carbopol: From a simple to a thixotropic yield stress fluid. *Journal of Rheology*, 62(2018), 773–780. <https://doi.org/10.1122/1.5016034>
- Dou, Z., Pecenak, Z. K., Cao, L., Woodward, S. H., Liang, Z., and Meng, H. (2016). PIV measurement of high-Reynolds-number homogeneous and isotropic turbulence in an enclosed flow apparatus with fan agitation. *Measurement Science and Technology*, 27(3). <https://doi.org/10.1088/0957-0233/27/3/035305>

- Giordano, R., and Astarita, T. (2009). Spatial resolution of the Stereo PIV technique. *Experiments in Fluids*, 46(4), 643–658. <https://doi.org/10.1007/s00348-008-0589-y>
- Hwang, W., and Eaton, J. K. (2004). Creating homogeneous and isotropic turbulence without a mean flow. *Experiments in Fluids*, 36(3), 444–454. <https://doi.org/10.1007/s00348-003-0742-6>
- Lawson, J. M., and Ganapathisubramani, B. (2022). Unsteady forcing of turbulence by a randomly actuated impeller array. *Experiments in Fluids*, 63(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s00348-021-03364-8>
- Mitishita, R. S., MacKenzie, J. A., Elfring, G. J., and Frigaard, I. A. (2021). Fully turbulent flows of viscoplastic fluids in a rectangular duct. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 293(February), 104570. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2021.104570>
- Narayanan, C., Singh, J. S., Nauer, S., Belt, R. J., Palermo, T., and Lakehal, D. (2024). Turbulent flow of non-Newtonian fluid in rough channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 1000.
- Nguyen, Q. D., and Boger, D. V. (1992). Measuring the flow properties of Yield Stress Fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 24, 47–88.
- Sharp, K. V., and Adrian, R. J. (2001). PIV study of small-scale flow structure around a Rushton turbine. *AIChE Journal*, 47(4), 766–778. <https://doi.org/10.1002/aic.690470403>
- Singh, J., Rudman, M., and Blackburn, H. M. (2017a). The effect of yield stress on pipe flow turbulence for generalised newtonian fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 249(September), 53–62. <https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2017.09.007>
- Singh, J., Rudman, M., and Blackburn, H. M. (2017b). The influence of shear-dependent rheology on turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 822, 848–879. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.296>
- Singh, J., Rudman, M., and Blackburn, H. M. (2018). Reynolds number effects in pipe flow turbulence of generalized Newtonian fluids. *Physical Review Fluids*, 3(9). <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.094607>
- Soloff, S. M., Adrian, R. J., and Liu, Z.-C. (1997). Distortion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, 8(12), 1441–1454. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/8/12/008>
- Thielicke, W., and Sonntag, R. (2021). Particle Image Velocimetry for MATLAB: Accuracy and enhanced algorithms in PIVlab. *Journal of Open Research Software*, 9(1), 12. <https://doi.org/10.5334/jors.334>
- Varges, P. R., Costa, C. M., Fonseca, B. S., Naccache, M. F., and de Souza Mendes, P. R. (2019). Rheological characterization of Carbopol® dispersions in water and in water/glycerol solutions. *Fluids*, 4(3). <https://doi.org/10.3390/fluids4010003>
- Variano, E. A., and Cowen, E. A. (2008). A random-jet-stirred turbulence tank. *Journal of Fluid Mechanics*, 604, 1–32. <https://doi.org/10.1017/S0022112008000645>
- Yusufi, B. K., Kapelan, Z., and Mehta, D. (2025). Advances in modeling the flow of Herschel–Bulkley fluids in pipes: A review. *Physics of Fluids*, 37.
- Zimmermann, R., Xu, H., Gasteuil, Y., Bourgoïn, M., Volk, R., Pinton, J. F., and Bodenschatz, E. (2010). The Lagrangian exploration module: An apparatus for the study of statistically homogeneous and isotropic turbulence. *Review of Scientific Instruments*, 81(5), 1–8. <https://doi.org/10.1063/1.3428738>