

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XXVII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

**DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN SOBRE UNA ESTRUCTURA DE CONTENCIÓN
DE AVALANCHAS GRANULARES RÁPIDAS**

FRANCISCO MARTINEZ¹
SIMON GUERRA²
BASTIAN ARAYA³

RESUMEN

Dentro de la mecánica de fluidos, los flujos granulares ocupan un lugar relevante en tanto intervinientes directos de una gran variedad de problemas tanto de origen industrial, como ambiental. En el presente estudio experimental se mide e introduce una metodología de análisis simple para determinar la fuerza de interacción que surge por la colisión entre un flujo granular rápido, denso, seco y bidisperso contra una barrera de contención. Las mediciones de fuerza se condujeron en un canal de alta pendiente generando un flujo supercrítico cuyo impacto induce una distribución de presiones dinámicas cuyos valores fueron medidos en distintos puntos sobre la barrera. Los resultados muestran que esta distribución está lejos de seguir un comportamiento lineal (*i.e.* geoestático) y, además, está fuertemente influenciada por la concentración de la fracción fina de la mezcla granular. Tal concentración es una variable relevante cuyo rol debería ser considerado críticamente en el diseño de barreras de contención.

¹ Profesor Auxiliar, Escuela de Ingeniería Civil, PUCV - email: francisco.martinez@pucv.cl

² Ingeniero Civil, Escuela de Ingeniería Civil, PUCV – email: simon.guerra.s@mail.pucv.cl

³ Ingeniero Civil, Escuela de Ingeniería Civil, PUCV – email: bastian.araya.j@mail.pucv.cl

1. INTRODUCCION

Las avalanchas de rocas, los deslizamientos de suelo, los flujos de origen volcánico y las corrientes de detritos son fenómenos extremadamente rápidos y de frecuente ocurrencia en nuestro país caracterizados tanto por su movilidad, como por el riesgo que generan sobre la población y la infraestructura civil (Takahashi, 2007; Iverson, 1997). Desde el punto de vista físico, un flujo granular rápido corresponde a la movilización de un conjunto de partículas sólidas, a alta velocidad (≥ 60 km/h), inmersas en un fluido intersticial usualmente menos denso que las partículas transportadas (e.g. agua, aire). Estos flujos exhiben una reología compleja y suelen ser gatillados por distintos factores de desestabilización como lluvias, sismos o actividad antrópica, siendo movilizados esencialmente por gravedad (Ildefonse et al., 1999). Su concentración volumétrica suele ser elevada ($c > 55\%$), dando lugar a una competición entre las colisiones y la fricción como mecanismos dominantes de disipación energética. Cuando los efectos del fluido intersticial son despreciables sobre la dinámica, el flujo granular se denomina *seco* (Iverson y Vallance, 2001).

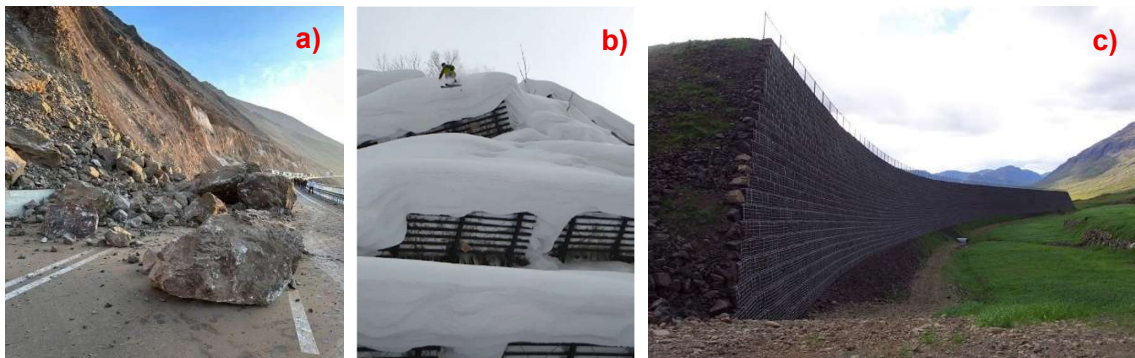


Figura 1. a) Deslizamiento de rocas en la Ruta 5 Norte cerca de Arica, Chile (imagen extraída del sitio <https://cooperativa.cl/>); **b)** estructura de retención contra avalanchas de nieve; **c)** gran muro de contención contra avalanchas de nieve en Suiza (imágenes extraídas del sitio <https://www.tierra-armada.cl/reinforced-earth/armastone/>)

Su control espacial resulta de gran importancia para mitigar los efectos adversos que generan a gran escala. En este contexto, un mecanismo de control muy usado son las barreras de contención (ver Fig.1), las que pueden ser rígidas (muros) o elásticas (mallas). Su objetivo principal es disipar la energía del flujo incidente, conteniendo total o parcialmente la masa y *momentum* transportados por el escurrimiento. Las propiedades de estas barreras han sido largamente estudiadas en la literatura a través de simulaciones numéricas y modelos a escala reducida, usando para ello suelos monodispersos (ver e.g. Albaba et al., 2015; Cui et al., 2018; Ng et al., 2017; Jiang y Towhata, 2013; Jiang y Zhao, 2015). Se ha revelado que la interacción flujo-estructura está muy influenciada por la topografía y el tipo de granos, induciendo efectos de segregación por tamaño, densidad e incluso forma (Gray, 2018). Se apunta a la segregación por tamaño como un factor decisivo en la movilidad de avalanchas (Linares-Guerrero et al., 2007; Kokelaar et al., 2014). Si esto es así, es razonable conjeturar que una variación en la constitución granulométrica de un medio granular puede inducir cambios en la cantidad de movimiento que este transfiere a su entorno, en particular, sobre una estructura de retención. Siguiendo este argumento, el presente estudio analiza a través de un modelo a escala reducida los efectos de la fracción relativa de finos en un flujo granular

bidisperso que impacta una barrera rígida. En particular, se presta atención a la distribución de cargas dinámicas que surgen de esta interacción.

1.1 Fuerza de impacto de un flujo granular denso y seco sobre una barrera

Un desafío del diseño de barreras de control es determinar la envergadura de la obra. En este diseño influye tanto el volumen movilizado, como la fuerza de impacto. En este contexto se han planteado varias formulaciones analíticas y empíricas. Cui et al. (2018) reporta una fórmula para la carga de impacto F basada en la ecuación de *momentum* que se escribe como sigue:

$$F = \alpha \langle \rho \rangle W h u^2 \quad (1)$$

donde α es un coeficiente de fuerza para la barrera, $\langle \rho \rangle \approx \rho c$ la densidad media del flujo granular (ρ es la densidad media de un grano y c la concentración), h la profundidad media del flujo y u la velocidad media en condiciones de flujo libre (*i.e.* sin barrera) y W el ancho del canal. Faug (2021) extendió este análisis para un flujo monodisperso en un canal de pendiente α , que colisiona con una barrera de ancho W perpendicular al fondo. Faug notó que luego del impacto se genera una zona muerta que influye en la transferencia de cantidad de movimiento del flujo hacia el muro, reportando la siguiente expresión:

$$F = \zeta \rho c_1 u_1^2 h_1 W \quad (2)$$

Donde c es la concentración granular, u la velocidad media del flujo, h la altura de granos sobre la barrera y $\mathcal{F}r = u/\sqrt{gh}$ el número de Froude. El término $\zeta = 1 + [(c_2/c_1)(h_2/h_1) - 1]^{-1} + (1/2)\mathcal{F}r_1^{-2}$ es un coeficiente de mayoración dinámico, donde los índices 1 y 2 denotan propiedades del flujo incidente y la barrera respectivamente. Jiang y Towatha (2013) proponen un análisis hidrodinámico para estimar la fuerza de impacto de una avalancha contra una barrera rígida, esto es:

$$F = \frac{1}{2} \rho C_D A u^2 \quad (3)$$

Donde A es el área frontal de la barrera y C_D un coeficiente de arrastre (el resto de las variables se definen igual). La Ec. (3) se usa habitualmente para calcular la fuerza de arrastre en estructuras inmersas en un fluido viscoso, pero se ha comprobado que su uso puede extenderse para flujos granulares secos (Favier y Daudon, 2009). En este último caso el coeficiente C_D es función del Froude $\mathcal{F}r$, relevando los efectos de inercia en esta dinámica. Jiang y Towatha (2013) demostraron que $C_D = a/\mathcal{F}r^n$, donde a, n son coeficientes empíricos. Chehata et al. (2003) analizó el impacto entre una avalancha granular rápida sobre un cilindro en el rango $10^{-2} < \mathcal{F}r < 1$, donde $\mathcal{F}r$ se calcula en función del diámetro del obstáculo. Los autores reportan valores atípicamente altos de C_D ($\approx 10^8$) para bajos $\mathcal{F}r$, y $C_D \approx 10^2$ para $\mathcal{F}r$ altos. Cualquiera sea el caso, el rango superior de $\mathcal{F}r$ es muy superior al que es posible de acceder experimentalmente con líquidos. Chehata et al. (2003) reporta además una relación en ley de potencia decreciente al comparar C_D y $\mathcal{F}r$, similar a Jiang y Towatha (2013). Estos últimos, citando varios trabajos realizados con avalanchas de nieve, reportan $a = 10.8$ y $n = 1.3$ para $0.8 < \mathcal{F}r < 6.0$ para mediciones a escala de terreno, y $a = 9$,

$n = 1.2$ para $Fr < 15$ para modelos a escala de laboratorio. Los autores también reportan $C_D = 0.8$ para $Fr = 13$ en experimentos de un flujo monodisperso contra un muro rectangular.

2. DESCRIPCION EXPERIMENTAL

2.1 Montaje experimental

Los experimentos se condujeron en un canal rectangular de madera ubicado en el Laboratorio de Ingeniería Civil de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Este canal posee dimensiones $W \times H = 25 \times 30 \text{ cm}^2$ (ancho x altura), pendiente 33° y longitud útil $L = 3.54 \text{ m}$. En el extremo superior existe un compartimento triangular (reservorio) que almacena una masa total $M = 24 \text{ kg}$ de material, clausurado por una compuerta que puede abrirse radialmente girando en torno a un eje pivote. Esta apertura permite la liberación del material sin ejercer un esfuerzo de corte adicional sobre el material.

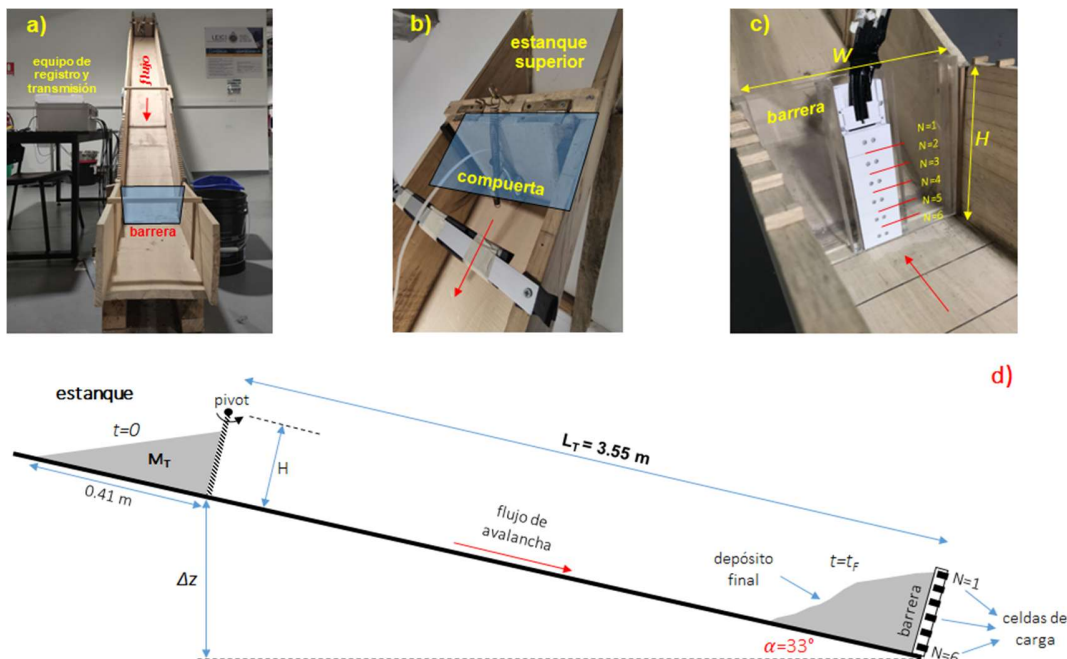


Figura 2. Instalación experimental usada en este estudio. **a)** Vista frontal, **b)** vista del depósito superior de granos, **c)** vista de la barrera de contención con los sensores de fuerza y **d)**, esquema longitudinal del canal con sus componentes y variables principales.

En el extremo inferior del canal se ubica una barrera de acrílico con $N=6$ sensores de carga, que pueden registrar la fuerza de impacto simultáneamente con una frecuencia de captura de 2.0 kHz . Cada sensor cuenta con una delgada cubierta protectora fabricada en una impresora 3D que inhibe el contacto directo con los granos, facilitando la deformación del sensor y con ello, el registro de fuerzas. La particularidad de estos experimentos es que la masa granular (M) se mantiene constante a lo largo de toda la campaña, al igual que el gradiente energético definido aquí como $i_E \approx \Delta E / L_T = (E_i - E_f) / L_T$, donde $E_i = Mg z_i$ y $E_f = Mg z_f$ es la energía potencial medida en las posiciones inicial (z_i) y final (z_f) de la masa. Una vez el flujo cesa, con apoyo de un distanciómetro láser se mide la morfología del depósito granular en

distintos puntos equidistantes distribuidos a lo largo del canal. Finalmente, vale la pena señalar que, aunque el tiempo de duración del fenómeno es muy corto (5 s aprox.), la preparación y colocación del material granular en el depósito superior, la generación de la avalancha, la recolección y posterior preparación y limpieza del canal es un proceso que puede tomar de 20 a 30 min.

2.2 Postproceso de las series de fuerza

Luego de un proceso de calibración inicial, cada sensor es capaz de generar una serie de datos de fuerza $F(z_i, t)$, siendo $z_i = 1.7, 4.7, 7.7, 10.7, 13.7$ y 16.7 cm las posiciones de los sensores ($i = 1 \dots 6$) y t el tiempo. Para todos los efectos se considera la base de la barrera como $z = 0$. Se realizaron de 2 a 3 repeticiones por cada concentración de la fracción fina de la mezcla (c), obteniendo así un conjunto robusto de datos dinámicos, como también un valor medio de fuerza para cada posición de medida, esto es:

$$F(z_i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N F(z_i, t_k) \quad (4)$$

donde N es un conjunto de datos lo suficientemente grande definido alrededor del valor *peak* de cada serie temporal. De cada serie $F(z_i, t)$ se extraen varios estadísticos a saber, un valor mínimo F_{min} , un máximo *maximorum* F_{max} y un promedio F calculado por la Ec. (4). Estos cálculos se hicieron entre todas las repeticiones para cada concentración y sensor. Para estos efectos se diseñó una rutina en Matlab que permite tratar subseries formadas por $N \approx 8000$ puntos (4000 puntos a la izquierda y derecha del *peak* global de cada curva). Este abordaje se realizó para cada repetición, en los 6 sensores y todo el rango de concentraciones (6 en total), totalizando así 108 series de fuerza para toda la campaña. Aunque este enfoque es exigente en términos de captura, registro y post-proceso de datos, Jiang y Towatha (2013) propusieron un esquema alternativo que considera la no-simultaneidad de la ocurrencia de los peaks de fuerza registrados por cada sensor.

2.3 Material granular y concentración de la fracción fina

El material granular utilizado corresponde mezclas de arena gruesa y gravilla, de origen fluvio-costero. Algunas características físico-mecánicas de estos materiales se definen en la Tabla 1. Para tratar estas mezclas introducimos la concentración de la fracción fina (c):

$$c = \frac{M_f}{M_f + M_g} \quad (5)$$

donde M_f es la masa de la fracción fina presente en la mezcla y M_g la fracción gruesa, respectivamente. En todos los experimentos se tiene que $M_f + M_g = M (=24 \text{ kg})$, que es la masa total contenida en el reservorio.

Tabla 1. Material granular usado en los experimentos. Aquí ϕ_1 es el ángulo de reposo entre los granos (de densidad ρ_s) y las paredes del canal y ϕ_2 entre los granos y la barrera.

| Tipo de grano | ρ_s (kg/m^3) | d_{50} (mm) | ϕ_1 ($^\circ$) | ϕ_2 ($^\circ$) |
|---------------|---------------------------------|------------------|--------------------------|--------------------------|
| Arena gruesa | 1337.8 | 2.1 | 29.5 | 24.2 |
| Gravilla | 1530.8 | 7.6 | 30.8 | 24.5 |

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

3.1 Descripción cualitativa del fenómeno

Las características del impacto entre la avalancha y la barrera son similares entre experimentos y no se diferencian sustantivamente de otros estudios (*e.g.* Jiang y Towatha, 2013; Ng et al., 2017). Al inicio la alta pendiente del canal genera un escurrimiento rápido cuyos primeros instantes revelan un movimiento agitado de baja concentración, donde el mecanismo de transporte dominante es la saltación. En esta fase las partículas interactúan mediante colisiones binarias y choques con los sensores. Los peaks iniciales de fuerza (Fig. 4), se corresponden con estos impactos. La concentración del flujo en la barrera aumenta rápidamente en tiempos $\sim 10^{-2}$ s. Este incremento se observa en las Figs.3b-3c. Una vez la acumulación de granos en la barrera alcanza un espesor del orden de 2 a 3 veces el tamaño de las partículas más grandes, se genera una cuña de tipo triangular que sirve de “trampolín” a las partículas que logran trepar sobre el muro incluso contra la gravedad. Un efecto de salpicadura, denominado *splash*, hace que la altura que alcanzan las partículas sobre la estructura sea mayor que la altura del depósito final (Cui et al., 2018). Cuando las partículas alcanzan su punto más alto, caen sobre la cuña incrementando su tamaño y creando un tipo de coraza granular que protege al muro. Esta coraza estática media entre la estructura y el flujo de caída, induciendo un efecto de retardo (*buffering*).

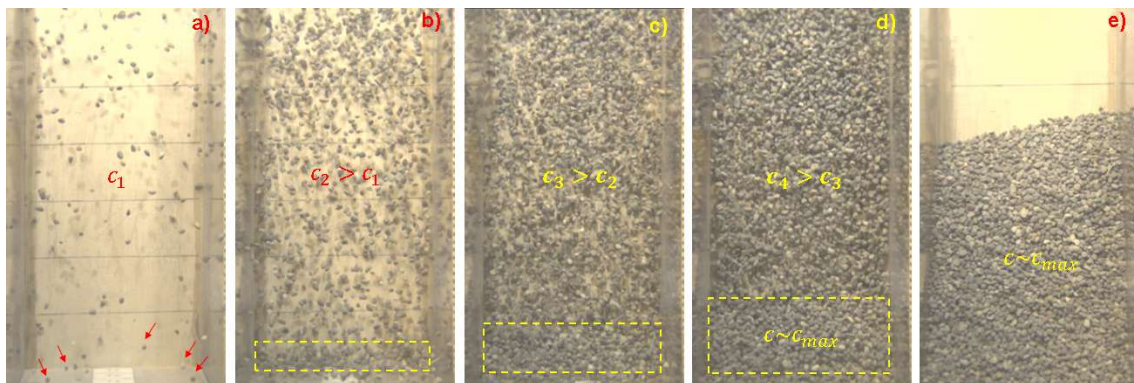


Figura 3. Descripción cualitativa de la evolución de la concentración del flujo durante el impacto con la barrera. En todo lo que sigue c_i representa la concentración media del flujo medida en el instante $t = t_i$. **a)** Instantes iniciales de la colisión grano-barrera, donde obtenemos la menor concentración de partículas ($c \sim c_1$); **b)** La concentración se incrementa a $c_2 > c_1$ observando la formación de una barrera granular incipiente sobre el muro; **c) y d)** muestran el crecimiento de esta barrera y **e)** situación final del depósito.

La Fig. 4 muestra la evolución de la fuerza de impacto que se obtiene en un sensor cualquiera ubicado a lo largo de la barrera. Cada una de las tres curvas está asociada a la repetición de un experimento dado. Estos valores globales están indicados por las flechas mostradas en el recuadro de la Fig.4.

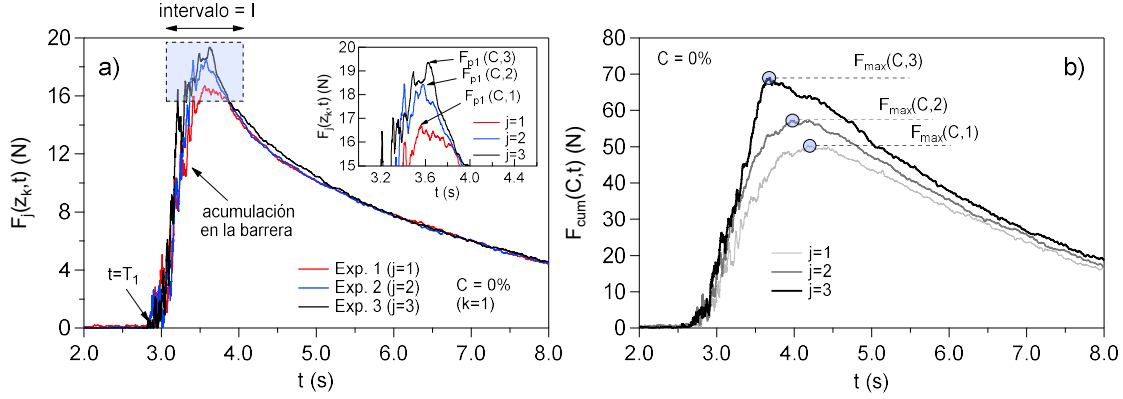


Figura 4. a) Series de tiempo de fuerza para tres repeticiones ($j = 1, 2, 3$) de un mismo experimento. La concentración aquí es $c = 0\%$. El *inset* es una vista ampliada de la región donde se producen los peaks de cada curva ($F_p(c)$). La cantidad $F_j(z_k)$ denota la fuerza en la repetición j -ésima, del sensor k -ésimo, en este caso $k = 1$; **b)** Series de fuerza acumulada sobre la barrera calculadas según el método de Jiang y Towatha (2013). Se incluyen los valores peaks para cada repetición $F_{max}(c)$.

3.2 Distribución de cargas dinámicas máximas sobre la barrera

La Fig. 5 muestra los perfiles de fuerza $F(z)$ sobre la barrera para diferentes concentraciones (c), donde z es la posición a lo largo del muro. Estas curvas se han estimado promediando las tres (3) repeticiones realizadas para cada concentración. La Fig. 5a muestra el perfil para $c = 0\%$, esto es, una curva bien comportada que se adapta bien a un ajuste de tipo lineal. Sin embargo, esta linealidad se diluye significativamente cuando c aumenta (ver Figs. 5b-5d). Se suele observar un *plateau* en la zona central de la curva, seguida de una leve disminución antes de alcanzar una posición más profunda. Si bien la forma de estas distribuciones ha sido reportada por varios autores (Siyou et al, 2022; Jiang y Towatha, 2013), aun no se cuenta con una explicación detallada de este perfil. Por otro lado, si la dispersión de datos aumenta con la concentración, también se observa un cambio significativo en su pendiente (α). Para dar cuenta de tales cambios se propone modelar las distribuciones mostradas en la Fig.5 a través de ajustes lineales de la forma:

$$F(z) = F_o + \alpha z \quad (6)$$

donde $F_o = F(z = 0)$ es el valor de corte del ajuste propuesto con el eje vertical y $\alpha < 0$ la pendiente de dicha recta (medida en N/m), ahora función de c . Esta relación puede escribirse en forma más compacta como $F(z) = \alpha(c)(z - h')$, donde $h' = F_o/|\alpha|$ es la proyección teórica de la altura del depósito sobre el muro (ver Fig.5a).

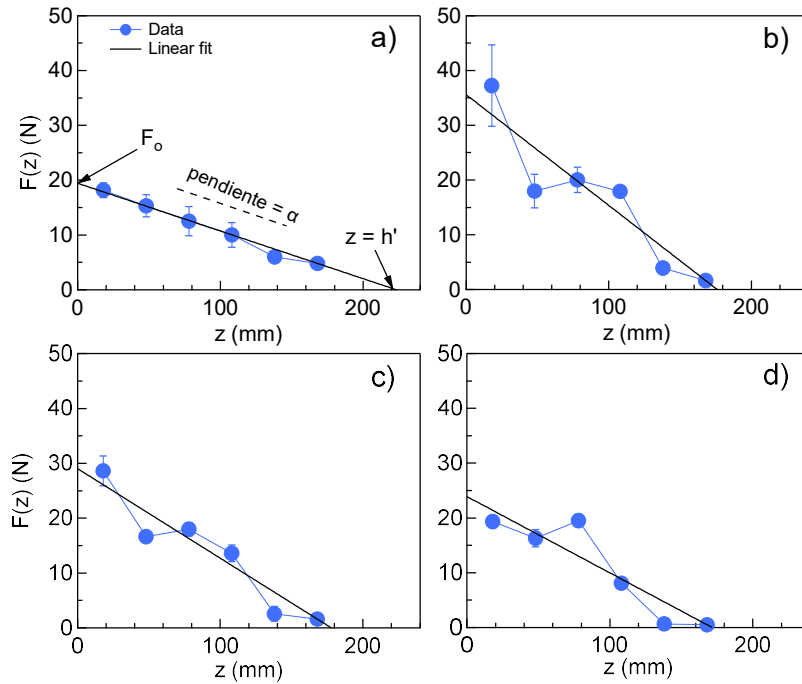


Figura 5. Perfiles de fuerza sobre el muro para diferentes concentraciones (**c**). **a)** $c=0\%$ (fracción gruesa pura), **b)** $c=40\%$, **c)** $c=60\%$ y **d)** $c=100\%$ (fracción fina pura). Las líneas continuas son ajustes lineales a cada grupo de datos, de pendiente α . Se incluyen los parámetros de corte F_0 y h' con los ejes vertical y horizontal, respectivamente.

A partir de la Ec. 6 podemos estimar la presión efectiva inducida por los granos en colisión con la barrera, como sigue:

$$P(z) = \frac{F(z)}{S} = \alpha'(h' - z) \quad (7)$$

donde $\alpha' = |\alpha|/S$ es la pendiente de presión (medida en N/m^3) y S el área de contacto de cada sensor de carga. Podemos comparar la Ec. 7 con la presión geostática que gobierna un medio granular en reposo $P_g(z) = \rho_m g(h' - z)$, donde ρ_m es la densidad efectiva de la mezcla granular que se calculó para cada experimento. La Fig. 6a muestra las diferencias entre las Ecs. 6 y 7 para una concentración de referencia $c = 60\%$. De esta comparación surge la siguiente relación simplificada válida en el rango $0 \leq z \leq h'$:

$$\frac{P(z)}{P_g(z)} = \xi = \frac{|\alpha|}{\rho_m g S} \quad (8)$$

donde ξ es un coeficiente adimensional que solo depende de la concentración relativa. La Tabla 2 muestra los valores de este coeficiente para diferentes concentraciones. El parámetro ξ muestra ser estrictamente superior a 1 lo que podría interpretarse como un coeficiente de mayoración del campo de presión geostática para cada mezcla. La Fig. 6b muestra la distribución de ξ para distintas concentraciones, revelando que la concentración sí posee efectos significativos en la distribución de presiones dinámicas y que no se justifican de modo alguno en la variabilidad estadística entre repeticiones de cada experimento. Estas

variaciones son directamente atribuibles a cambios en la estructura del flujo al pasar de una concentración a otra, que a su vez podrían residir en flujos de segregación que actúan tanto longitudinal, como verticalmente. Estos flujos pueden modificar la distribución granulométrica en cada sección transversal y, en consecuencia, alterar la cantidad de movimiento transferida hacia la barrera (Gray, 2018).

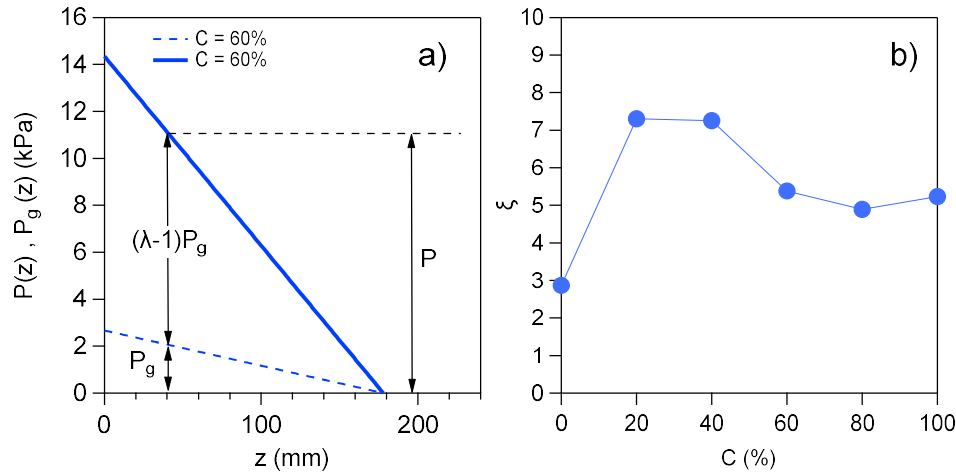


Figura 6. a) Comparación de las Eqs. 6 y 7 para la concentración de referencia $c = 60\%$; b) Distribución de ξ (Ec. 8) versus c para cada mezcla.

Tabla 2. Resultados de parámetros dinámicos medidos en el presente estudio

| c (%) | ρ_m (kg/m^3) | $ \alpha $ (N/m) | F_o (N) | h' (mm) | ξ - |
|------------|---------------------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|
| 0 | 1528.7 | 86.9 | 19.4 | 223.4 | 2.9 |
| 20 | 1578.9 | 228.8 | 41.5 | 181.6 | 7.3 |
| 40 | 1589.4 | 228.8 | 35.6 | 155.5 | 7.3 |
| 60 | 1528.7 | 163.2 | 29.0 | 177.9 | 5.4 |
| 80 | 1428.6 | 138.7 | 24.3 | 174.9 | 4.9 |
| 100 | 1340.8 | 139.3 | 23.9 | 171.6 | 5.2 |

La Fig. 6b muestra también que los valores peak de ξ ocurren en el rango de $40\% \leq c \leq 60\%$, efecto relacionado con los resultados reportados por Kokelaar et al. (2014). Este último autor indica un incremento significativo en la movilidad de flujos granulares bidispersos sobre un plano inclinado que lo atribuye a la reorganización espacial de partículas tanto en la dirección transversal, como longitudinal. Dichos efectos se vuelven patentes en el frente de la avalancha y, por tanto, es esperable observar cambios importantes en la transferencia de *momentum* del flujo hacia la barrera que hemos mencionado. Estas observaciones se corroboran con el estudio de Sánchez-Arévalo et al. (2013), quienes reportan cambios significativos en la fuerza necesaria para compactar una columna granular bidispersa confinada verticalmente. Estos últimos autores midieron una disminución significativa de esta fuerza para concentraciones en el rango 15% a 40% y relaciones de tamaño mayores a 3, ambas características similares a nuestro caso. Sanchez-Arevalo et al. también reportan mediante simulaciones DEM, que las redes de esfuerzo se fracturan y redistribuyen cuando hay partículas finas presentes, asociando dichos cambios con la reducción de la fuerza de respuesta del material.

4. CONCLUSIONES

En el presente estudio se abordó la dinámica de impacto de una avalancha granular densa, seca y bidispersa contra una barrera de contención rígida, midiendo directamente la distribución de cargas resultantes sobre la estructura. Esta distribución está lejos de seguir un comportamiento lineal, salvo para el caso de granos gruesos ($c = 0\%$). La forma de tal distribución, además, depende fuertemente de la concentración de finos. Estos comportamientos en apariencia disímiles se pueden representar por una relación del tipo $P/P_g = \xi$, donde P, P_g representan la presión total y la presión litostática, respectivamente y ξ un coeficiente de mayoración. Este coeficiente varía entre 2.9 a 7.3 demostrando que la presión total puede exceder en al menos 3 veces la componente estática. Sin embargo, esta mayoración no es directamente proporcional a la concentración, mostrando un *plateau* en el rango 20 a 40%, y decreciendo para valores $\xi \approx 5$ y valores más altos de c . Esta no-uniformidad da cuenta de efectos que podrían relacionarse con flujos de segregación que actúan a lo largo del canal, como también verticalmente, afectando la transferencia de cantidad de movimiento del flujo hacia la barrera. Estos resultados revelan la complejidad inherente en el tratamiento de flujos granulares polidispersos, enfatizando la necesidad de seguir investigando estos efectos antes de construir un marco teórico de modelación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo entregado por la Dirección de Investigación de la PUCV a través del fondo *DI Iniciación 039.326/2023*. Los autores agradecen también el soporte técnico entregado por el Sr. Hugo Tapia (PUCV) durante el desarrollo del estudio.

REFERENCIAS

- Albaba, A., Lambert, S., Nicot, F., Chareyre, B. (2015). Modeling the impact of granular flow against an obstacle. *Recent advances in modeling landslides and debris flows*, 95-105.
- Cui, Y., Choi, C. E., Liu, L. H., Ng, C.W. (2018). Effects of particle size of mono-disperse granular flows impacting a rigid barrier. *Natural Hazards*, 91, 1179-1201.
- Chehata, D., Zenit, R., Wassgren, C. R. (2003). Dense granular flow around an immersed cylinder. *Physics of Fluids*, 15(6), 1622-1631.
- Faug, T. (2021). Impact force of granular flows on walls normal to the bottom: slow versus fast impact dynamics. *Canadian Geotechnical Journal*, 58(1), 114-124.
- Favier, L., Daudon, D., Donzé, F. V., Mazars, J. (2009). Predicting the drag coefficient of a granular flow using the discrete element method. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2009(06), P06012.
- Gray, J. M. N. T. (2018). Particle segregation in dense granular flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 50(1), 407-433.
- Ildefonse, B., Coussot, P., Allain, C. (1999). *Des grands écoulements naturels à la dynamique du tas de sable : introduction aux suspensions en géologie et en physique*. Cemagref Editions, France.

Iverson, R. M., Vallance, J. W. (2001). New views of granular mass flows. *Geology*, 29(2), 115-118.

Iverson, R. M. (1997). The physics of debris flows. *Reviews of Geophysics*, 35(3), 245-296.

Jiang, Y. J., Towhata, I. (2013). Experimental study of dry granular flow and impact behavior against a rigid retaining wall. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46, 713-729.

Jiang, Y., Zhao, Y. (2015). Experimental investigation of dry granular flow impact via both normal and tangential force measurements. *Géotechnique Letters*, 5(3), 33-38.

Kokelaar, B. P., Graham, R. L., Gray, J. M. N. T., Vallance, J. W. (2014). Fine-grained linings of leveed channels facilitate runout of granular flows. *Earth and Planetary Science Letters*, 385, 172-180.

Linares-Guerrero, E., Goujon, C., Zenit, R. (2007). Increased mobility of bidisperse granular avalanches. *Journal of Fluid Mechanics*, 593, 475-504.

Ng, C. W., Song, D., Choi, C. E., Liu, L. H. D., Kwan, J. S. H., Koo, R. C. H., Pun, W. K. (2017). Impact mechanisms of granular and viscous flows on rigid and flexible barriers. *Canadian Geotechnical Journal*, 54(2), 188-206.

Sánchez-Arévalo, F. M., Tapia-McClung, H., Pulos, G., Zenit, R. (2013). Reduction of compaction force in a confined bidisperse granular media. *Physical Review E. Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 87(5), 052210.

Siyou, X., Junwei, Y., Zhongju, W. (2022). New Insights into the Estimation of Impact Load of Granular Flow against a Rigid Wall. *Shock and Vibration*, 2022 (1).

Takahashi, T. (2007). *Debris flow: Mechanics, Prediction and Countermeasures*. Taylor & Francis.