

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**  
**XVII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**FLUJOS DE PLÁSTICOS DE BINGHAM EN TOPOGRAFÍAS REALES GENERADOS  
POR FUGAS EN MINERODUCTOS**

**TOMÁS TREWHELA P.<sup>1</sup>**  
**CHRISTIAN IHLE B.<sup>2</sup>**  
**ALDO TAMBURRINO T.<sup>3</sup>**

**RESUMEN**

La utilización de mineroductos para el transporte de sólidos en la industria minera implica la presencia de complejos y largos sistemas de tuberías. Debido a que estos sistemas usualmente atraviesan terrenos con topografías accidentadas, pudiendo estar contiguos a comunidades o sitios de interés ambiental o arqueológico, es necesario establecer las consecuencias o respuestas frente a la eventualidad de una fuga o una rotura del sistema en algún punto de su extensión, y del consecuente flujo se desarrolla sobre la superficie contigua al sector de emplazamiento del sistema. En este artículo, un derrame de estas características se modela numéricamente mediante ecuaciones de flujo bidimensionales. Dadas las características del tipo de fluido en estudio, el comportamiento reológico del fluido juega un papel no despreciable en la dinámica del derrame. La incorporación de la reología del fluido en un modelo numérico para flujos bidimensionales permite modelar eventuales derrames de lodos sobre topografías naturales. Se seleccionaron dos escenarios topográficos sobre los cuales se simularon derrames como resultados de combinaciones posibles de tres tipos de fluidos y dos caudales. Además se establecieron variadas formulaciones para el esfuerzo de corte ejercido por el flujo sobre el terreno. Las simulaciones indican una dependencia de las características del derrame con las características del terreno y la formulación del esfuerzo de corte sobre el fondo; permitiendo establecer diferencias, analizar los tiempos de respuesta frente a emergencias y por último, identificar puntos críticos enmarcados en la zona eventual del derrame.

---

<sup>1</sup> Tesista del programa de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, mención Recursos y Medio Ambiente Hídrico – [ttrehel@ing.uchile.cl](mailto:ttrehel@ing.uchile.cl)

<sup>2</sup> Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Civil de Minas, Universidad de Chile - [cihle@ing.uchile.cl](mailto:cihle@ing.uchile.cl)

<sup>3</sup> Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile – [atamburr@ing.uchile.cl](mailto:atamburr@ing.uchile.cl)

## 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de tuberías transportadoras de concentrados mineros son, en muchos casos, verdaderas carreteras de mineral atravesando transversalmente el país, transportando material por condiciones topográficas complejas. Estos sistemas se encuentran expuestos a eventuales fugas o roturas que afectan la integridad del mismo, produciéndose un derrame de lodo sobre la localidad aledaña al punto de descarga. El derrame, caracterizado por una rápida eyección de flujo sobre el terreno colindante, se propaga a velocidades considerables sobre la topografía. Dada la naturaleza de este tipo de flujos y las características físicas del mismo, los flujos suelen ser muy largos y anchos en comparación con su profundidad, lo que sugiere una aproximación al problema basada en ecuaciones promediadas en la vertical –ecuaciones de Saint Venant– (Aldrighetti, 2005). El uso de dichas ecuaciones se complementa con la fórmula de Manning para el cálculo de los esfuerzos de fondo. Sin embargo el uso de la relación de Manning supone restricciones al régimen de flujo, a la caracterización hidrodinámica de la pared y se encuentra limitada a flujos de agua. En ese sentido, abarcar un espectro más amplio de regímenes de flujo, dependientes de características locales del flujo, y agregar la reología del fluido debiese permitir una modelación más acertada de eventuales derrames. Una coyuntura, es la asociada a los esfuerzos de corte que se abordará mediante el uso de una formulación basada en el coeficiente de Darcy, de manera de abrir el espectro de regímenes de flujo y de clasificaciones de pared. En cuanto al fluido a modelar, cabe señalar que la mezcla de mineral o relave tiene un comportamiento no-newtoniano, que usualmente se modela como plástico de Bingham (Chhabra y Richardson, 1999; Liu y Mei, 1989):

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} \frac{\tau - \tau_y}{\eta} & , 0 < \tau_y \leq \tau \\ 0 & , 0 \leq \tau < \tau_y \end{cases} \quad (1)$$

donde  $\dot{\gamma}$  es la tasa de deformación angular,  $\tau_y$  es el esfuerzo de fluencia y  $\eta$  es la viscosidad plástica.

En el presente trabajo se utiliza un modelo para flujos geofísicos que resuelve las ecuaciones de flujo en dos dimensiones el cual, debido a las limitaciones de modelar agua como el fluido propio de estos eventos, es modificado con el fin de ampliar el espectro de regímenes y también incluir la reología del fluido en cuestión. Con el fin de reproducir las condiciones en que se producen estos derrames, se ha llevado a cabo un conjunto de simulaciones numéricas en puntos de interés con distintas características, con el propósito de esclarecer tiempos de respuesta adecuados frente a derrames. El objetivo además es abrir el debate sobre la correcta modelación de flujos formados por fluidos no-newtonianos, establecer diferencias para diversas formulaciones de términos claves dentro de las ecuaciones y determinar magnitudes características en eventos en que se producen estos flujos.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

La resolución de las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones involucra la resolución de ecuaciones acopladas y no lineales. Métodos de resolución para este tipo de problemas han sido propuestos para facilitar la resolución, principalmente basadas en esquemas tipo Godunov para resolver el problema de Riemann localmente y así resolver las ecuaciones en todo el dominio

(Toro, 1997). Este último consiste en un problema de propagación de onda discontinua con dos condiciones de borde planteado en una celda. Métodos numéricos basados en el esquema Godunov, tipo upwind, son ampliamente utilizados para resolver exacta o aproximadamente sistemas de ecuaciones de Euler (Toro, 1997), como lo son en este trabajo las ecuaciones de Saint Venant.

Un modelo para flujos geofísicos, GeoClaw, que implementa un solver para el problema de Riemann resolviendo así las ecuaciones de Saint Venant (Berger et al., 2011), es utilizado como base dado que posee características numéricas eficientes y resuelve problemas numéricos-computacionales de complejidad propia (George y Le Veque, 2008), incluyendo la consideración de celdas secas-mojadas, la capacidad de simular flujos sobre topografías reales y el refinamiento dinámico de malla (George, 2008). GeoClaw resuelve las ecuaciones de Saint Venant en dos dimensiones, promediadas en la vertical y ha sido utilizado exitosamente para modelar tsunamis, flujos detríticos y problemas de rompimiento de presas (George y Le Veque, 2006; George e Iverson, 2011). El modelo es de código abierto y está programado en FORTRAN con una interfaz en PYTHON, esto permite adaptar el modelo para los propósitos de este trabajo.

Al igual que otros modelos numéricos capaces de resolver las ecuaciones de Saint Venant, GeoClaw utiliza para el cálculo de la pendiente hidráulica en la estimación de los términos fuentes, la ecuación de Manning

$$J_i = \frac{\bar{u}_i |\bar{u}_i| n^2}{\bar{h}^{4/3}} \quad (2)$$

donde  $n$  es el coeficiente de Manning,  $J_i$  es la pendiente hidráulica,  $\bar{u}_i$  es la velocidad promediada en la vertical, ambas en la dirección  $i$  del flujo y  $\bar{h}$  es la altura del flujo. El uso de la ecuación de Manning en GeoClaw se encuentra remitido al valor que pueda tomar el parámetro  $n$ , definido arbitrariamente por el usuario y constante para toda la superficie. En este sentido, la globalidad de usar un único coeficiente limita los resultados del modelo para ser usado en flujos de fluidos no-newtonianos sobre topografías reales. Entendiendo que para una cierta topografía es posible encontrar distintos valores de  $n$  dependiendo del sector geográfico, y que el uso de la relación de Manning se restringe a flujos turbulentos de agua sobre un fondo hidrodinámicamente rugoso, el uso generalizado en flujos de lodos no es necesariamente apropiado.

Otro aspecto relevante es la carencia del modelo, en su condición presente, de reproducir una curva de descarga sobre un área o punto arbitrario del plano. GeoClaw está implementado únicamente para permitir perturbaciones de la altura o velocidades en ambas direcciones de un volumen de fluido determinado previamente a la simulación, no estando implementada una condición dinámica de caudal, ni tampoco la posibilidad de incluir un volumen de fluido o de modificar la velocidad del flujo en alguna posición de la topografía. En este trabajo se implementa la posibilidad de incluir una curva de descarga para imponer una condición de flujo completa y constante a lo largo del tiempo

$$\begin{aligned} H(x^*, y^*) &= H^* \\ q_x(x^*, y^*) &= q_x^* \\ q_y(x^*, y^*) &= q_y^*, \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $H^*$  es la altura en un punto o intervalo arbitrario de descarga  $(x^*, y^*)$  y  $q_i$  son los caudales por unidad de ancho en el mismo punto o intervalo arbitrario de descarga  $(x^*, y^*)$ . La curva de descarga se describe, en consecuencia, mediante la relación vectorial  $Q(x^*, y^*) = (H^*, q_x^*, q_y^*)$ .

Adicionalmente se implementa una formulación alternativa para calcular el esfuerzo de corte sobre el fondo, basado en el coeficiente de fricción de Darcy ( $f_i$ ),

$$J_i = f_i \frac{\bar{u}_i |\bar{u}_i|}{8g} \quad (4)$$

Tanto la ecuación (2) como la ecuación (4) vienen de considerar el esfuerzo sobre el fondo en cada dirección  $i$ ,  $\tau_{iz}$  como,

$$\tau_{iz} = \rho g \bar{h} J_i \quad (5)$$

el que a su vez es considerado en las ecuaciones de Saint Venant referidas anteriormente:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} = 0 \quad (6.a)$$

$$\frac{\partial(UH)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta_{xx}U^2H)}{\partial x} + \frac{\partial(\beta_{xy}UVH)}{\partial y} = -gH \frac{\partial(z_b+H)}{\partial x} + (\tau_{xz}(z_b+H) - \tau_{xz}(z_b)) \quad (6.b)$$

$$\frac{\partial(VH)}{\partial t} + \frac{\partial(\beta_{xy}VUH)}{\partial x} + \frac{\partial(\beta_{yy}V^2H)}{\partial y} = -gH \frac{\partial(z_b+H)}{\partial y} + (\tau_{yz}(z_b+H) - \tau_{yz}(z_b)), \quad (6.c)$$

donde  $U$  y  $V$  son las velocidades en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente,  $H$  corresponde a la altura del flujo y  $\tau_{iz}$  son los esfuerzos de corte normales en la superficie libre ( $z_b + H$ ), en la dirección  $i$ , y sobre el fondo ( $z_b$ ). Ambos esfuerzos de corte son los que consideraremos como términos fuente en el sistema de ecuaciones y son evaluados para un datum  $z_b$  arbitrariamente referenciado y coincidente con la cota del terreno. Por otro lado,  $\beta_{ij}$  corresponden a los coeficientes de Boussinesq que aparecen como consecuencia del promedio en la vertical realizado para los términos advectivos de las ecuaciones de Reynolds

$$\int_{z_b}^{z_b+H} u_i u_j dz = \beta_{ij} U_i U_j H \quad (7)$$

donde  $u_i$  y  $U_i$  son las velocidades instantáneas y promediadas en la vertical para la dirección  $i$ , respectivamente. Usando las escalas propias del problema;  $U^*, V^*$  (escalas de velocidad para  $x$  e  $y$  respectivamente),  $L_x, L_y$  (ídem, en este caso representando a las longitudes) y  $H^*$  (escala de altura de flujo), las ecuaciones (6.a)-(6.c) se pueden escribir de manera adimensional como

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u} \bar{h}}{\partial x} + \frac{V^* L_x}{U^* L_y} \frac{\partial \bar{v} \bar{h}}{\partial y} = 0 \quad (8.a)$$

$$Fr_x^2 \left( \frac{\partial(\bar{u} \bar{h})}{\partial t} + \frac{\partial(\beta_{xx} \bar{u}^2 \bar{h})}{\partial x} + \left( \frac{V^* L_x}{U^* L_y} \right) \frac{\partial(\beta_{xy} \bar{u} \bar{v} \bar{h})}{\partial y} \right) = -\bar{h} \frac{\partial(z_b + \bar{h})}{\partial x} - Fr_x^2 \left( \frac{L_x}{H^*} \frac{f_x \bar{u} |\bar{u}|}{8} \right) \quad (8.b)$$

$$Fr_y^2 \left( \frac{\partial(\bar{v} \bar{h})}{\partial t} + \left( \frac{U^* L_y}{V^* L_x} \right) \frac{\partial(\beta_{yx} \bar{u} \bar{v} \bar{h})}{\partial x} + \frac{\partial(\beta_{yy} \bar{v}^2 \bar{h})}{\partial y} \right) = -\bar{h} \frac{\partial(z_b + \bar{h})}{\partial y} - Fr_y^2 \left( \frac{L_y}{H^*} \frac{f_y \bar{v} |\bar{v}|}{8} \right), \quad (8.c)$$

donde  $\bar{u}$  y  $\bar{v}$  son las velocidades promediadas en la vertical adimensionalizadas para las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente, y  $\bar{h}$  es la altura del flujo adimensionalizada. De esta adimensionalización se define naturalmente un número de Froude direccional,  $Fr_i$  como

$$Fr_i^2 \equiv \frac{U_i^{*2}}{gH^*}, \quad (9)$$

donde  $U_i^*$  es una escala de velocidad y  $H^*$  es una escala de altura propias del problema. Además se distinguen números adimensionales que dan cuenta de relaciones de aspecto dimensionales del fenómeno estudiado en este trabajo:

$$\alpha \equiv \frac{\bar{v}L_x}{\bar{u}L_y} \quad (10)$$

y

$$\epsilon_i \equiv \left(\frac{L_i}{\bar{h}}\right)^{-1} \quad (11)$$

Los adimensionales definidos en (9), (10) y (11) dan cuenta de las escalas que imperan en el fenómeno estudiado para este trabajo al acompañar a ciertos términos de importancia, los cuales para casos particulares dominarán la dinámica del flujo.

Por último queda evaluar los valores que toman los factores de Darcy,  $f_i$ , presente en ambas ecuaciones (8.b y 8.c). Estos valores, evaluados dinámicamente, necesariamente dependen de las condiciones locales del flujo en cada celda inundada. Para esto se define un número de Reynolds equivalente para determinar el régimen de flujo localmente

$$Re_{\mu B} \equiv \frac{4\rho_m U_i H}{\eta(1 + \frac{2}{3}B_i)}, \quad (12)$$

el que se encuentra expresado en términos de del número de Bingham,  $B_i$ , como

$$B_i = \frac{\tau_y H}{\eta U_i} \quad (13)$$

y de la densidad de la mezcla,  $\rho_m$

$$\rho_m = \phi\rho_s + (1 - \phi)\rho, \quad (14)$$

en que  $\phi$  es la concentración de sólidos en volumen,  $\rho_s$  la densidad de los sólidos y  $\rho$  la densidad del fluido que transporta las partículas, en este caso agua. A partir de la definición propuesta en (12), el régimen de flujo es considerado laminar para  $Re_{\mu B} < 2100$  y turbulento para  $Re_{\mu B} > 4000$ , mientras que para valores intermedios será considerado en transición. Adicionalmente se define un número de Reynolds, relacionado con el definido en (12), para el cálculo del coeficiente de fricción de Darcy,

$$Re_{B_i} \equiv \frac{4\rho_m U_i H}{\eta} = Re_{\mu B} \left(1 + \frac{2}{3}B_i\right) \quad (15)$$

Para régimen laminar, el cálculo de  $f_i$  se realiza a través de la ecuación de Buckingham (Buckingham, 1921),

$$\frac{1}{Re_{B_i}} = \frac{f_i}{16} - \frac{He}{6Re_{B_i}^2} + \frac{He^4}{3f_i^3 Re_{B_i}^3} \quad (16)$$

donde la anterior se presenta en función de  $He$ , que es el número de Hedström, definido como:

$$He = \frac{4\tau_y H^2 \rho_m}{\eta^2} = Re_{B_i} \cdot B_i \quad (17)$$

En régimen turbulento, al igual que para agua, se debe realizar una clasificación hidrodinámica de la pared. Un último número de Reynolds, asociado a la rugosidad propia de la pared,  $Re_k$  es definido a partir de esta aspereza,  $k_s$ :

$$Re_{k_i} = \frac{k_s}{4H} \sqrt{\frac{f_i}{2}} Re_{B_i} \quad (18)$$

La clasificación de la pared dependerá del valor que tome el número de Reynolds asociado a la aspereza. Valores de  $Re_{k_i} < 5$  define una pared hidrodinámicamente lisa en régimen turbulento y el coeficiente de Darcy es calculado a partir de la ecuación (Tamburrino, 2000):

$$\frac{1}{\sqrt{f_i}} = 4.53 \log(Re_{B_i} \cdot \sqrt{f_i}) - 2.3 + 4.5 \log(1 - \alpha_i) \quad (19)$$

en donde  $\alpha_i$  se define como,

$$\alpha_i = \frac{\tau_y}{\rho_m g H J_i} = \frac{8\tau_y}{\rho_m f_i |U_i| U_i} \quad (20)$$

Para  $Re_{k_i} > 70$  la pared se clasifica como hidrodinámicamente rugosa (Tamburrino, 2000) y el factor de Darcy se estima como:

$$\frac{1}{\sqrt{f_i}} = 4.07 \log\left(\frac{2H}{k_s}\right) + 3.36 \quad (21)$$

Al estar en pared en transición lisa-rugosa, es decir régimen turbulento con valores intermedios de  $Re_{k_i}$  entre 5 y 70, el factor de fricción se estima usando la relación (Tamburrino, 2000):

$$f_i = \frac{f_{agua-rugosa_i}}{f_{agua-lisa_i}} \cdot f_{Bingham-lisa_i} \quad (22)$$

los factores subindexados con agua, son calculados usando el número de Reynolds definido para un plástico de Bingham definido en (16) y considerando pared rugosa o lisa de acuerdo con las relaciones conocidas para agua (White, 2003),

$$\frac{1}{\sqrt{f_{agua-rugosa_i}}} = -2 \log \left( \frac{k_s}{14.8H} \right) \quad (23)$$

y

$$\frac{1}{\sqrt{f_{agua-lisa_i}}} = -2 \log \left( \frac{2.51}{Re_{B_i} f_i} \right) \quad (24)$$

De igual manera, el  $f$  subindexado como *Bingham-lisa* considera el cálculo de un  $f$  según lo indicado por la relación (19). Por último la estimación del coeficiente de fricción de Darcy en la transición laminar-turbulenta se realiza mediante la siguiente expresión (Darby, 2001):

$$f_i = \left( f_{Bingham-laminar_i}^m + f_{Bingham-turbulento_i}^m \right)^{\frac{1}{m}} \quad (25)$$

donde  $f_{Bingham-laminar}$  es un coeficiente de Darcy obtenido a partir de la ec. (16),  $f_{Bingham-turbulento}$  es un coeficiente de Darcy calculado a partir de las relaciones (19), (21) ó (22) dependiendo de la clasificación hidrodinámica de la pared, ambos coeficientes son calculados usando el valor de  $Re_B$  en transición. Además  $m$  es un parámetro definido empíricamente como (Darby, 2001):

$$m = 1.7 + 40000/Re_{B_i} \quad (26)$$

A partir de las expresiones precisadas anteriormente asoman diferencias con la formulación de los esfuerzos sobre el fondo a partir de la fórmula de Manning, respecto de la globalidad de un coeficiente, comparada con la localidad y amplitud de regímenes que comprende la formulación propuesta, acorde al factor de fricción de Darcy.

Es necesario destacar que para ciertos valores del número de  $Re_B$  algunos términos dentro de las ecuaciones tenderán a dominar el fenómeno por sobre otros. Lo anterior se evidencia en las ecuaciones adimensionalizadas; para números de Reynolds altos, tanto en  $Re_k$  como en  $Re_B$  no hay dependencia del coeficiente  $f$  respecto de las características del fluido ya que éste no depende del valor del Reynolds para determinar su valor. Esto independiza el flujo de la reología del fluido y el derrame se encuentra controlado únicamente por la inercia y las condiciones propias del terreno, a través de su rugosidad equivalente. Lo contrario ocurre para derrames que presentan variaciones en su régimen o un flujo distinto a turbulento con pared hidrodinámica rugosa a lo largo de su fluir. En otras palabras, fondos que se comportan hidrodinámicamente como lisos o en transición para régimen turbulento y el régimen laminar o en transición laminar-turbulenta, dan cabida a una mayor influencia de la reología en el flujo y por ende diferencias en las características del derrame.

### 3. APLICACIONES

Usando el modelo propuesto, se ejecuta una serie de simulaciones que representan distintos escenarios posibles para un eventual derrame de relave o concentrado de mineral en alguna

localidad natural. Se ejecutan dos subconjuntos de simulaciones. Cada uno de ellos representa una formulación distinta de los esfuerzos de corte sobre el fondo. La ejecución del modelo usando la formulación de Manning para un conjunto de condiciones reproduciendo un flujo de agua se contrapone con la ejecución de dos series de simulaciones usando coeficientes de Darcy. Cada serie utiliza una reología no-Newtoniana (plásticos de Bingham) con valores distintos para los parámetros reológicos.

Los parámetros reológicos asociados a mezclas hiperconcentradas, ya sea concentrado de mineral o relave, son el esfuerzo de fluencia y la viscosidad plástica. Ambos parámetros se obtienen de la concentración de sólidos presente en la mezcla,  $\phi$ . La viscosidad plástica se puede estimar a partir de la relación (Krieger y Dougherty, 1959):

$$\frac{\eta}{\mu} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-X_\eta} \quad (27)$$

donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica del agua,  $\phi_m$  es la concentración de empaquetamiento cuyo valor supuesto es 0.465 y  $X_\eta$  es un parámetro de ajuste del modelo y toma un valor de 2 (Ihle y Tamburrino, 2012). Para el esfuerzo de fluencia se presenta una relación análoga (Heymann et al., 2002):

$$\tau_y = \hat{\tau}(\phi_m - \phi)^{-X_\tau}. \quad (28)$$

De igual manera que  $X_\eta$ ,  $X_\tau$  toma un valor de 2 y  $\hat{\tau}$  es una constante para el modelo de esfuerzos con valor 0.038 Pa (Ihle et al., 2013). Así, para cada subconjunto de simulaciones que consideran como fluido, un plástico de Bingham (formulación con coeficiente de Darcy), se utiliza una concentración volumétrica de sólidos, introduciendo a través de ésta variaciones en el esfuerzo de fluencia y la viscosidad plástica del fluido en cada subconjunto. Para el cálculo de densidades de las mezclas se utiliza un valor de 5200 kg/m<sup>3</sup> y 1000 kg/m<sup>3</sup> para la densidad de los sólidos y el agua, respectivamente. Para el subconjunto de simulaciones que utilizan agua como fluido (formulación con coeficiente de Manning), se considera una aspereza del terreno igual a 10 cm y el coeficiente de Manning,  $n$ , se calcula usando la relación de Strickler (Limerinos, 1970):

$$n = 0.038d^{\frac{1}{6}}, \quad (27)$$

en la cual  $d$  es el tamaño de la aspereza del terreno, que para fines comparativos será igual a  $k_s$  considerada para la formulación mediante coeficiente de Darcy. Para facilitar la claridad del documento y el posterior análisis presentamos en la Tabla 1 una clasificación de los subconjuntos ya especificados junto a los valores para el coeficiente de Manning (simulaciones considerando agua y esfuerzo de fondo modelado mediante Manning), concentración volumétrica de sólidos, esfuerzo de fluencia y viscosidad plástica (simulaciones considerando un plástico de Bingham y esfuerzo de fondo modelado mediante Darcy).

Tabla 1. Valores característicos y clasificación de los subconjuntos de simulaciones a partir de la formulación del esfuerzo de corte sobre el fondo y del comportamiento del fluido.

Formulación	$n$	$\phi$	$\tau_y$ [Pa]	$\eta$ [Pa · s]
-------------	-----	--------	---------------	-----------------



Manning-Agua	0.026	0	-	-
Darcy-Plástico de Bingham ( $\phi = 0.25$ )	-	0.25	0.822	$4.678 \cdot 10^{-3}$
Darcy-Plástico de Bingham ( $\phi = 0.4$ )	-	0.4	8.994	$51.178 \cdot 10^{-3}$

En cada uno de estos subconjuntos las simulaciones comprenden la siguiente combinación de condiciones iniciales de flujo y escenarios topográficos: dos condiciones de caudales distintos como consecuencia de una rotura o filtración en un sistema son combinados con dos escenarios topográficos reales ubicados en el Salar de Atacama, II región, para reproducir un eventual derrame. La elección de la locación se justifica en la posibilidad de tener un terreno que agrupe las mismas condiciones de aspereza y a su vez que presente, en dos partes distintas, condiciones de pendientes tanto fuertes como suaves.

Se consideran el 10 y 50% de un caudal máximo posible ( $1200 \text{ m}^3/\text{h}$ ) que es un caudal representativo para un sistema de tuberías que transporta concentrado de hierro. La descarga para las simulaciones se considera constante a lo largo del tiempo de simulación y con velocidad inicial de 3 m/s, buscando reproducir la rápida eyección de material que caracteriza a las roturas de tuberías.

Las descargas se realizan en dos escenarios topográficos. El primero representa un sector de pendiente baja en el Salar mismo y el segundo escenario representa una ladera de cerro con pendiente alta en uno de los bordes del Salar. Cada escenario posee un punto de descarga arbitrario que para fines comparativos entre formulaciones y caudales se mantiene como intrínseca del escenario.

La resolución espacial se ha determinado mediante una prueba de convergencia. Tamaños de grillas de entre 6400 hasta 230400 elementos son evaluados para encontrar una buena relación resolución-tiempo de cálculo en las simulaciones. Basados en el resultado de la prueba y orientados por este criterio de selección, un tamaño de grilla de 160000 elementos en un espacio de  $\sim 4 \text{ km}^2$  dan como resultado un largo para cada elemento cuadrado de la grilla de 5.56 m.

Los resultados obtenidos de cada simulación, donde cada simulación comprende un derrame de fluido a descarga constante durante 2 horas, son valores de alturas y caudales por unidad de ancho en ambas direcciones para cada elemento del espacio en los siguientes tiempos definidos a priori: 5, 20, 40, 60, 80, 100 y 120 minutos de ocurrido el derrame. Para realizar estimaciones de los largos máximos alcanzados por el flujo y las alturas en dichos puntos, se analiza la distancia alcanzada desde el punto de máximo desarrollo desde el punto seleccionado en el tiempo anterior hasta alcanzar el punto de descarga inicial.

Por último, con el fin de analizar tiempos de respuesta y mitigaciones o prevenciones en puntos de interés, se selecciona para cada escenario topográfico un punto de interés dentro del terreno y se observa la evolución del flujo en dicho punto. Los puntos arbitrarios de interés pueden ser interpretados como sectores de interés ambiental, social o económico para los cuales debe evitarse o analizarse la eventual llegada del flujo.

#### 4. RESULTADOS

Las Figuras 1, 2, 3 y 4 muestran los flujos simulados sobre los dos escenarios topográficos para la condición de caudal del 50% del máximo, es decir  $600 \text{ m}^3/\text{h}$ , para los tiempos de 20, 60 y 120 minutos de iniciado el derrame.

La comparación entre esfuerzos de corte modelados mediante la relación de Manning (*Agua-Manning*) y modelados mediante la relación de Darcy (*Darcy-Bingham* ( $\phi = 0.25$ )) se muestran en las Figuras 2 y 3, donde la Figura 1 responde al escenario con pendiente alta y la Figura 2 responde al escenario con pendiente baja.

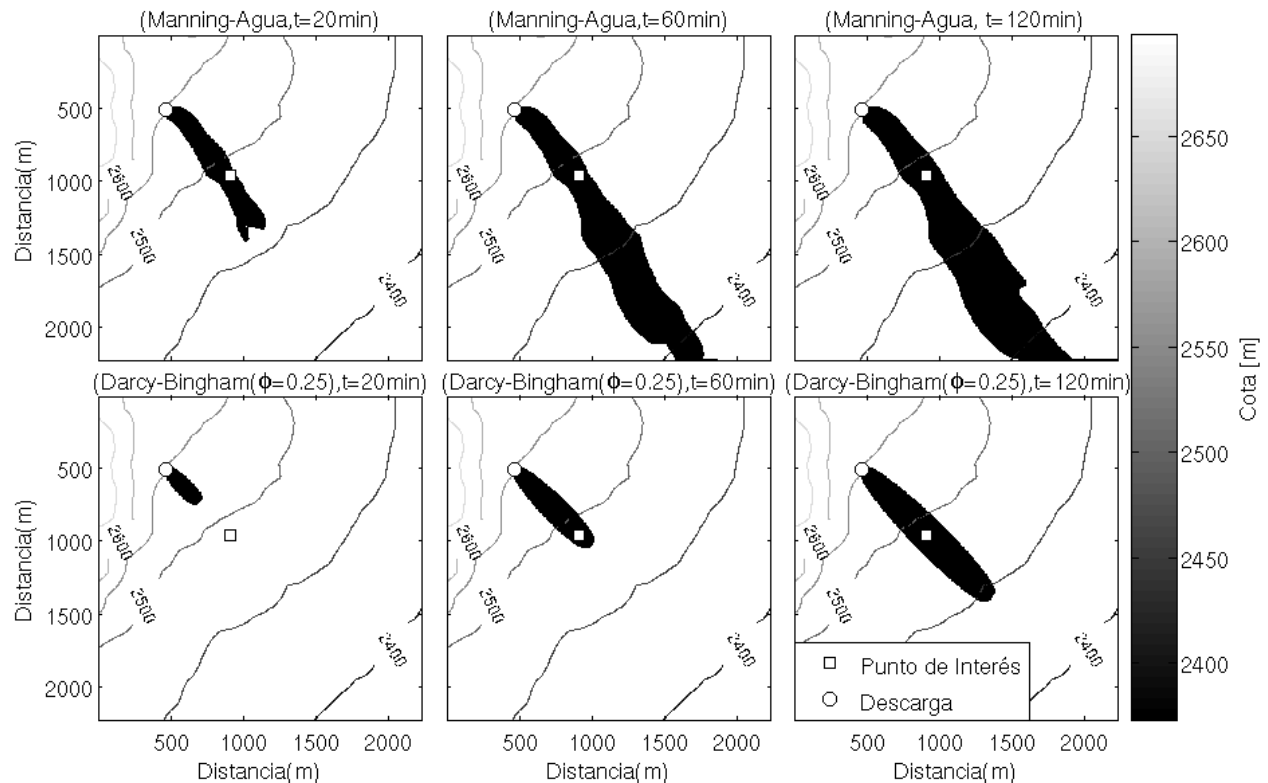


Figura 1. Flujos sobre topografía de pendiente alta. La primera fila corresponde a un flujo de agua modelado según Manning, mientras que la segunda fila corresponde a un flujo de un plástico de Bingham ( $\phi = 0.25$ ) modelado según Darcy. El caudal es de  $600 \text{ m}^3/\text{h}$ .

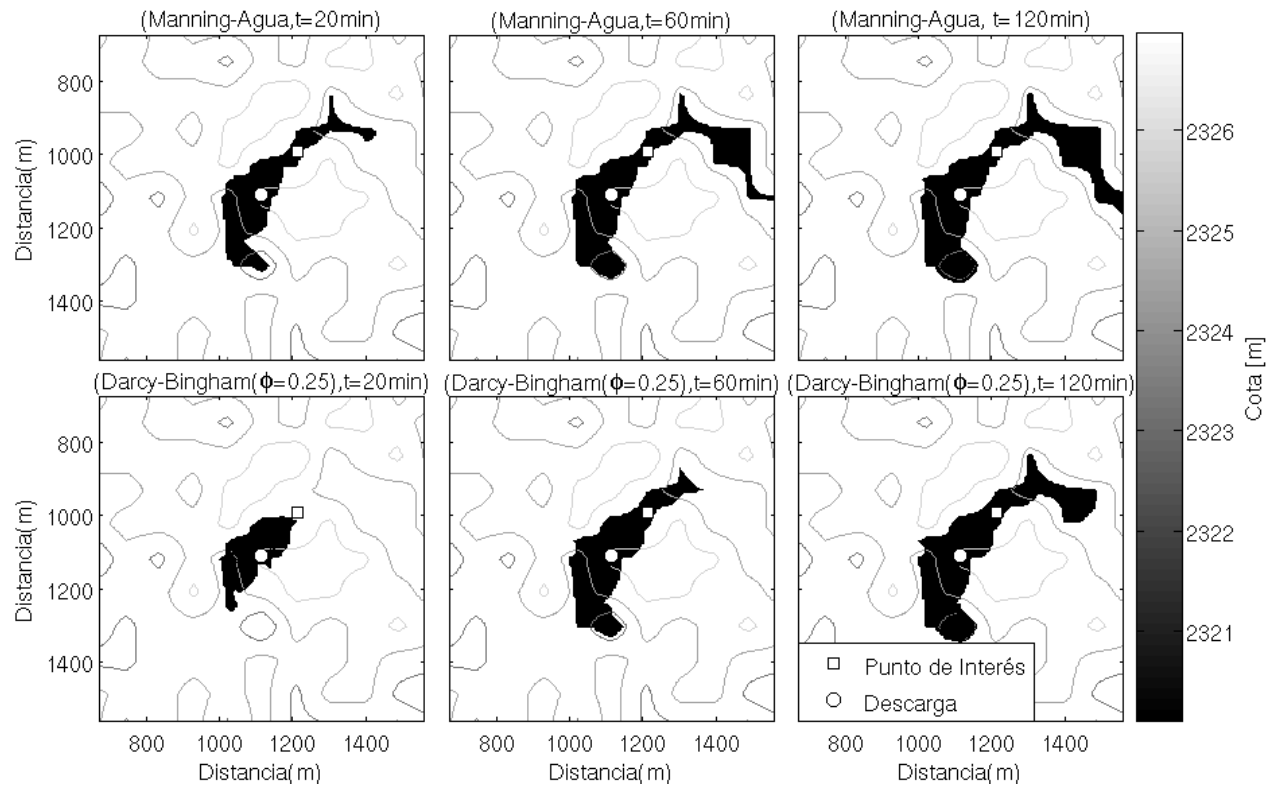


Figura 2. Flujos sobre topografía de pendiente baja. La primera fila corresponde a un flujo de agua modelado según Manning, mientras que la segunda fila corresponde a un flujo de un plástico de Bingham ( $\phi = 0.25$ ) modelado según Darcy. El caudal es de  $600 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Las Figuras 3 y 4 representan los flujos con el fin de establecer una comparación entre derrames modelados mediante Darcy variando la concentración de sólidos de las mezclas. En particular, la Figura 3 representa el escenario con pendiente alta y la Figura 4 el escenario con pendiente baja.

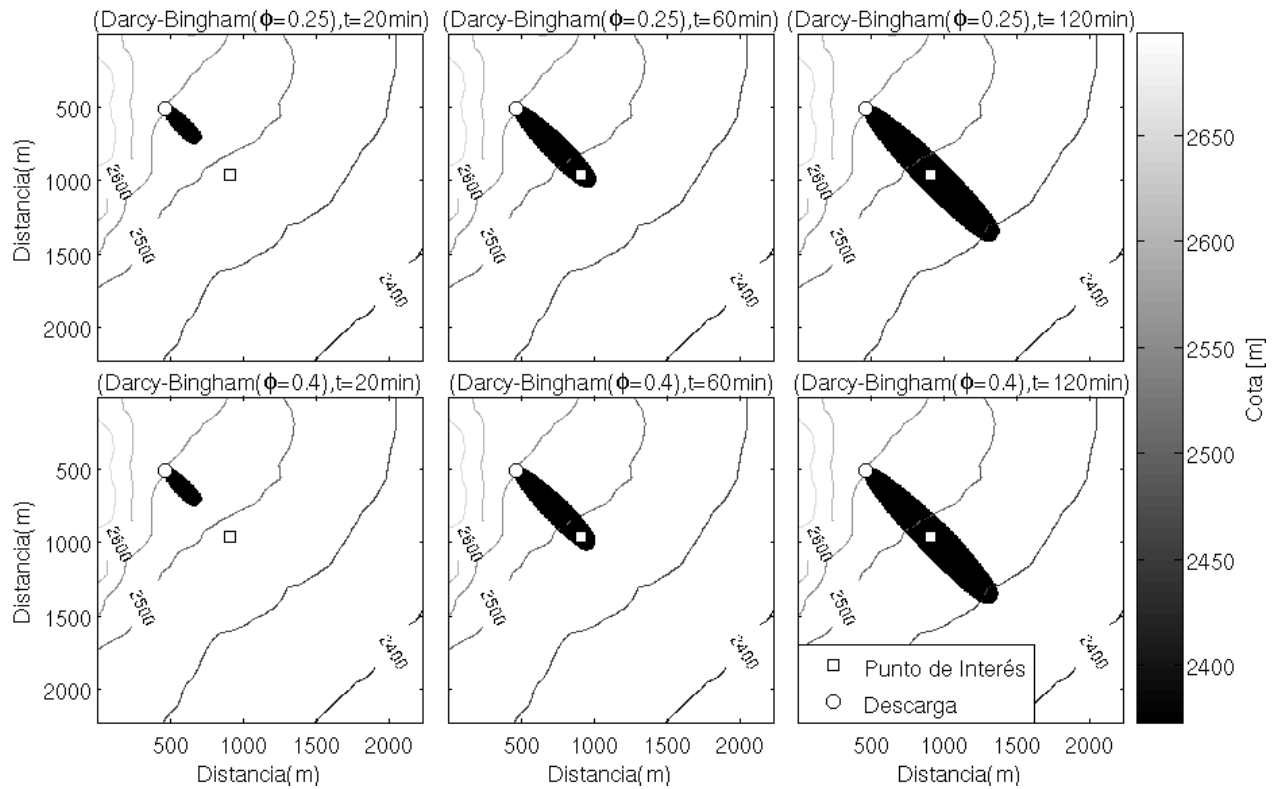


Figura 3. Flujos de plásticos de Bingham modelados según Darcy sobre topografía de pendiente alta. La primera fila corresponde a una concentración de un 25%, mientras que la segunda fila corresponde a una concentración de un 40%. El caudal es de 600 m<sup>3</sup>/h.

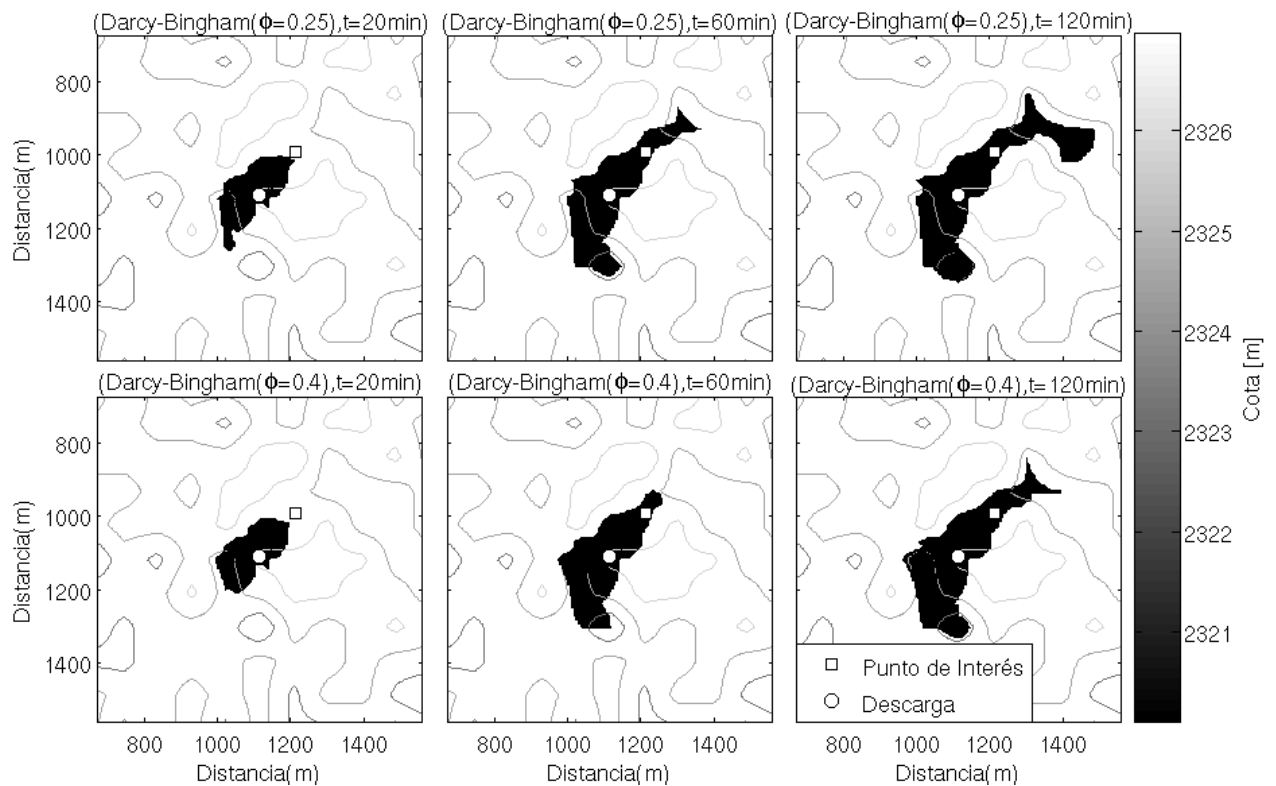


Figura 4. Flujos de plásticos de Bingham modelados según la relación de Darcy sobre topografía de pendiente baja. La primera fila corresponde a una concentración de un 25%, mientras que la segunda fila corresponde a una concentración de un 40%. El caudal es de  $600 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Se presenta en la Figura 5 una relación de las longitudes máximas en cada instante de tiempo rescatado de las simulaciones para cada uno de los casos. Cada comparación se realiza agrupándose por el caudal considerado en la simulación, siendo estos 10 y 50% del máximo supuesto,  $120$  y  $600 \text{ m}^3/\text{h}$  respectivamente. Para esta figura, se respeta la convención propuesta para identificar los casos, mostrada en la Tabla 1.

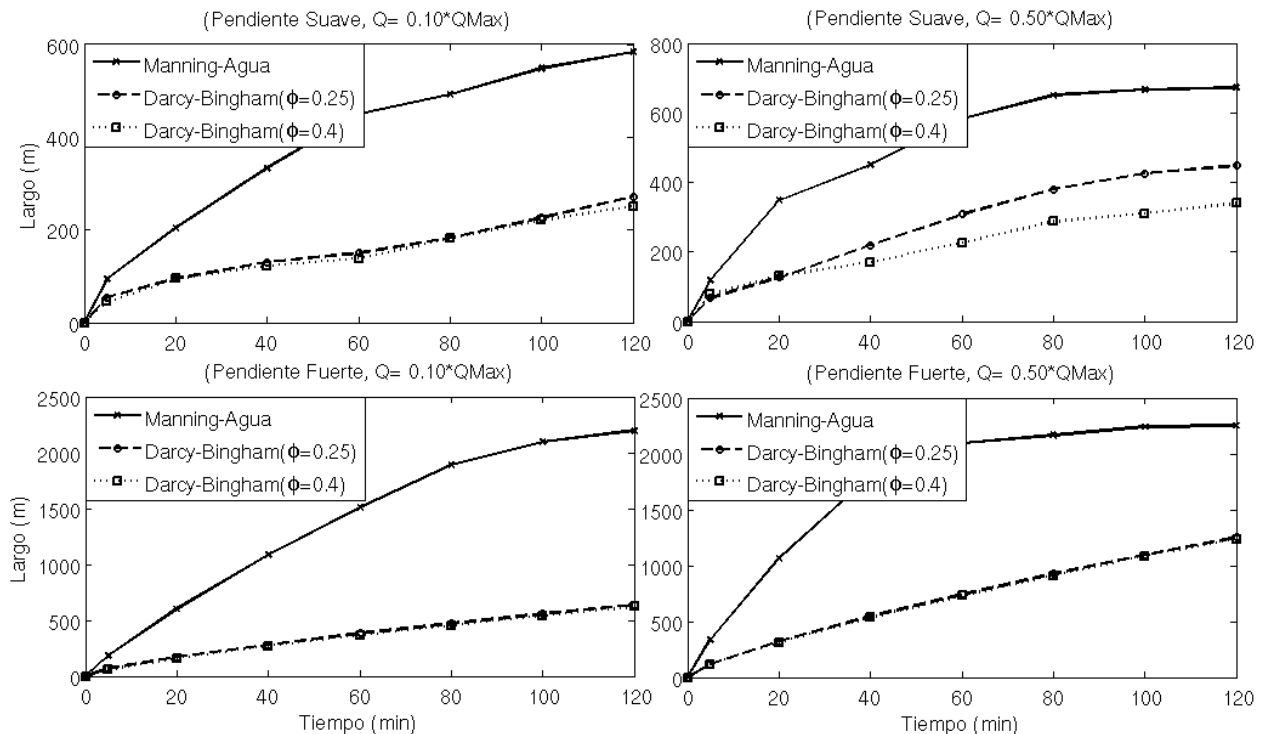


Figura 5. Longitudes máximas de desarrollo para los flujos modelados. Las columnas corresponden a descargas del 10 y 50% del caudal máximo,  $1200 \text{ m}^3/\text{h}$ , respectivamente. Las filas representan ambos escenarios topográficos, siendo pendiente fuerte y suave respectivamente. En cada subfigura los cuadros indican el caso modelado según detalla la Tabla 1.

Los puntos seleccionados arbitrariamente en cada escenario topográfico, localizados a 156 metros (terreno con pendiente baja) y 639 metros (terreno con pendiente alta) indican puntos de interés para los cuales se recopilan en la Figura 6, las alturas a lo largo del tiempo de derrame.

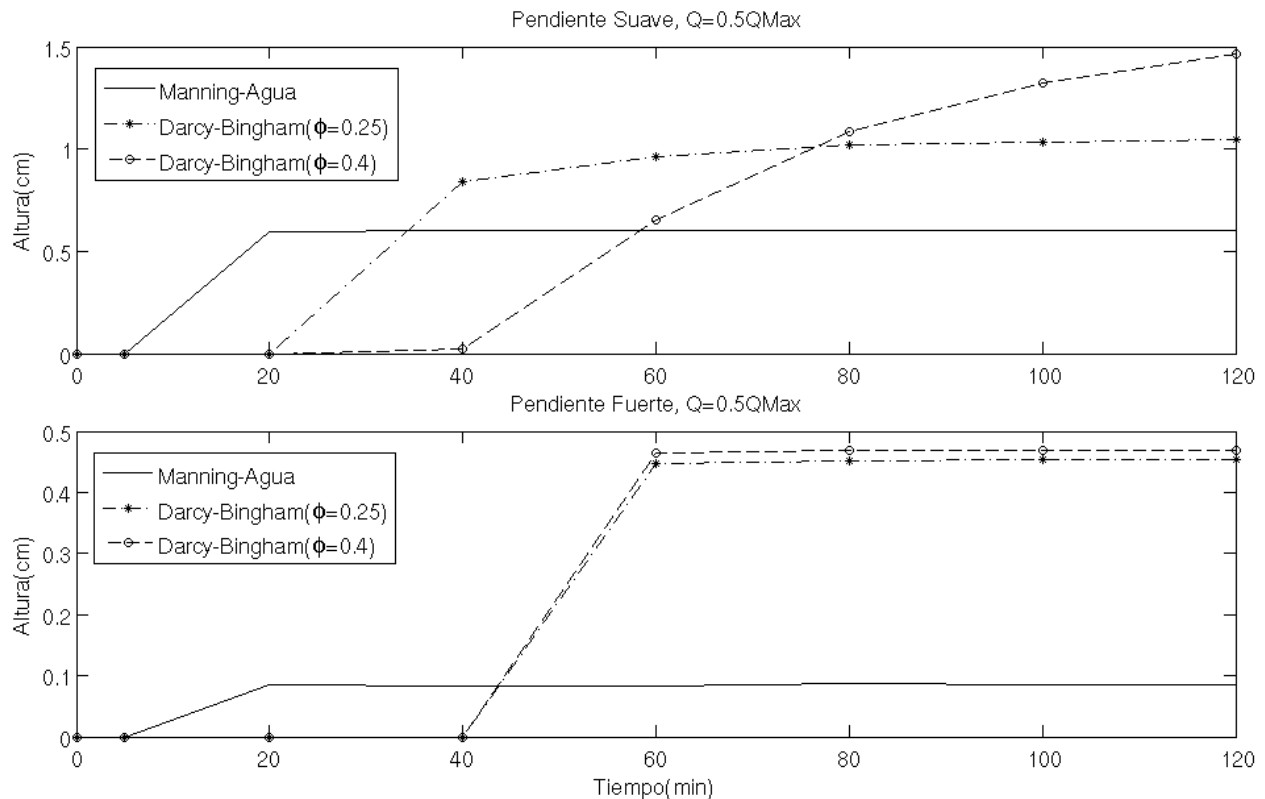


Figura 6. Alturas de escurrimiento sobre el punto de interés (marcador cuadrado en Figuras 1-4) a lo largo del tiempo para topografías de pendiente suave y fuerte. La nominación en los cuadros de cada subfigura es según cada caso detallado en la Tabla 1. La descarga es de  $600 \text{ m}^3/\text{h}$ .

## 5. DISCUSIÓN

Las diferencias entre las simulaciones realizadas mediante el uso de un coeficiente de Manning contrapuestas con las simulaciones efectuadas usando un coeficiente de Darcy son evidentes. La sobre-estimación de las longitudes y la sub-estimación de las alturas de escurrimiento es clara e indica el error cometido al usar un coeficiente de Manning global para todo el terreno. Sin embargo, donde radica el mayor sesgo es en la consideración permanente de un flujo turbulento sobre fondo hidrodinámicamente rugoso que valida el uso de la ecuación de Manning, hipótesis que no es del todo cierta para un flujo formado por un fluido varias veces más viscoso que el agua y con esfuerzo de fluencia. Lo anterior limita los resultados de las simulaciones mediante el uso de la ecuación de Manning y por otro lado otorga mayor certeza a formulaciones más generalizadas utilizando un factor de fricción tipo Darcy, que considera todo el espectro de regímenes de flujo y caracterizaciones hidrodinámicas del fondo, que incluso, como para este caso, permite la inclusión de la reología como parámetro sensible dentro de las ecuaciones. Reforzando lo anterior, resulta esperable que un flujo conformado por lodos, con comportamiento no-newtoniano principalmente, no deba ser modelado como agua. Aún cuando el sesgo entregado por los casos en que se usa Manning puede significar una estimación más conservativa, no permite establecer con claridad los verdaderos alcances de estos eventos ni tampoco identificar puntos realmente críticos para los cuales es necesario determinar tiempos de respuestas para contingencias, tiempos de evacuación, zonas de traslados o futuras remediaciones.

Al comparar los resultados de los flujos para una misma formulación, pero con distinta reología, salta a la vista la similaridad entre éstos (Figura 3). Este parecido se explica analizando los últimos términos a la derecha de (8.b y 8.c), al tener números de Reynolds altos, el factor de fricción depende únicamente de las alturas de escurrimiento y de la aspereza del terreno. Esto significa que para condiciones iniciales idénticas y una pendiente alta que permita un flujo con una alta inercia, los factores de fricción se vuelven semejantes para ambos flujos e independientes de los parámetros reológicos al ser un régimen turbulento sobre pared hidrodinámicamente rugosa. Lo anterior se evidencia de mejor manera al comparar el parámetro adimensional  $Fr^2/Re_{\mu B}$ , cuyos valores para las simulaciones representadas en la Figura 3 son 0.0168 y 0.017 para el caso con concentraciones  $\phi = 0.25$  y  $\phi = 0.4$  respectivamente. Si bien este parámetro adimensional seleccionado no da cuenta en sí de factores de fricción similares, da una idea de valores similares de  $Fr$  y  $Re_{\mu B}$ , o sea replicándose regímenes de flujo en ambos casos a lo largo de las simulaciones. Contrariamente, en la Figura 4 se puede apreciar una diferencia, esperada, entre ambos flujos considerando reologías dispares y efectivamente hay diferencias en este adimensional propuesto con valores de 0.0008 ( $\phi = 0.25$ ) y 0.0047 ( $\phi = 0.4$ ). Estas últimas evidencias otorgan dos aspectos relevantes para el análisis; primero, hay una gran dependencia del flujo respecto de la pendiente del terreno, lo cual más allá de esperarse puede incluso independizar el resultado de las características del fluido, si la pendiente es lo suficientemente alta y regular a lo largo del terreno. En segundo lugar, para pendientes bajas, al haber mucha irregularidad, los esfuerzos viscosos tienden a detener el flujo y generar zonas de acumulación de fluido. Lo anterior no es un resultado posible al modelar un flujo de fluido no-newtoniano usando Manning, ya que no existe una condición para la cual el flujo se detenga o una condición de no flujo, lo cual es una característica que proporciona el esfuerzo de fluencia en sí.

Adicionalmente, se aprecian diferencias en la forma que el flujo se aproxima a una condición cada vez más permanente (Figura 6). Para los casos que utilizan Manning, la llegada hasta un punto de altura estabilizado es casi inmediata. En contraste, en los casos en que se emplea Darcy a medida que se incrementa la viscosidad, la estabilización de la altura de flujo toma más tiempo.

Respecto a las alturas de escurrimiento, los valores reportados por la simulación numérica son un tanto irreales debido a la imposibilidad de congeniar una resolución alta de la malla con el uso de DEM (Modelos de Elevación Digital) para incorporar una topografía real al modelo. Si bien se tiene una malla suficientemente fina respecto de las dimensiones de la cuenca donde se están ejecutando los cálculos (~5m x 5m interpolada a partir de la información del modelo DEM con un tamaño de celda de 30m x 30m), éstas son interpretadas como un plano que ejerce una resistencia dada por una rugosidad definida. Esto no es del todo acertado ya que no se aprecia una canalización del flujo definida por la topografía de menor escala, que en la realidad si se observa. A partir de esto es que los resultados que otorga el modelo deben ser vistos desde una perspectiva global, y en particular son útiles para la comparación entre formulaciones y las distancias que logra el flujo en ciertos instantes.

Sin duda otra arista a destacar son las altas velocidades que alcanzan los flujos, con velocidades que fluctúan entre 0.2 m/s y 0.5 m/s para los flujos sobre pendientes altas, lo que nos lleva a las reacciones a tomar frente a eventos de esta índole y los tiempos de respuesta asociados. Considerando una distancia de casi un kilómetro desde el punto arbitrario hasta el punto de descarga, toda posible acción de remediación deberá iniciarse dentro de una hora en el escenario

con pendiente baja y punto de descarga aledaño al punto de interés dentro de los primeros 20 minutos. Si bien una buena respuesta no solo va de la mano con evacuar el lugar, sino también con maniobras de contención y también con el hecho de establecer que la distancia del equipo de respuesta debe ser tal que permita la llegada a tiempo, que para estos casos debiese estar a no más de un par de kilómetros del punto crítico.

## **6. CONCLUSIONES**

Incluir una generalización a un modelo capaz de simular flujos geofísicos, con el fin de incorporar el comportamiento reológico del fluido, otorga un mayor rango de operación al modelo ya que flexibiliza el espectro de fluidos y regímenes que se pueden modelar. Esto basado también, en lo acotado que es el rango de validez de la formulación de Manning, la cual es sólo válida para agua y no considera otro régimen que no sea turbulento ni tampoco un fondo con un comportamiento distinto del hidrodinámicamente rugoso. No hay dudas que al agregar sólidos, las características reológicas de la mezcla cambian y se hace incierto el cumplimiento de las hipótesis impuestas para la utilización de la ecuación de Manning. A esto se debe adicionar el hecho de que modelos como GeoClaw utilizan un solo coeficiente para un área que puede ser del orden de kilómetros de largo, lo cual es una aproximación bastante gruesa, es entonces que un coeficiente determinado localmente pareciese ser una opción más certera ya que elimina supuestos y los deja determinados por el flujo mismo.

Adicionalmente, se debe establecer que un modelo de estas características abre posibilidades para la modelación de flujos industriales con consecuencias ambientales. Sin embargo, se debe ser cauteloso respecto a que los resultados se encuentren respaldados por buenos parámetros de entrada, esto a partir de la información topográfica, que puede ser inconsistente con otros parámetros de entrada. En este sentido se deben hacer esfuerzos para obtener mejor resolución topográfica del terreno en el cual se basarán futuras modelaciones.

Aun cuando no hay diferencias significativas entre longitudes máximas para escenarios con pendientes altas considerando parámetros reológicos diversos, en pendientes bajas pueden apreciarse diferencias grandes. En estas diferencias los parámetros reológicos juegan un papel fuerte en la dominancia de la dinámica del flujo.

Respecto a la aplicabilidad de los resultados entregados por este modelo, es clara la recomendación hacia establecer una buena respuesta frente a accidentes de este tipo o a otro tipo de eventos relacionados con flujos de mezclas empleadas en minería. Más allá de realizar una correcta evacuación, se deben establecer equipos de respuesta determinados apropiadamente, al menos en zonas de riesgo de derrames con el fin de contener el flujo dentro de un tiempo adecuado para minimizar futuras mitigaciones en puntos de interés.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores agradecen públicamente el apoyo brindado por el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile y por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, CONICYT, a través de los Proyectos Fondecyt N° 11110201 y 1130910.



Los autores quisieran agradecer el valioso aporte de Judith Eeckman en el entendimiento y ayuda en la programación de GeoClaw.

## REFERENCIAS

Aldrighetti, E., y Zanolli, P., 2005. A high resolution scheme for flows in open channels with arbitrary cross-section. *International journal for numerical methods in fluids*, 47(8-9), pp. 817-824.

Berger, M. J., George, D. L., Le Veque R. J. y Mandli K. T., 2011. The GEOCLAW software for depth-averaged flows with adaptive refinement. *Advances in water resources*, v. 34, i. 9, pp. 1195-1206.

Buckingham, E. On plastic flow through capillary tubes. In *Proc. Am. Soc. Test. Mater*, 1921, Vol. 21, pp. 1154-1156.

Chin, W. C., 2001. *Computational Rheology for Pipeline and Annular Flow: Non-Newtonian Flow Modeling for Drilling and Production, and Flow Assurance Methods in Subsea Pipeline Design*. Gulf Professional Publishing.

Chhabra, R. P. y Richardson, J. F. *Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications*. 2011, Butterworth-Heinemann.

Darby, R., 2001. *Chemical engineering fluid dynamics*. Marcel Dekker, Inc., New York.

George, D. L., 2008. Augmented Riemann solvers for the shallow water equations over variable topography with steady states and inundation. *Journal of Computational Physics*, n. 227, pp. 3089-3113.

George, D. L. y Iverson, R. M., 2011. A two-phase debris-flow model that includes coupled evolution of volume fractions, granular dilatancy, and pore-fluid pressure. *Debris-Flow Hazard Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment*, pp. 415-424.

George, D. L. y Le Veque R. J., 2006. Finite volume methods and adaptive refinement for global tsunami propagation and local inundation. *Science of Tsunami Hazards*, v. 32, n. 5, pp. 319.

George, D. L. y Le Veque R. J., 2008. High-resolution finite volume methods for the shallow water equations with bathymetry and dry states. *Advanced numerical models for simulating tsunami waves and runup*, v.10, p. 43-73.

Heymann, L., Peukert, S. y Aksel, N. 'On the solid-liquid transition of concentrated suspensions in transient shear flow', *Rheol. Acta*, 2012, 41(4), 307-315.

Ihle, C. F. y Tamburrino, A. Variables affecting energy efficiency in turbulent ore concentrate pipeline transport. *Minerals Engineering*, 39, 62-70.

Ihle, C. F., Tamburrino, A y Montserrat, S. A cost perspective for long distance ore pipeline water and energy utilization. Part I: optimal base values. *Int. J. Miner. Process*, 2013.

Krieger, I. M. y Dougherty, T. J., 1959. A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Transactions of the Society of Rheology*, 3(1), 137-152.

Limerinos, J. T., 1970. Determination of the Manning coefficient from measured bed roughness in natural channels (p. 53). US Government Printing Office.

Liu, K. F., y Mei, C. C., 1989. Slow spreading of a sheet of Bingham fluid on an inclined plane. *J. Fluid Mech*, 207, 505-529.

Toro, E. F., 1997. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Tamburrino, A., 2000. Transporte hidráulico de sólidos en tuberías. Apuntes de cátedra, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.

White, F. M. *Fluid Mechanics*. 2003, 5th. edition, Boston: McGraw-Hill Book Company.