

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XXI CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

**SELECCIÓN DE CLIMAS DE OLEAJE
MEDIANTE MÉTODOS DE AGRUPAMIENTO**

FELIPE LUCERO R.¹
ÁLVARO OSSANDÓN Á.²
PATRICIO CATALÁN M.^{3,4,5}

RESUMEN

En el diseño de obras de ingeniería costera, uno de los principales forzantes a ser considerado es el clima de oleaje al que se verán expuestas las obras durante su vida útil. Para ello, tradicionalmente se realizan análisis estadísticos de series de tiempo de oleaje históricas, en el caso de Chile, según la “publicación 3201 del Servicio Hidrográfico y Oceanográfico de la Armada de Chile (SHOA)”. Sin embargo, existen otras alternativas de análisis como por ejemplo aquellas basadas en métodos de agrupamiento o clustering. En este trabajo, se analizan los algoritmos de agrupamiento KMA (K-means algorithm) y MDA (Maximun dissimilarity algorithm). Al comparar ambos métodos con la técnica estándar, se logra establecer una mejora en la definición del oleaje operacional. Sin embargo, los sistemas de clustering seleccionan climas extremos presentes en los datos (MDA) y genera los climas característicos de los datos (KMA), en ambos se les da la misma importancia a la dirección, altura y periodo de la ola, pero presentan deficiencias para la obtención de clima extremo.

¹ Alumno Magister en Ciencias de la Ingeniería Civil, Departamento de Obras Civiles, Universidad Santa María

² Alumno Magister en Ciencias de la Ingeniería Civil, Departamento de Obras Civiles, Universidad Santa María

³ Profesor Auxiliar, Departamento de Obras Civiles, Universidad Santa María

⁴ Investigador Asociado, Centro Nacional de Gestión Integrada de Desastres Naturales, CIGIDEN

⁵ Investigador Asociado, Centro Científico Tecnológico de Valparaíso, CCTVal

1. INTRODUCCIÓN

Al realizar un estudio de climas de oleaje para diseño de obras civiles o de intervención del entorno costero, la recomendación de uso principal es la Publicación 3201 (SHOA, 2012) la que requiere analizar series de tiempo de 20 años de oleaje en algún punto. Al respecto, los datos reales (preveniente de boyas o ADCPs) o sintéticos han evolucionado de ser sólo series de tiempo de parámetros estadísticos como la altura significativa, periodo medio espectral, dirección, ancho espectral, y otros, los que se derivan de la medición del espectro direccional. Así, es posible una caracterización más compleja del estado de mar, y se hace relevante el hecho de poder analizar esta gran cantidad de información de manera eficaz y oportuna, como también considerar el hecho de rescatar lo más representativo y relevante de la totalidad de los datos.

Considerando lo anterior, en el presente trabajo se analizan las ventajas de utilizar métodos de “clustering” o agrupamiento para el cual se presentarán 2 algoritmos. Estos métodos se fundamentan en la identificación, dentro de un espacio muestral de cualquier orden, de familias o clusters de datos que mantienen un cierto nivel de homogeneidad, considerando eso sí todos los parámetros de interés. En esto, se observa la primera diferencia con el método tradicional, en el cual el parámetro relevante es la altura significativa, y los otros parámetros espectrales (períodos, direcciones) se asocian directamente a ellos. Además, al considerar espacios muestrales de mayor orden, es posible incorporar nuevas variables o parámetros fácilmente. Esto es consistente con el aumento de la calidad de la información que permiten las mediciones espectrales, reales o sintéticas.

El primer el método llamado “KMA” (K-means algorithm), consiste básicamente en agrupar los datos en subgrupos que serán representado por el centroide (promedio) de cada subgrupo; como se verá, esto es apropiado para representar estados de climas operacionales. El segundo método llamado “MDA” (Maximum-dissimilarity algorithm), tiene por objetivo obtener los valores extremos y/o de mayor disimilitud dentro de la muestra; por lo cual podría ser factible para representar estados de climas extremos, útiles para la validación de los modelos de propagación. Cabe destacar eso sí que ambos métodos quedan restringidos al espacio de los datos fuente, no siendo posible la extrapolación.

Para presentar los métodos, se analizan datos reales medidos por una boya en aguas profundas y se obtiene su clima operacional bajo las especificaciones de SHOA como también bajo los métodos de agrupamiento (KMA y MDA), para luego realizar una comparación entre los distintos métodos.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se realiza una revisión de la teoría para ambos métodos. Una breve descripción de los datos utilizados se realiza en la sección 3. En la sección 4 se presentan los resultados para ambos métodos y se realiza la comparación de los resultados arrojados por estos, para finalizar con la sección 5 donde se presentan las conclusiones y objetivos de futuros trabajos.

2. REVISIÓN TEORICA

A partir de los espectros direccionales del oleaje ($S(f, \theta)$), donde f es la frecuencia en Hz y θ la dirección, se pueden determinar parámetros estadísticos fundamentales para caracterizar el oleaje de acuerdo a lo presentado por Holthuijsen, (2007). Estos corresponden a la altura significativa espectral (H_{m0} Ec. (1)), período energético (T_{10} Ec. (2)) y dirección media del oleaje (MWD Ec. (4)). Se escogió T_{10} como periodo característico debido a que este es aceptado para el cálculo de potencia del oleaje, ya que representa de mejor manera climas de oleaje con mayor ancho espectral. De igual manera se podría calcular aparte el periodo peak (T_p), pero el problema de este parámetro es que es muy sensible a la forma del espectro por lo cual no se recomienda para determinar el potencial energético.

$$H_{m0} = 4\sqrt{m_0} \quad (1)$$

$$T_{10} = \frac{m_{-1}}{m_0} \quad (2)$$

donde m_n es el momento de orden n , definido para un registro discreto por

$$m_n \approx \sum_{i=1}^N f_i^n S(f_i) \Delta f \quad (3)$$

$$MWD = \tan^{-1} \left\{ \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} S(f, \theta) \cdot \sin(\theta) df d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} S(f, \theta) \cdot \cos(\theta) df d\theta} \right\} \quad (4)$$

Con los parámetros anteriores es posible estimar la potencia de oleaje mediante, asumiendo que todas las frecuencias están en aguas profundas:

$$P = \frac{\rho g^2}{64\pi} H_{m0} T_{10} \quad (5)$$

2.2 PUBLICACIÓN 3201 SHOA

La publicación 3201 (SHOA, 2012) establece las normas para la realización de mediciones y análisis de datos de oleaje. Dicha publicación define que la base de datos de oleaje utilizada para caracterizar el oleaje en aguas profundas deberá tener una extensión mínima de 20 años. De ésta, se deberán presentar los espectros direccionales de energía y series de tiempo de diversos parámetros de interés (altura significativa, periodo pico o medio y dirección media). Finalmente define la metodología de análisis para la determinación de los climas de oleaje extremo y operacional.

Para el clima de oleaje extremo o diseño considera un análisis de tormentas, el que consiste de determinar las mayores olas ocurridas en cada uno de los 20 años de la base de datos. Con dicha información se debe realizar ajuste de funciones de probabilidad, para así, construir tablas de excedencia, que permitan conocer los parámetros de diseño (altura significativa, periodo pico o medio y dirección media) para distintos periodos de retorno.

En el caso del clima de oleaje operacional considera la construcción de tablas de incidencia (altura vs. dirección, periodo vs. dirección y altura vs. periodo), rosas de oleaje y periodos, para así, determinar tanto el oleaje reinante como dominante.

2.3 MÉTODOS DE AGRUPAMIENTO (CLUSTERING)

Estos métodos tienen por objetivo agrupar un conjunto de datos en sub grupos llamados “clusters”, en los cuales los datos contenidos en cada sub grupo tienen la característica de ser similares en algún sentido (dependiendo del método utilizado). Estos métodos fueron analizados por Camus et al., (2011) para su aplicación a oleaje.

Estos métodos son útiles para analizar climas multidimensionales, es decir, cada estado de mar es representado por más de un parámetro. En este estudio cada clima de oleaje está compuesto por tres componentes (H_{m0}, T_{10}, MWD), pero si se desea se podrían agregar más parámetros que el usuario pueda considerar como relevante, como por ejemplo, el ancho espectral, que representa en términos simples si el espectro unidireccional es unimodal o no (p. ej. Loyola, 2013). Con el objetivo de que cada componente tenga el mismo peso en la obtención de estos subgrupos es que (para ambos métodos) se procederá a normalizar cada parámetro, mediante la siguiente transformación:

$$\bar{H}_i = \frac{H_i - H_{min}}{H_{max} - H_{min}}; \quad \bar{T}_i = \frac{T_i - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}; \quad (6)$$

$$\bar{\theta}_i = \begin{cases} (\theta_{max} - \theta_{min}) \geq \pi \Rightarrow \frac{\theta_i}{\pi} \\ (\theta_{max} - \theta_{min}) < \pi \Rightarrow \frac{\theta_i}{(\theta_{max} - \theta_{min})} \end{cases} \quad (7)$$

donde H_i, T_i, θ_i son la componente (H, T, MWD) i -ésima sin normalizar del grupo de n datos, $\bar{H}_i, \bar{T}_i, \bar{\theta}_i$ es la componente i -ésima normalizada y $H_{max}, T_{max}, \theta_{max}, H_{min}, T_{min}, \theta_{min}$: son los valores extremos . Notar que la regla de normalización para el ángulo considera el hecho de ser una variable circular.

Para la creación de los sub grupos, ambos métodos deben obtener las distancias entre cada par de puntos (vector tridimensional $\{H, T, MWD\}$) de los n datos, para así determinar a qué sub grupo

pertenecen según los criterios que se detallarán más adelante; la ecuación utilizada para determinar las distancias, es la siguiente:

$$\|X_i - X_j\| = \sqrt{(\bar{H}_i - \bar{H}_j)^2 + (\bar{T}_i - \bar{T}_j)^2 + (\min\{|\bar{\theta}_i - \bar{\theta}_j|, 2 - |\bar{\theta}_i - \bar{\theta}_j|\})^2} \quad (8)$$

donde

X_i : Es la componente i ($\bar{H}_i, \bar{T}_i, \bar{\theta}_i$) del grupo de “m” vectores existentes.

X_j : Es la componente j ($\bar{H}_j, \bar{T}_j, \bar{\theta}_j$) del grupo de “n” datos.

Posterior a realizar el análisis y crear los sub grupos para cada método, se debe volver a los valores antes de la normalización. Para esto se utilizó el siguiente set de ecuaciones:

$$H_i = \bar{H}_i \cdot (H_{max} - H_{min}) + H_{min} \quad (9)$$

$$T_i = \bar{T}_i \cdot (T_{max} - T_{min}) + T_{min} \quad (10)$$

$$\theta_i = \begin{cases} (\theta_{max} - \theta_{min}) \geq \pi \Rightarrow & \bar{\theta}_i \cdot \pi \\ (\theta_{max} - \theta_{min}) < \pi \Rightarrow & \bar{\theta}_i \cdot (\theta_{max} - \theta_{min}) \end{cases} \quad (11)$$

2.3.3 MÉTODO KMA (K-MEANS ALGORITHM)

El criterio para asociar cada estado de mar a un sub grupo, es tener la mínima distancia entre el estado en análisis y el promedio de cada sub grupo. Finalmente cada sub grupo será representado por un vector, que será el promedio de este. Dado que la determinación depende del promedio, este es un método implícito que requiere de una solución mediante iteraciones.

En una primera etapa, se debe determinar cuántos M subgrupos se desean crear, con esto se crean M vectores iniciales ($V_j^{i=0}$), elegidos aleatoriamente de la totalidad de los datos y que representan la primera aproximación al promedio del grupo. Luego, con base en estos se determinan las distancias $\|X_i - X_j\|$ entre los vectores y la totalidad de los datos; para luego asociar cada dato a alguno de los M subgrupos, considerando la mínima distancia que tenga entre éste y cada vector. Posteriormente comienza el proceso iterativo, el cual consiste en obtener el promedio de cada subgrupo, el promedio de cada subgrupo será el nuevo vector representativo de éste (V_j^{i+1}); con este se procederá a obtener las distancias con la totalidad de los datos y se reagruparán nuevamente los datos. Este procedimiento se repite hasta que el vector $\|V_j^i - V_j^{i+1}\| < tol$, tolerancia que debe ser determinada por el usuario. Se debe notar que al utilizar el promedio, el vector solución no es un estado de mar que haya ocurrido en el set de datos.

2.3.4 MÉTODO MDA (MAXIMUM-DISSIMILARITY ALGORITHM)

El objetivo de este método es representar la diversidad de la totalidad de los datos, a diferencia del método anterior, cada vector seleccionado (representante de cada subgrupo) es un dato real de la muestra.

Al igual que el método anterior, se debe determinar cuántos M subgrupos se desean crear. Sin embargo, el primer paso es determinar las distancias $\|X_i - X_j\|$ entre todos los puntos. Luego para determinar el primer vector (V_1) se debe elegir el vector más disímil, es decir, el punto que se encuentre más alejado de todos los demás puntos (el que registra la mayor suma en la diferencia). De aquí en adelante comienza el proceso iterativo, así para obtener el vector (V_{i+1}) se debe determinar la distancia de cada vector escogido desde el primer vector hasta la iteración anterior (V_1, \dots, V_i) con todos los puntos restantes; con base en estas distancias se elige para cada punto "j" la distancia mínima entre este punto y los vectores existentes ($d_j = \min\{\|V_i - X_j\|\}$). Finalmente el vector escogido (V_{i+1}) será el más disímil de d_j , es decir, el valor máximo de las distancias mínimas ($\max\{d_j\}$). Este procedimiento se repite hasta obtener los M vectores escogidos, finalmente todos los puntos se reagrupan en cada sub grupo representado por su vector (V_i) de igual manera que para el método KMA.

3. DATOS UTILIZADOS

Para la selección de los climas de oleajes extremos y operacionales, se consideraron series de tiempo de 10 años (2002-2012), los cuales corresponden a datos medidos cada una hora por la boya 46028 de NDBC⁶, que se encuentra ubicada en la costa oeste de Estados Unidos (35°44'29"N, 121°53'3"W) a una profundidad de 1158 [m]. Las series de tiempo disponibles corresponden a un total de 94759 datos, de los cuales solo 84914 corresponden a mediciones realizadas de forma correcta. Para el análisis solo se utilizarán estas últimas, las series de tiempo de estos datos se presentan en la Figura 1.

⁶ http://www.ndbc.noaa.gov/station_page.php?station=46028

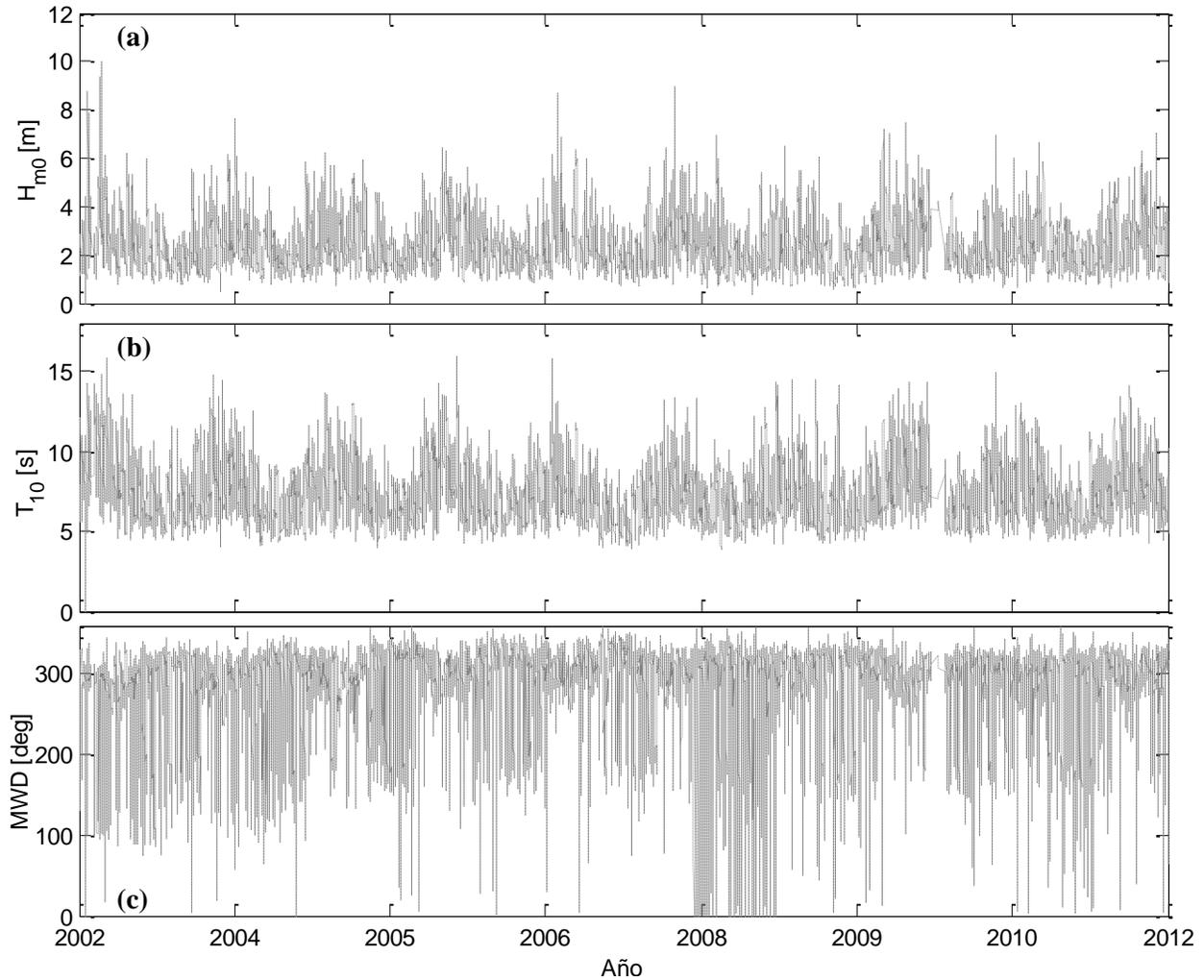


Figura 1. Series tiempo boya 46028 NOAA: (a) altura significativa (H_{m0}). (b) periodo medio (T_{10}). (c) dirección media del oleaje (MWD).

4. RESULTADOS

Para el análisis de acuerdo a la Publicación 3201 (SHOA, 2012) solo se considera el análisis de clima de oleaje operacional, ya que el análisis de clima de oleaje extremo para periodos de retorno mayores a la extensión de la base de datos de oleaje utilizada solo entrega una distribución de altura significativa. Debido a lo anterior no es posible realizar una comparación entre oleaje extremo y los métodos de agrupamiento.

Para el análisis del oleaje operacional se construyeron matrices de energía e incidencia, las que se presentan en las Figs. 2 y 3. Estas figuras se construyen de forma similar a un histograma de frecuencia, pero con la diferencia que estos corresponden a una representación bidimensional de los datos, es decir, para el caso de la altura (H_{m0}) para cada valor discreto de esta se considera que un dato puede ser asignado a dicho valor si este encuentra dentro del intervalo $H_{m0} \pm 0.5 [m]$. El mismo procedimiento se sigue para la asignación de los datos a los valores discretos

de periodos (Fig. 2) y direcciones (Fig. 3) con rangos de $T_{10} \pm 0.5[s]$ y $MWD \pm 7.5^\circ$ respectivamente. Una vez asignados los datos a cada rango se calculó la energía asociada a la cantidad de datos de cada rango. De esta manera, analizando en forma simultanea las Fig. 2 y 3, se aprecia que el oleaje dominante (de mayor energía) corresponde a una altura de $3 \pm 0.5 [m]$, periodo de $7 \pm 0.5[s]$; dirección de $315 \pm 7.5^\circ$ y una energía superior a $1600 [MWh/m]$ (escala de colores Fig. 2) asociada a un total de 5779 datos, mientras que el oleaje reinante (de mayor frecuencia) corresponde a una altura de $2 \pm 0.5 [m]$; periodo de $6 \pm 0.5[s]$; dirección de $315 \pm 7.5^\circ$ y una energía aproximada de $1200 [MWh/m]$ asociada a un total de 10198 datos.

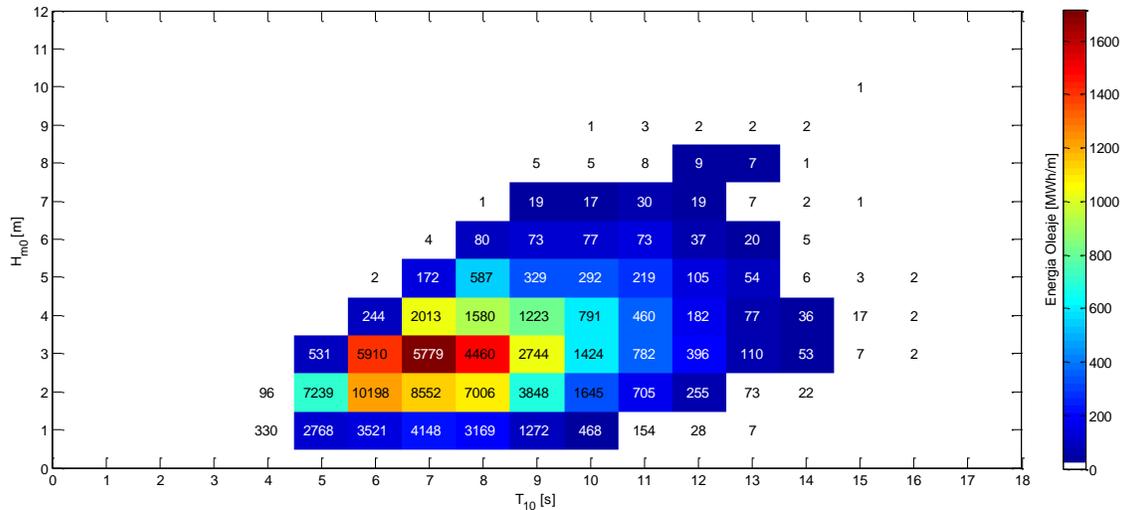


Figura 2. Matriz de energía e incidencia de altura significativa (H_{m0}) vs. periodo (T_{10}) para boya 46028 de NOAA. Valores numéricos indican la cantidad de datos registrados cada par de H_{m0} y T_{10} y la escala de colores corresponde a la energía correspondiente a cada combinación.

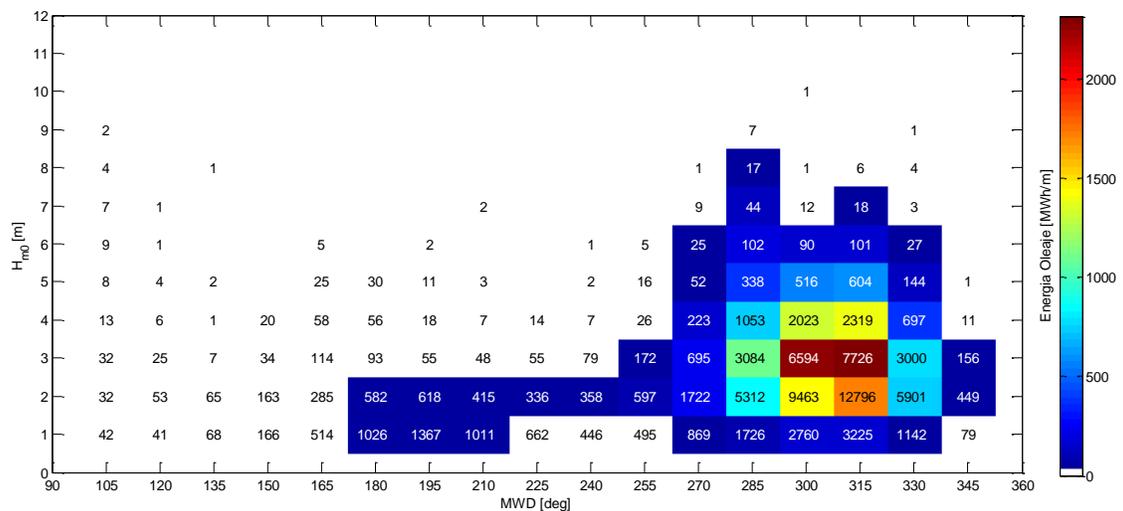


Figura 3. Matriz de energía e incidencia de altura significativa (H_{m0}) vs. dirección media (MWD) para boya 46028 de NOAA. Igual descripción que la figura anterior.

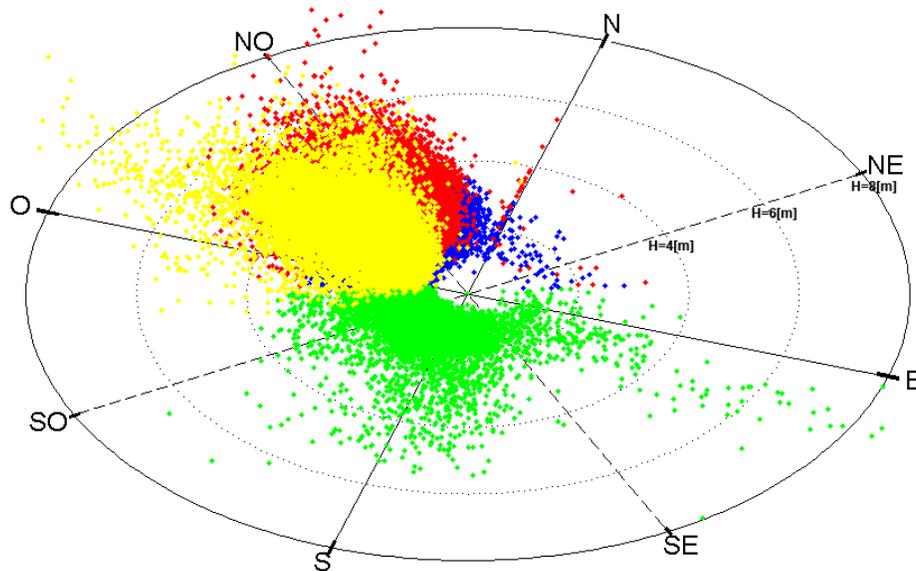


Figura 4. Selección de valores representativos método KMA. Grupo 1 (rojo), grupo 2 (azul), grupo 3 (amarillo), grupo 4 (verde).

Por otro lado, para los métodos de agrupamiento, primero se realizó un análisis por medio del método KMA determinando una cantidad de M grupos. La cantidad M se determinó mediante un proceso iterativo el cual consiste en ir aumentando su valor hasta obtener la existencia de a lo menos 3 subgrupos que contengan, cada uno, una cantidad mayor al 20% de la totalidad de los datos. De esta manera con 3 grupos se asegura la representación como mínimo del 60% de la muestra, pero se mantiene una adecuada descripción de la variabilidad. Esto permite su caracterización como un clima operacional. Siguiendo la premisa recién expuesta se consideraron cuatro subgrupos ($M=4$). Los resultados se presentan en la Figura 4 y Tabla 1. En la figura se observa una gráfica en 3 dimensiones en la cual radialmente se representa la altura significativa, el eje z representa el periodo y finalmente la dirección está representada por la rosa. Cada color representa estados de mar asociados a un sub grupo común, el cual queda representado por su centroide. En la gráfica no es posible apreciar el centroide representativo, debido a que este se encuentra precisamente en el centro de cada subgrupo; siendo imposible mostrarlo desde cualquier otro ángulo ya que es cubierto por los demás datos. Sin embargo, sus valores se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores representativos seleccionados método KMA.

Vector	Hmo [m]	T10 [s]	MWD [deg]	% de Datos Totales
1	2.89	7.6	309.5	28.8
2	1.92	6	309.2	39.6
3	2.67	9.6	291.1	20.9
4	1.60	6.8	193.8	10.7

Si bien se puede apreciar que los vectores representativos 1 y 2 son similares en dirección y periodo, los diferencia el parámetro de altura significativa en aproximadamente un metro de diferencia (30%). El método KMA pondera cada parámetro por igual, y es por esta razón que crea un grupo diferente (aunque presente similar dirección y periodo). Con respecto a los dos grupos representados, se debe considerar que el vector representativo es el centroide del grupo, por lo cual el vector 1 (grupo rojo) representa a datos que contienen un oleaje de mayor altura que el vector dos (grupo azul).

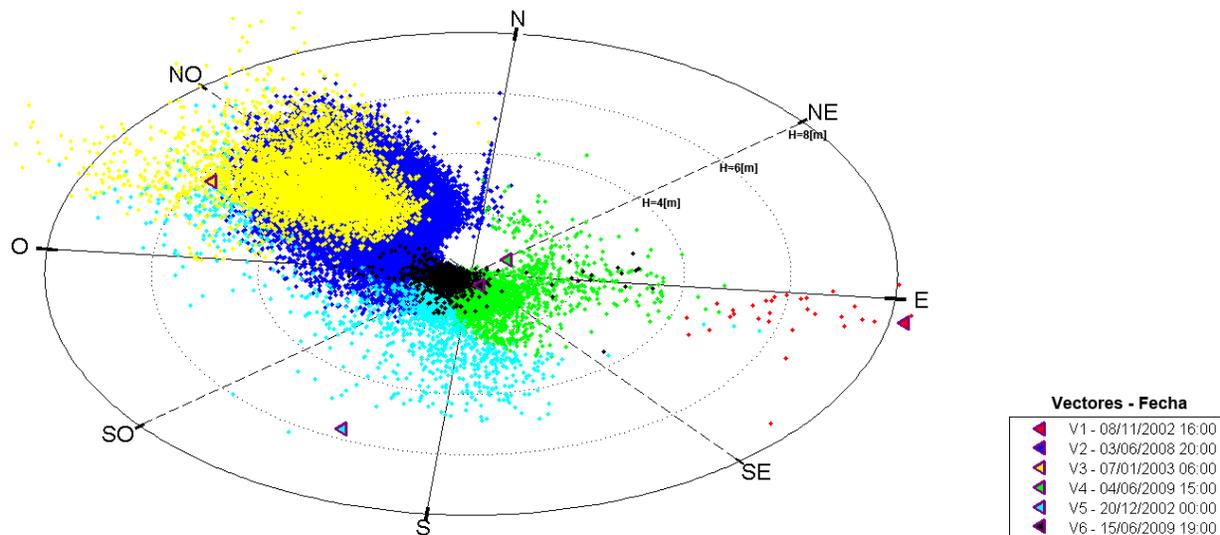


Figura 5. Selección de valores representativos método MDA. Grupo 1 (rojo), grupo 2 (azul), grupo 3 (amarillo), grupo 4 (verde), grupo 5 (celeste), grupo 6 (negro).

De igual manera que para el método KMA, se realizó el mismo análisis utilizando el método MDA pero el proceso de iteración para poder determinar el número M se basó en el vector de disimilaridad (d_j), ya que el proceso finaliza cuando las diferencias del vector disimilaridad entre el vector $i + 1$ (V_{i+1}) y el vector i (V_i) es cercana a 0; esto quiere decir que ya no es necesario obtener más vectores representativos ya que el valor 0 está asociado a la similitud del vector anterior (V_i) con el siguiente (V_{i+1}). Para este caso se utilizó una tolerancia del 5%, quedando así 6 vectores representativos (ver Fig. 5 y Tabla 2). Al igual que la figura anterior se presentan los mismos datos, a diferencia del caso anterior ahora se reagruparon en diferentes sub grupos que representan los datos más cercanos a cada vector representativo; en este caso si es posible apreciar cada vector representativo, por ejemplo: se observa el primer vector (rojo) el cual se encuentra a una dirección de 100° , un caso con poca representación porcentual pero si extrema y que ocurre en el dominio.

Tabla 2. Valores representativos seleccionados método MDA.

Vector	H _{m0} [m]	T ₁₀ [s]	MWD [deg]	Fecha	% de Datos Totales
1	8.72	14.2	105	08.11.2002 16:00	0.03
2	1.17	4.1	284	03.06.2008 20:00	86.57
3	5.06	15.9	280	07.01.2003 06:00	6.32
4	0.73	6.8	104	04.06.2009 15:00	4.56
5	6.45	8	196	20.12.2002 00:00	1.52
6	1.89	14.2	169	15.06.2009 19:00	1

Observando los resultados obtenidos a partir del análisis propuesto por las especificaciones del SHOA y comparándolas con el análisis realizado por el método KMA se puede apreciar que estos son bastantes similares y ambos detectan el oleaje operacional. La diferencia radica en que el método KMA entrega resultados precisos mientras que el otro método entrega un rango de valores (± 0.5 [m] para la altura, ± 0.5 [s] para el periodo y $\pm 7.5^\circ$ para la dirección) lo que conlleva a posibles errores debido a la poca precisión de resultados obtenidos; por otra parte observando la Tabla 1 se puede identificar un subgrupo que no es identificado por el método tradicional, lo que representa una ventaja para el método de clustering para representar todos los subgrupos existentes. En este caso este subgrupo representa a una totalidad del 10% de los datos, cantidad que puede ser considerada como no despreciable.

Por otra parte, en lo referente a clima de oleaje extremo se puede apreciar que los resultados confirman la capacidad del modelo MDA de representar los valores extremos de los datos. Por esta razón, podría ser deseable el uso por ejemplo en ejercicios de calibración de modelos de propagación espectral, debido a que este método extrae la diversidad de todos los climas de oleaje. Los resultados de este método se pueden corroborar con las matrices de incidencia, donde se aprecia la presencia de datos de oleaje con periodos mayores a 10 [s] (ver Fig. 2) y direcciones medias cercanas a los 100 [grados] (ver Fig. 3), que el método MDA si logra representar. Los vectores representativos pueden no representar una gran cantidad de datos, pero esto es esperable ya que al representar casos extremos estos no representan fielmente a la media de la muestra (como lo era el KMA) debido a que son datos extremos, por lo tanto cumple con su objetivo.

5. CONCLUSIONES

Del ejercicio propuesto, es posible concluir que cada uno de los métodos ofrece una alternativa complementaria para la caracterización de los climas de oleaje. Por una parte se puede apreciar que el método KMA, representa de manera fiel la selección de climas operacionales, con la ventaja de que la selección incluye además el agrupamiento conjunto de varios parámetros, en este caso de H_{m0} , T_{10} , MWD esto hace que sea posible propagar posteriormente solo estos casos representativos y no sea necesario utilizar una altura dada para múltiples condiciones de períodos y direcciones, que es lo que se obtiene tradicionalmente.

Para el caso del método MDA, se observó de que es capaz de representar los casos extremos de la totalidad de la muestra de datos, algo que no es posible realizar con el método tradicional, ya que la selección de estos casos es meramente una interpretación de los resultados en los rangos que el usuario considere extremos, considerando como parámetro más importante el de la altura relegando a un segundo plano las otras variables como la dirección de este.

Como trabajo futuro se propone la utilización de estos en métodos de calibración de modelos de propagación espectral, con el objetivo de reducir tiempos en cálculos computacionales al reducir los escenarios necesarios. Esto debido a que el método MDA logra considerar todos los casos posibles en el lugar de estudio. También en análisis de series de tiempo a largo plazo, utilizar el método KMA para lograr caracterizar los climas operacionales de estos. Por último analizar si es posible adicionar otro parámetro al análisis de estos métodos, que para el usuario sea relevante.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece por el apoyo para la realización de este trabajo al proyecto CORFO INNOVA 09CN14-5718. Y por el financiamiento de los estudios de postgrado a CONICYT-PCHA/Magíster Nacional/2013 – 22130930 y 221320628 y a CONICYT a través de FONDAP 15110017, y FB 0821.

REFERENCIAS

Camus, P., et al., Analysis of clustering and selection algorithms for the study of multivariate wave climate, Coast. Eng. (2011), doi:10.1016/j.coastaleng.2011.02.003.

Holthuijsen L.H. 2007. Waves in Oceanic and Coastal Waters. Cambridge University Press, Cambridge.

Loyola O. 2013, Caracterización estadística de datos de oleaje. Memoria de título. Universidad Técnica Federico Santa María.

SHOA. 3° Edición 2005, actualizado 28 de noviembre de 2012. Publicación 3201. Instrucciones oceanográficas N°1, Especificaciones técnicas para mediciones y análisis oceanográficos.