

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

XVII CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA

**GESTIÓN DEL TORRENTE TORRE CON EL USO DE UN MODELO
BIDIMENSIONAL HIDRO-MORFOLÓGICO**

**SERGIO FATTORELLI¹, FRANCESCA LONGHINI²
ENRICO FRANK², MARIKA RIGHETTO²
MÓNICA M. MONTOYA C.¹**

RESUMEN

El nuevo marco de acción en el campo de la política de la gestión del agua, ha enfatizado en la necesidad de un enfoque integrado del manejo de los sistemas. Esto requiere un considerable desarrollo no sólo en la comprensión de las componentes del ciclo hidrológico, sino también de sus interacciones. En la ingeniería fluvial, el diseño de obras para la restauración y recuperación de ríos, se basa actualmente en el uso conjunto de modelos numéricos hidro-morfológicos y la hidráulica clásica. Este trabajo describe el uso de un modelo bidimensional hidro-morfológico en un tramo de 47 km del torrente Torre ubicado al noreste de Italia, cuya pendiente varía entre 0.6% y 0.1%. El cauce del río presenta tres patrones geomorfológicos (trenzado, pseudo-serpenteado, sinuosos) y sus sedimentos tienen una distribución media del tamaño del grano entre 10 y 90 mm. El estudio tiene como objetivo estimar la evolución morfológica a corto-mediano plazo, a fin de proponer el diseño de obras y alternativas ambientales para la restauración del torrente, en relación del impacto de los procesos de sedimentación y erosión evidenciados por el modelo.

El modelo usado, MIKE 21C (DHI), consta de una red curvilínea para la modelación del flujo bidimensional a superficie libre que describe el área de estudio y obtiene la cota del fondo del lecho de un modelo digital de terreno creado a partir de datos topográficos de alta resolución (LiDAR). Los resultados revelan la evolución del cauce y muestran que el diseño de obras de control (protecciones de bancas, estructuras transversales, apertura de canales) debe ser encaminado a la estabilización del canal, aumentando la biodiversidad y mejorando el hábitat fluvial. Las medidas diseñadas fueron simuladas dentro del modelo, para verificar sus efectos y los alcances de los objetivos propuestos. Esta aplicación destaca la capacidad del modelo adoptado para ser utilizado al afrontar problemáticas relacionadas con la gestión y restauración fluvial.

¹Profesor Titular, Departamento TESAF, Universidad de Padova – sergio.fattorelli@unipd.it

¹Ing. Estudiante de doctorado, Departamento TESAF, Universidad de Padova – monica.montoya@unipd.it

²Profesionales en diferentes disciplinas, BETA Studio srl. – info@betastudio.it

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha establecido un enfoque integrado hidráulico – morfológico para la gestión y manejo de sistemas de agua en el marco de la acción comunitaria y la política del agua. Este enfoque requiere un considerable desarrollo en la comprensión de las componentes del ciclo hidrológico y sus interacciones. La gestión ambiental debe tener en cuenta diversos estudios técnicos, tales como: hidrológico (inundación), hidráulico (análisis de situaciones críticas), geomorfológicos (producción y transporte del sedimento, caracterización del componente natural y tendencia evolutiva del río). El aspecto geomorfológico debe incluirse en las metodologías desarrolladas para la restauración y recuperación de sistemas fluviales, a fin de caracterizarlos e identificar su evolución en el tiempo. En la ingeniería de ríos, la tendencia más reciente es implementar modelos numéricos hidro-morfológicos como respaldo al análisis de las alternativas de diseño de obras para la gestión del territorio. Recientemente, se han desarrollado modelos numéricos que simulan el flujo y el transporte de sedimento en varias dimensiones (CCHE 1D-2D-3D, FLOW 2D, STREM, MIKE 21C 2D, HEC –RAS 1D).

Uno de los modelos numéricos más conocidos en el mercado para la modelación de ríos: el MIKE 21C (desarrollado por DHI sección agua – ambiente) proporciona una descripción detallada del flujo bidimensional y el comportamiento morfológico (flujo helicoidal, transporte de sedimento, etc.) de los cursos de agua de tipo trenzado, pseudos-serpenteados y sinuosos, debido a su capacidad de adaptarse a la planimetría del lecho (red curvilínea) y modelar su forma a través de un módulo explícito de transporte de sedimento a fondo móvil. Lo anterior, permite la predicción de la tendencia evolutiva del río, y consecuentemente, la localización y el análisis de obras encaminadas a la gestión del territorio para la mitigación del riesgo hidrogeológico, según la situación ambiental de la cuenca.

El presente estudio ilustra la metodología y aplicación del modelo hidro-morfológico curvilíneo bidimensional MIKE 21C en el torrente Torre que busca identificar el estado actual del mismo y establecer un estado de proyecto que permita determinar y ejecutar correctas estrategias para la planificación del río, gestión y valoración de la cuenca. Consecutivamente, se plantean alternativas de diseño de obras de ingeniería de control (protecciones de bancas, estructuras transversales, apertura de canales), necesarias para la estabilización del canal, el aumento de la biodiversidad y el hábitat fluvial.

2. ÁREA DE ESTUDIO

El torrente Torre (Figura 1) nace en las Dolomitas Italianas y desemboca, luego de 66 km de recorrido, en el río Isonzo (noreste de Italia), drenando una superficie de 1091 km². Presenta un régimen hidrológico típicamente torrencial, caracterizado por ondas de inundación impulsivas; se ha estimado para una precipitación de 12 horas y $T_R = 100$ años, un caudal pico a la confluencia de 2599 m³/s (BETA Studio srl., 2006). La precipitación anual de la cuenca varía entre 3100 y 1000 mm/año, debido a la distribución topográfica del terreno correspondiente a la parte alta y baja, respectivamente. El fenómeno del agua subterránea en primavera alimenta el acuífero en la llanura aluvial debido a la

permeabilidad de los suelos, hasta que llega a la parte baja de la misma donde encuentra una capa de arcilla impermeable que convierte el flujo en superficial creando una amplia zona húmeda. El sistema hidrológico de la cuenca (sentido norte-sur), con la presencia de ciertas discontinuidades, se desarrolla en la mayoría de su extensión en el lado izquierdo donde recibe los principales afluentes (Malina, Natisone y Judrio). El lecho se caracteriza por la presencia de islas centrales vegetadas con canales múltiples y extensas llanuras de inundación, generalmente usadas en actividades agrícolas.

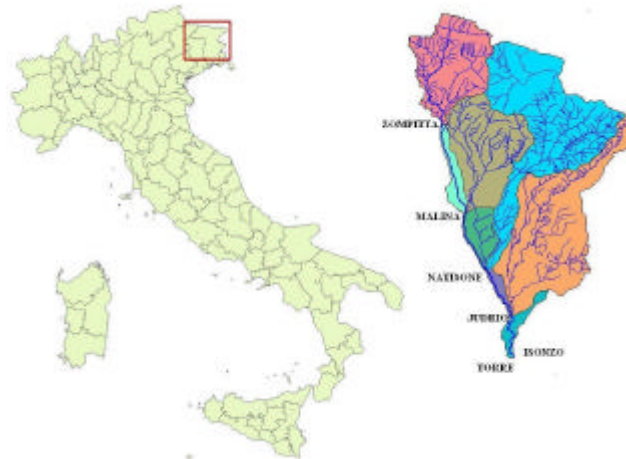


Figura 1. Cuenca del torrente Torre.

3. MODELO HIDRO-MORFOLÓGICO BIDIMENSIONAL: MIKE 21C

El MIKE 21C es un modelo hidro-morfológico desacoplado, desarrollado por DHI (2005), basado en una red curvilínea ortogonal que resuelve las ecuaciones de continuidad y de conservación del momento (ecuaciones de Saint Venant), integradas en la vertical, mediante técnicas de diferencias finitas implícitas. La solución de dichas ecuaciones, permite obtener los parámetros hidrodinámicos que llevan a cabo los fenómenos del transporte sólido y resolver la ecuación de la continuidad del sedimento, consintiendo la reconstrucción de la componente morfológica. En cada paso de cálculo la red se recalcula el contorno que representa dinámicamente los procesos de erosión y depósito, no sólo el componente altimétrico sino también el planimétrico.

La aplicación del modelo requiere los siguientes datos: a) información topográfica (red curvilínea y DEM), b) condiciones iniciales y de frontera, c) características del lecho y de sus sedimentos (granulometría, mapa del espesor del estrato a erosión), d) coeficiente de resistencia y de calibración del modelo.

4. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

El modelo digital de terreno (DTM) del cauce en estudio, se construyó a partir de un levantamiento topográfico láser altímetro (LiDAR) de alta resolución espacial (0.3 a 4 puntos/m²), reforzados con una descripción de planimetría de diferentes fuentes

cartográficas (fotos aéreas y cartas técnicas geo-referenciadas) y otros levantamientos topográficos tradicionales (secciones transversales del cauce).

El dominio de cálculo se definió mediante el estudio preliminar de las áreas de inundación para diferentes períodos de retorno de interés morfológico, con el cual se identificaron las áreas más activas y se delimitó la extensión del área a simular (Figura 2). Luego, se construyó una red curvilínea, de 1186 x 23 celdas (en dirección del flujo y transversal, respectivamente), del cauce considerando dichas áreas inundadas, las líneas de la corriente, las bancas, los diques, las estructuras hidráulicas, los puentes, etc. Finalmente, a cada una de las celdas se atribuyó una elevación media derivada del DTM obteniendo como resultado la batimetría del modelo (Figura 3). Cabe mencionar que las estructuras hidráulicas se insertaron en el modelo modificando puntualmente la elevación de las celdas; en el caso de los puentes, se esquematizó el ancho de las pilas con celdas tipo “*land value*” (no incluidas en el dominio del cálculo) correspondientes al área total de obstrucción del canal, y en las obras transversales, se fijó un espesor de erosión nulo y un valor de la cota igual a la cresta del vertedero en las celdas que representan la ubicación de la estructura.

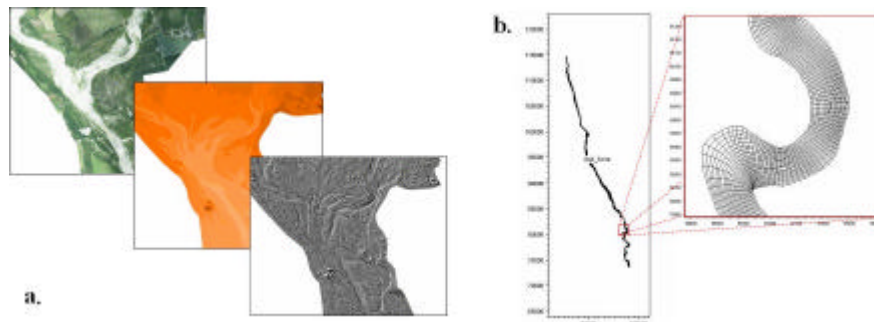


Figura 2. a) Datos para la descripción plano-altimétrica del área del modelo; b) red curvilíneas de cálculo de 1186 x 23 celdas

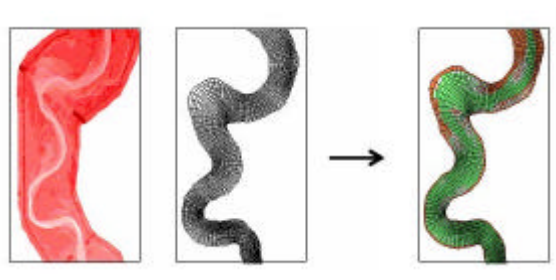


Figura 3. DTM, red curvilínea y batimetría del torrente Torre

Las condiciones de frontera hidráulicas del modelo, se fijaron con el fin de caracterizar un escenario evolutivo a mediano (20 años) y a corto plazo (5 años), es decir, mediante el análisis de ondas de crecientes impulsivas que produjeran la energía necesaria para mover los granos del lecho. Con este propósito se construyó un hidrograma (Figura 4) compuesto de una sucesión de 20 ondas (tiempo total de simulación de 20 años equivalente a 326 horas), con períodos de retorno igual o inferior a 20 años para cada una de las confluencias (ríos Malina, Natisone y Judrio) y la frontera aguas arriba del torrente (Torre a Zompitta). Respectivamente, aguas abajo del tramo como condición de frontera, se fijaron niveles

variables de agua, calculados a partir de curvas h-Q de una sección próxima a su desembocadura.

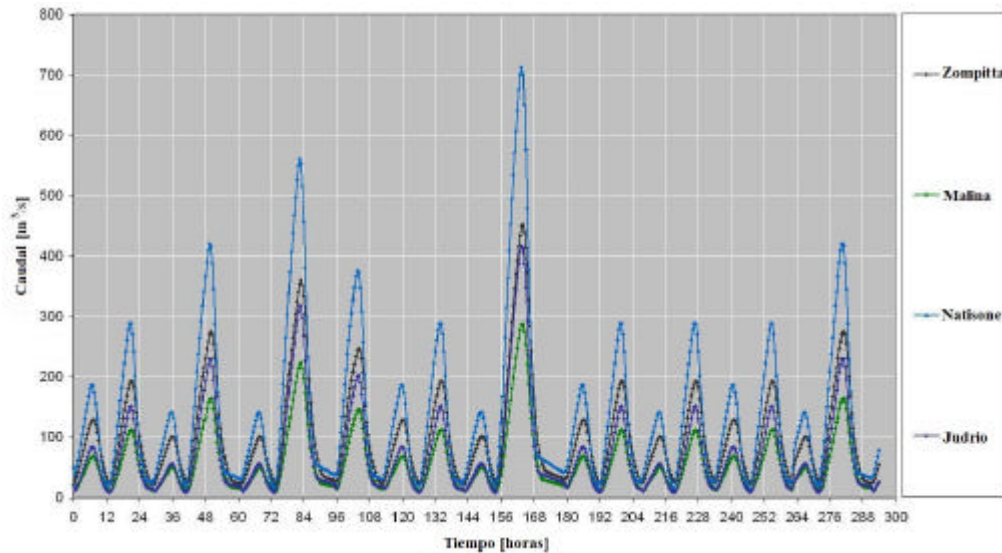


Figura 4. Hidrogramas de entrada aguas arriba del tramo (Zompitta) y en cada una de las confluencias (ríos Malina, Natisone y Judrio)

En cuanto se refiere a la condición morfológica aguas arriba del tramo, se consideró un transporte sólido nulo debido a la presencia de una presa a la altura de Zompitta que atrapa el sedimento en la entrada. En la confluencia y en la sección final del tramo se fijó una variación nula del nivel del lecho (*bed level change* = 0), suponiendo que todo el material en ingreso se moviliza hacia aguas abajo, excluyendo fenómenos de erosión y depósito en las fronteras. Esta simplificación se hizo, debido a la falta de datos de caudal sólido en el área de estudio.

Dado que la principal componente del transporte de sedimento es la carga de fondo producida por la fricción del lecho, se usó la ecuación empírica de Smart & Jaeggi (1983). Tres fracciones de sedimento (15mm, 30mm y 50mm) se utilizaron para describir la distribución granulométrica del canal, con porcentajes diversos según el tramo de características homogéneas del torrente (Tabla 1). Además, se construyó un mapa de la rugosidad del canal (coeficiente de resistencia Manning – Strickler) considerando el uso del suelo y el tamaño del grano: en el lecho entre 35 – 45 $\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$ dado por Da Deppo et al. (2000), en las llanuras de inundación y barras fluviales vegetadas 20 $\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$ y áreas urbanizadas o de uso agrícola 33 $\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$ (U.S. Department of Agriculture, 1929, 1934; Ven Te Chow, 1973; M. Hanif Chaudhry, 1993).

Tabla 1. Características del tamaño del grano en los diversos tramos homogéneos

Tramo	Sección transversal		D_{90} [mm]	K_s [$\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$]	Fracciones		
	de	a			$F_1=15\text{mm}$	$F_2=30\text{mm}$	$F_3=50\text{mm}$
1	57	55	182	35	12%	20%	68%
2	55	42	104	38	16%	44%	40%
3	42	16	55	42	30%	50%	20%
4	16	5	40	45	31%	63%	6%

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las principales variables hidráulicas (profundidad del agua, velocidad media), el transporte sólido y los cambios morfológicos (lecho y llanuras de inundación) se calcularon con el modelo MIKE21C en el estado actual y de proyecto. Las ondas de propagación, a mediano-corto plazo (5 - 20 años, respectivamente), se estimaron a lo largo del torrente especialmente aguas arriba y aguas abajo de los tributarios. El caudal máximo de la creciente con la serie a corto plazo fue de 275 m³/s a Zompitta y dos horas después en la confluencia con el río Isonzo de 940.2 m³/s, en el caso de la serie a mediano plazo 452.2 m³/s y 1712 m³/s, respectivamente, para un tiempo total de propagación de 1.5 horas. En la Tabla 2, se presentan los porcentajes de laminación de la onda de creciente en los diferentes tramos del río para un evento con T_r 20 años, donde muestra una tendencia creciente hacia aguas abajo que evidencia la importancia de los efectos de inundación en el estado actual.

Tabla 2. Caudal máximo aguas arriba - aguas abajo de los diferentes tramos del torrente T_r 20 años.

Tramo	Longitud del tramo [km]	Q_m^* [m ³ /s]	Q_v^{**} [m ³ /s]	La^{***} [%]
De Zompitta a la confluencia con el río Malina	36010	453.481	452.207	0.28
De la confluencia con el río Malina a la confluencia con el río Natisone	11356	717.532	716.072	0.20
De la confluencia con el río Natisone a la confluencia con el río Judrio	12410	1367.85	1360.63	0.53
De la confluencia con el río Judrio a la confluencia con el río Isonzo	7498	1731.57	1714.71	0.98

* Q_m = caudal aguas arriba. ** Q_v = caudal aguas abajo. *** La = Laminación = $(Q_m - Q_v)/Q_v$

Además, se han confrontado las series caudales líquido y sólido diferentes las secciones del curso de agua, donde se evidencia que el caudal sólido es significativo para eventos de mayor período de retorno y despreciable para eventos menores con ($T_r = 1.2 - 1.5$ años). La capacidad de transporte sólido disminuye con el tiempo del retorno, lo cual señala un agotamiento progresivo del material transportable y por consiguiente, una estabilización graduada del cauce (Figura 5).

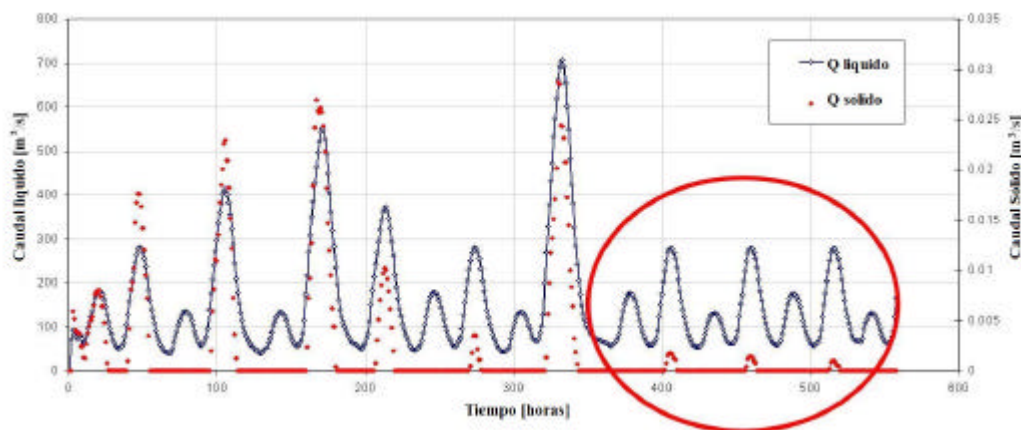


Figura 5. Series de caudales líquido y sólido calculados con el modelo en la confluencia con el río Natisone, para un evento de $T_r = 20$ años

El análisis de las variaciones morfológicas del torrente permitió identificar tres tipos de comportamientos (Figura 6): un cauce activo con alternancia de zonas de erosión-deposito

en el fondo del lecho (verde); un cauce levemente activo con baja alternancia de zonas de erosión-deposito (naranja); y un patrón serpenteado con tendencia a la migración de meandros (amarillo). En la parte medio-alta del torrente de Torre se observó una alternancia de tramos con actividad morfológica alto-baja, mientras que en la parte baja (de la confluencia con el río Judrio a la confluencia con el Isonzo) principalmente se notó una actividad en la planimetría (erosión de bancas) con migración de meandros. En general, los resultados del modelo muestran una tendencia a variaciones en planimetría del cauce, con una redistribución del sedimento que causó progresivamente un aumento de la sección aguas abajo debido a la apertura de nuevos canales. En el tramo final, el cauce tiende a ser inciso y serpenteado, con una sobresaliente formación de flujos secundarios en curva que determina grandes variaciones del fondo del lecho e influencia el transporte de sedimento (Figura 7).

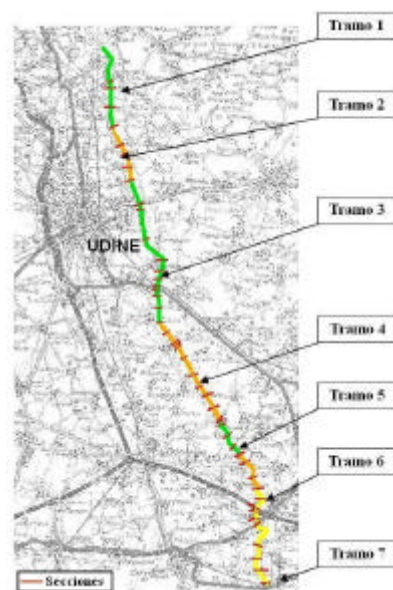


Figura 6. Diferentes comportamientos morfológicos lo largo del torrente Torre

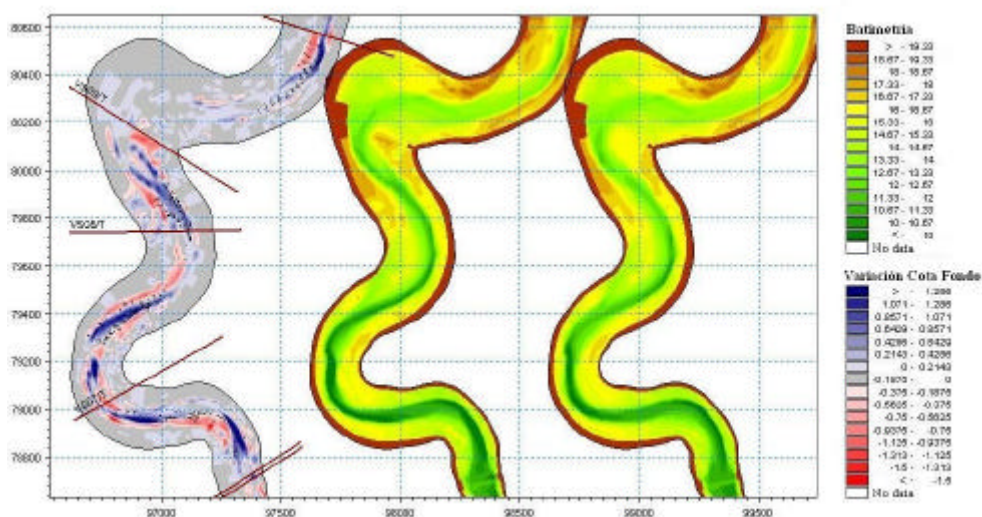


Figura 7. Variaciones del fondo: al inicio y al final de la simulación de mediano plazo (20 años). En rojo las zonas en erosión y en azul las zonas de depósito

El volumen de sedimento transportado en los eventos de inundación es un parámetro significativo que evidencia el comportamiento de la corriente de agua y puede contribuir a la estima de posibles estados críticos. Su cálculo permite caracterizar no sólo tramos de comportamientos homogéneos, sino también una valoración inmediata de los puntos en que la erosión o la sedimentación tienen un carácter dominante. En la Figura 8 se presenta una nube de puntos del volumen de erosión (negativo) o depósito (positivo) para cada columna de celdas a lo largo de la sección transversal a la corriente de agua. Para evidenciar posibles tendencias a depósito o erosión, se calculó el promedio móvil de datos (línea negra), donde se observa que los volúmenes de erosión y depósito en el canal disminuyeron; sin embargo en la parte media-alta estos se alternan y en la baja se compensan. Finalmente, se escogieron y se agruparon sub-tramos homogéneos para los cuales el volumen total se expresó por unidad de longitud (línea azul). De la figura es posible afirmar un equilibrio de los volúmenes degradación-agradación y un promedio móvil cerca del valor nulo. Los valores más altos de volumen transportado, corresponden a las estructuras hidráulicas como los puentes y obras transversales que crean una variabilidad localizada.

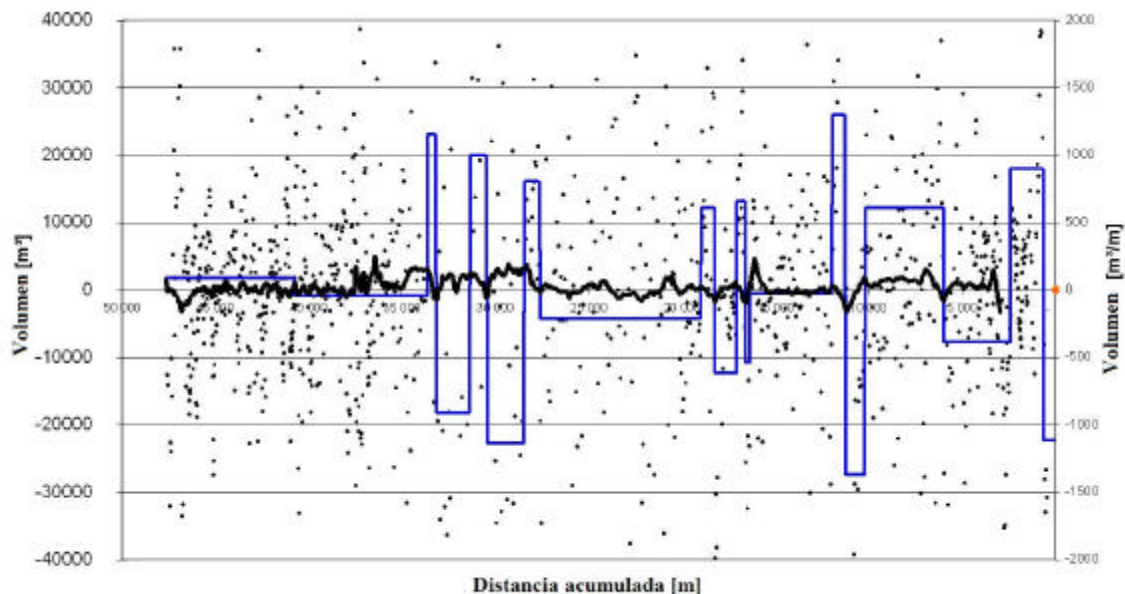


Figura 8. Volúmenes sólidos en depósito (+ positivo) o erosión (- negativo) en el torrente a mediano plazo. En azul, se representa el promedio en peso de los rasgos homogéneos (m^3/m), en negro el promedio móvil a lo largo de 100 celdas (m^3)

Basado en los resultados precedentes (estado actual), se propusieron obras de ingeniería que resalten la tendencia natural y al mismo tiempo prevengan situaciones de alto riesgo ligadas a: la reducción de la sección transversal hacia aguas abajo; el aumento de los niveles de agua en las áreas sometidas a riesgo por inundación de diluvio; la erosión de bancas en la proximidad de zonas vulnerables; la inestabilidad de estructuras hidráulicas. Por consiguiente, el objetivo de las soluciones propuestas es el de restaurar la corriente del agua; en particular, buscando lograr y/o garantizar las condiciones de equilibrio dinámico natural que recuperen características morfologías del cauce. Las soluciones propuestas son:

la reactivación, reapertura y recalificación de paleo-cauces y madre-viejas; reducción de cobertura artificial, recuperación natural de la sinuosidad y la longitud del cauce. En la Tabla 3 se presentan las secciones donde son necesarias las estructuras. Debido a que la simulación del estado actual abarcó las soluciones puntuales y las estructuras existentes y no las soluciones propuestas (tales como protección de bancas, etc.), se construyeron otras batimetrías, modificando el modelo digital de terreno mediante la inserción de los cauces con rugosidad igual a la del lecho no vegetado. La reactivación, reapertura y recalificación de paleo-cauces y madre-viejas causaron una mayor complejidad en la distribución de la inundación ordinaria en el canal, dado que se establecieron nuevas islas fluviales y por consiguiente una atmósfera de renaturalización total (Figura 9a). En algunos tramos dónde el cauce fue rectificado (artificialmente), la reapertura de canales secundarios proporcionaron al torrente la posibilidad de recuperar la sinuosidad natural y el patrón trenzado (Figura 9b). Desde un punto de vista morfológico, la reactivación de canales permite eliminar las zonas de erosión y establecer áreas de depósito de material (Figura 13).

Tabla 3. Listado de obras diseñadas con su respectiva ubicación, longitud, volumen y profundidad media del agua.

Sección Transversal		Longitud [m]	Profundidad media del agua [m]	Volumen medio [m ³]
Aguas arriba	Aguas abajo			
VS56/T	VS55/T	440	2	5000
VS56/T	VS55/T	400	1.5	8250
VS49/T	VS48/T	570	0.8	1600
VS41/T	VS41/T	460	1.5	6750
VS36/T	VS35/T	510	1	2000
VS32/T	VS32/T	640	2.5	22500
VS31/T	VS31/T	430	2	10000
VS30/T	VS30/T	500	1.5	2250
VS30/T	VS29/T	460	1.5	16500
VS29/T	VS28/T	290	1	6000
VS25/T	VS24/T	460	1	1000
VS25/T	VS24/T	390	1	3500
VS23/T	VS22/T	260	1.5	6750
VS17/T	VS16/T	330	3	33000

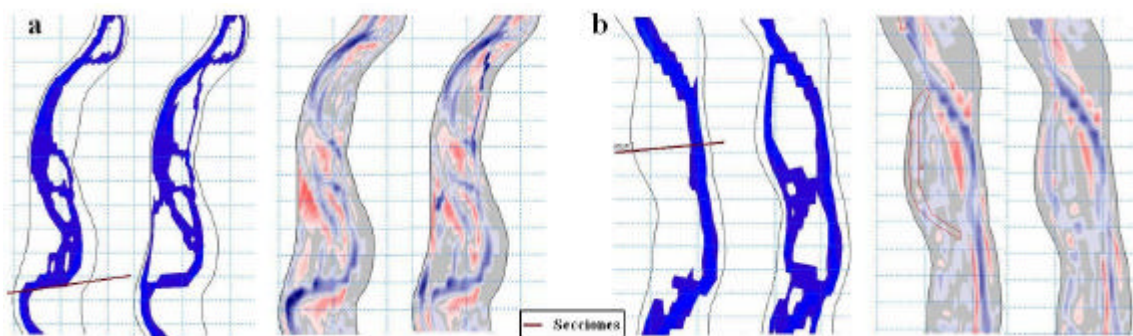


Figura 9. Profundidades del agua para una creciente ordinaria ($T_r = 1.2$ años) en dos estados, con y sin obras: a) efectos re-abertura de paleo-cauces, b) recuperación de sinuosidad en los tramos rectos

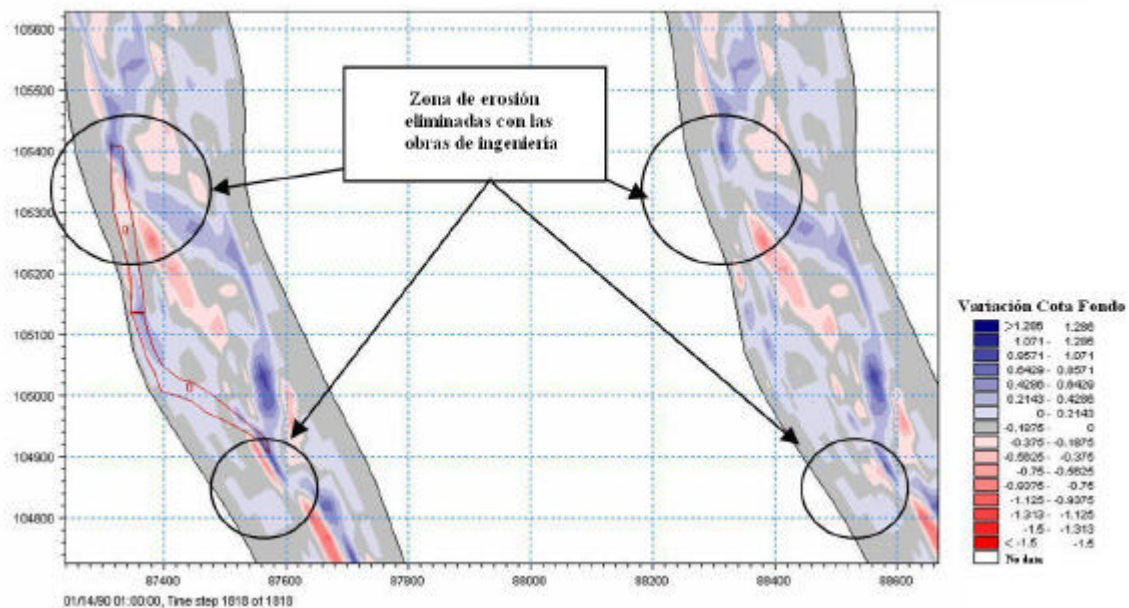


Figura 10. Variaciones de las cotas del fondo del lecho (batimetría) en dos estados, con y sin obras: en rojo las áreas en erosión (valores negativos) y en el azul las zonas en deposito (valores positivos)

Consecuentemente, considerando las obras diseñadas, el volumen de sedimento transportado en los eventos de inundación con respecto al estado actual, se redujo el promedio móvil (Figura 11). Bajos volúmenes indican que el torrente Torre se encuentra próximo a la condición de equilibrio desde el punto de vista del transporte sólido. Por lo tanto, el proyecto favorece las tendencias naturales del torrente, implica menores niveles de agua alcanzados (Figura 12) y material transportado, y posteriormente el alcance del equilibrio morfológico del cauce.

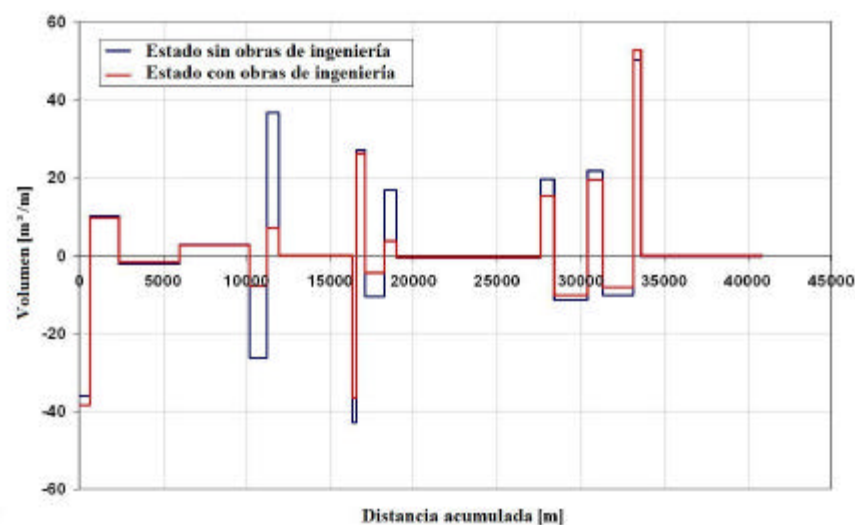


Figura 11. Comparación del volumen de sedimento transportado en los eventos de inundación (mediano plazo) en dos estados: con y sin obras

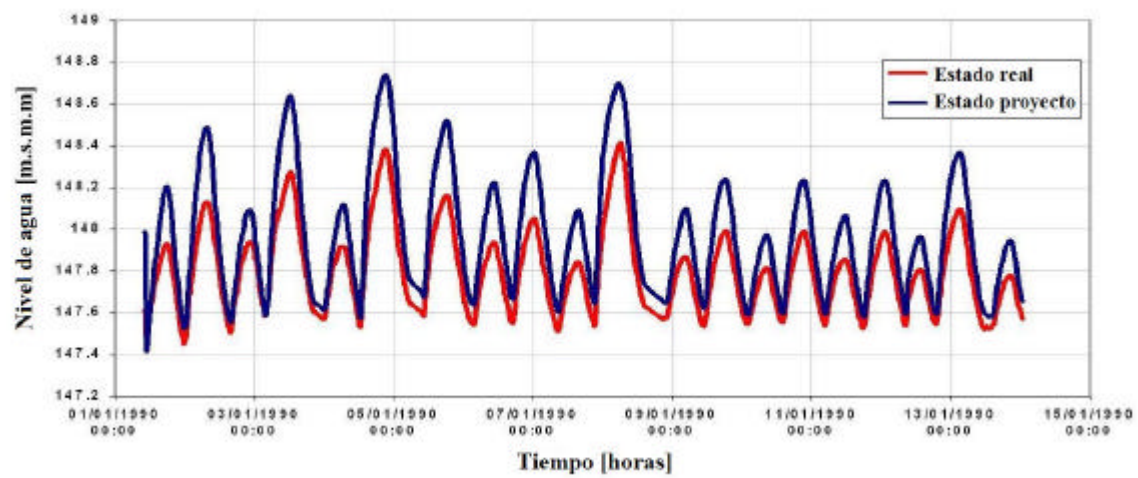


Figura 12. Niveles de agua simulada por el modelo, en el estado actual (azul) y de proyecto (rojo)

Adicionalmente, en las Figura 13 y Figura 14, se presenta la comparación de las principales variables hidráulicas con y sin obras que permite observar la situación actual y de proyecto.

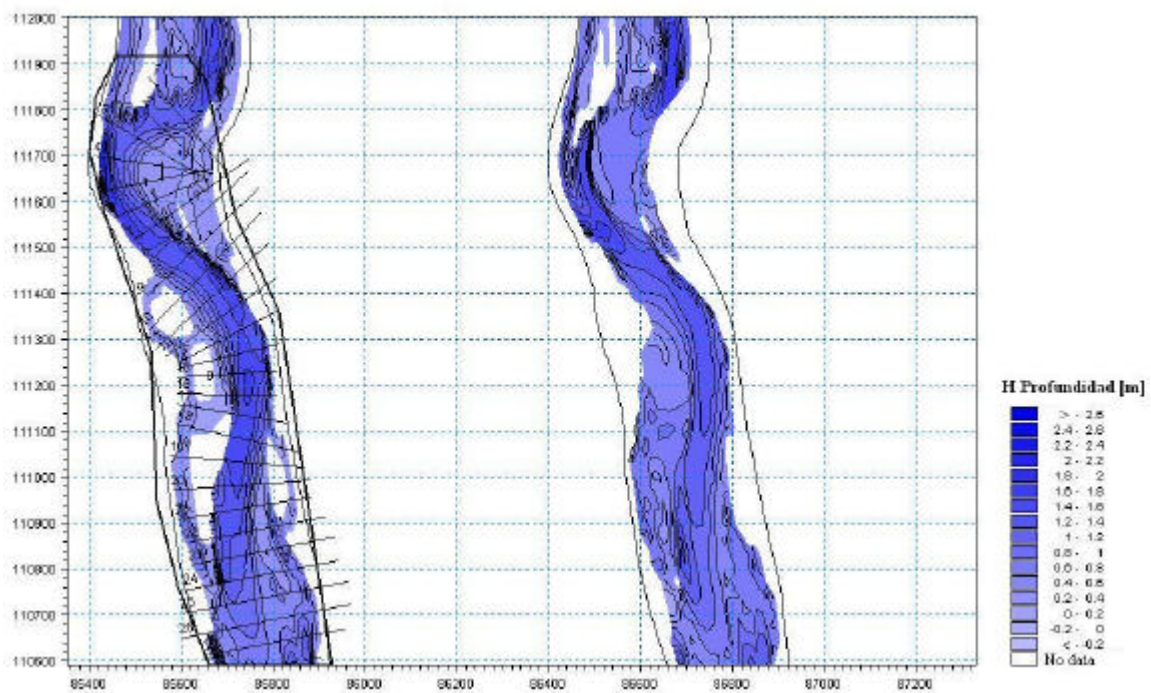


Figura 13. Profundidad del agua simulada por el modelo, en el estado actual (izquierda) y de proyecto (derecha)

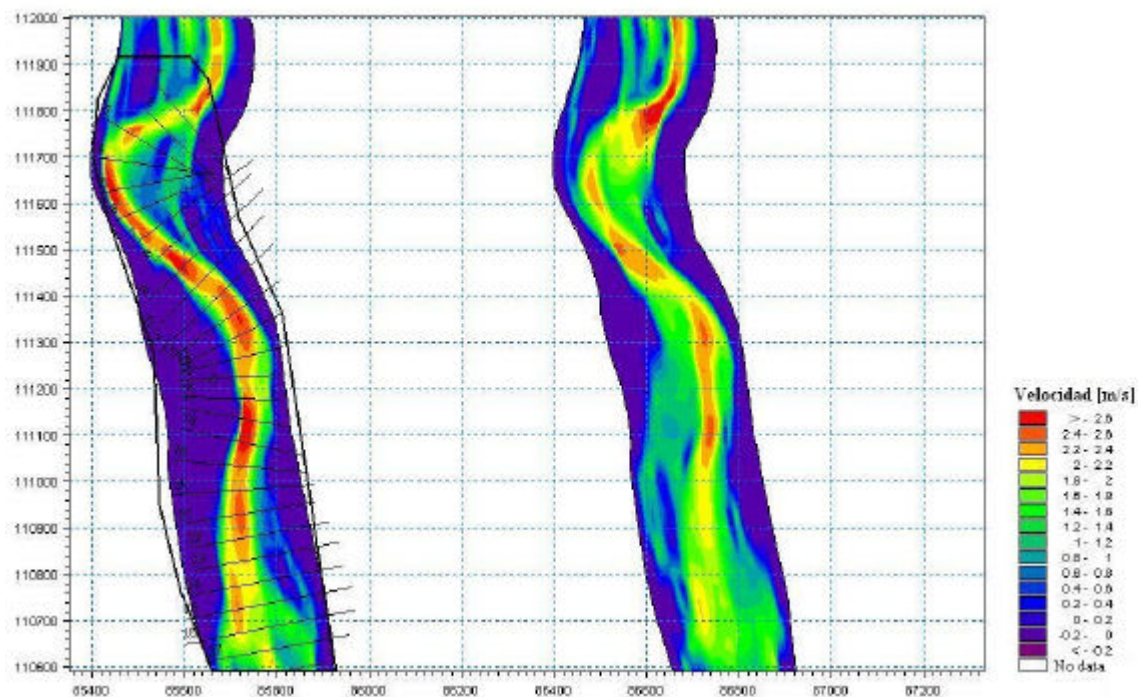


Figura 14. Velocidad simulada por el modelo, en el estado actual (izquierda) y de proyecto (derecha)

6. CONCLUSIÓN

Los resultados luego de examinar del modelo, señalan que el torrente Torre presenta principalmente variaciones en la planimetría (aumento del flujo en las secciones, migración de meandros). Aunque exhibe una gran actividad morfológica, los análisis muestran una tendencia al equilibrio morfológico; la mayor parte de las situaciones críticas se localizan puntualmente cerca de las obras hidráulicas presentes en el mismo.

El modelo hidro-morfológico curvilíneo MIKE21C se usó para definir el estado de proyecto, verificar los efectos hidráulico-morfológicos de algunos tipos de obras propuestas, tales como: reactivación, reapertura y recalificación de paleo-cauces y madre-viejas; reducción de cobertura artificial, recuperación natural de la sinuosidad y la longitud del cauce. Consecuentemente, se propusieron estas últimas como las mejores soluciones de ingeniería, basadas en los objetivos propuestos, a final de lograr una renaturalización y recuperación del torrente.

Los resultados del modelo, desde el punto de vista hidrodinámico, muestran que en el mediano plazo (20 años), la configuración del estado del proyecto determina: un aumento de la superficie útil para laminar la inundación ordinaria (Figura 12), con una reducción de la profundidad del agua (Figura 13) y las velocidades medias (Figura 14) en el cauce.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Doctor Guglielmo Berlasso, Director Central de la Protección Civil de la Region Autónoma Friuli-Venezia Giulia, por haber proporcionado la documentación procesada por la Sociedad de Ingeniería Beta Studio srl de Padova en el ámbito del “Progetto preliminare per il ripristino dell'ufficiosità idraulica del torrente Torre mediante modellazione idraulica dell'asta del torrente Torre dalla diga di Crosis, in comune di Tarcento, fino alla confluenza col Fiume Isonzo al fine della messa in sicurezza del territorio.”

REFERENCIAS

BETA Studio srl. 2006. Progetto preliminare per il ripristino dell'ufficiosità idraulica del torrente Torre mediante modellazione idraulica dell'asta del torrente Torre dalla diga di Crosis, in comune di Tarcento, fino alla confluenza col Fiume Isonzo al fine della messa in sicurezza del territorio. Regione Autonoma Friuli - Venezia Giulia. Protezione Civile della Regione, OPI CD2/430.064.

DHI (Danish Hydraulic Institute). 2005. MIKE 21C, scientific documentation.

Da Deppo, L., Datei C., y Salandin P. 2000. Sistemazione dei corsi d'acqua. Università degli studi di Padova, Dip. Ingegneria Idraulica, Marittima e Geotecnica, Terza Edizione Libreria Cortina, pag.205.

Hanif Chaudhry M. 1993. Open channel flow, Prentice Hall.

U.S. Department of Agriculture. 1929. Technical Bulletin, 129, November.

U.S. Department of Agriculture. 1934. Technical Bulletin, 652, February.

Ven Te Chow. 1973. Open Channel Hydraulics, Mc Graw - Hill International Editions.