

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

XVII CONGRESO CHILENO DE HIDRÁULICA

**SEDIMENTACIÓN EN EMBALSES: MODELO MATEMÁTICO Y NUMÉRICO DE
CORRIENTES DE TURBIDEZ Y DELTAS DE SEDIMENTO GRUESO**

**JAVIER GONZALEZ S.¹
ALDO TAMBURRINO T.²
YARKO NIÑO C.³**

RESUMEN

Se presenta un modelo matemático y numérico que simula el flujo y depositación en un embalse, incorporando el fenómeno de una corriente de turbidez como agente responsable del transporte de sedimentos finos. Simultáneamente, el modelo calcula la acumulación de sedimentos gruesos en forma de un delta que avanza progresivamente hacia el muro. En el caso del flujo, se utiliza un esquema numérico explícito y conservativo, basado en el método de volúmenes finitos, capaz de modelar flujos de régimen mixto y transcíticos. En el caso de la corriente de turbidez se utilizan ecuaciones recientes que permiten incorporar el condicionamiento de la corriente por parte del muro y representar el patrón de depositación de sedimento fino que se desarrolla en un embalse. Estas ecuaciones se resuelven con un esquema numérico de diferencias finitas tipo MacCormack. Por su parte el sedimento grueso se resuelve mediante un esquema de diferencias finitas que incorpora la variación longitudinal de la topografía. Se aplica el modelo a un embalse tipo con un canal de geometría trapecial, la cual puede ser variable en la dirección longitudinal. Los resultados muestran que el modelo reproduce de buena forma aquellos casos en que se presentan cambios de régimen a lo largo del canal. Su eficiencia se incrementa introduciendo modificaciones al esquema numérico del flujo que lo habilitan para lidiar con problemas donde existen pendientes de fondo altas. Para el caso de la corriente de turbidez se observa que las ecuaciones permiten obtener el perfil longitudinal de concentraciones de una manera correcta y eficaz, de acuerdo con lo que predice la teoría y por lo tanto realizar una buena predicción de la evolución de los depósitos de fondo.

¹ Ingeniero(e), Magíster(c) Rec. y Medio Ambiente Hídrico, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

² Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

³ Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

1. INTRODUCCIÓN

La construcción de un embalse representa una alteración en el equilibrio natural de un cauce fluvial. Como consecuencia, las alturas y velocidades de escurrimiento se modifican y el balance entre el sedimento afluente y efluente se rompe. El cuerpo de agua que se desarrolla aguas arriba del muro de contención presenta velocidades pequeñas que favorecen la depositación de las partículas sólidas y la consecuente acumulación de los sedimentos al interior del embalse.

Existen numerosas consecuencias derivadas de los procesos de sedimentación en un embalse. Sin embargo, en el largo plazo, la principal corresponde a la pérdida de la capacidad de almacenamiento del embalse. Comúnmente medida en términos del porcentaje de capacidad perdido anualmente, este fenómeno puede alcanzar valores críticos, llegando a inutilizar el embalse en poco tiempo. Ya en la década de los ochenta se estimaba que a nivel mundial los embalses perdían su capacidad de almacenamiento a una tasa promedio del 1% anual (Mahmood, 1987). En la década de los noventa, China con más de 82000 embalses, presentaba la tasa de pérdida más alta del mundo, con un promedio de 2,3% anual (Zhou, 1993).

Reemplazar la capacidad perdida mediante la construcción de nuevos embalses, es una opción que se hace cada día más difícil debido a las nuevas restricciones que surgen de los intereses ecológicos, políticos y económicos de la sociedad actual. Es necesario entonces un manejo planificado de los sedimentos, que permita tomar medidas, tanto preventivas como correctivas, basadas en un entendimiento global de la hidrodinámica de los procesos de sedimentación, para lo cual se hacen indispensables herramientas de modelación que permitan una adecuada predicción y cuantificación de éstos procesos.

1.1 Procesos de Sedimentación en Embalses

El sedimento transportado por un cauce fluvial puede, en la mayoría de los casos, clasificarse en dos grandes grupos: gruesos y finos. Al confluir con un cuerpo de agua en reposo, el cauce pierde capacidad de arrastre, debido a la disminución en las velocidades de escurrimiento y del esfuerzo de corte en el fondo. De esta manera, las partículas más grandes arrastradas por el fondo, comienzan a depositar dando origen a lo que se conoce como un delta (Figura 1). Este depósito, con forma de abanico y un frente abrupto, avanza hacia aguas profundas mediante las avalanchas de sedimento que continuamente aporta el cauce, y que se intensifican durante las crecidas.

Por su parte, el sedimento fino es transportado en suspensión. Su depositación en el cauce se inhibe como consecuencia de la baja velocidad de sedimentación que poseen las partículas y la alta turbulencia que se desarrolla en esta zona. Si la carga de sedimento fino en el cauce es suficientemente alta, de modo que su densidad es mayor que la del cuerpo de agua en reposo, se genera lo que se conoce como una corriente de turbidez. El cauce cargado de sedimentos presiona al cuerpo de agua en reposo hasta el punto donde las fuerzas gravitacionales superan a las inerciales produciéndose el fenómeno de inmersión (Figura 1). Generalmente la carga de sedimento fino de los ríos durante las crecidas es alta, y se ha encontrado que una pequeña diferencia de densidades entre el afluente y el embalse basta para que ocurra la inmersión (De Cesare et al, 2001).

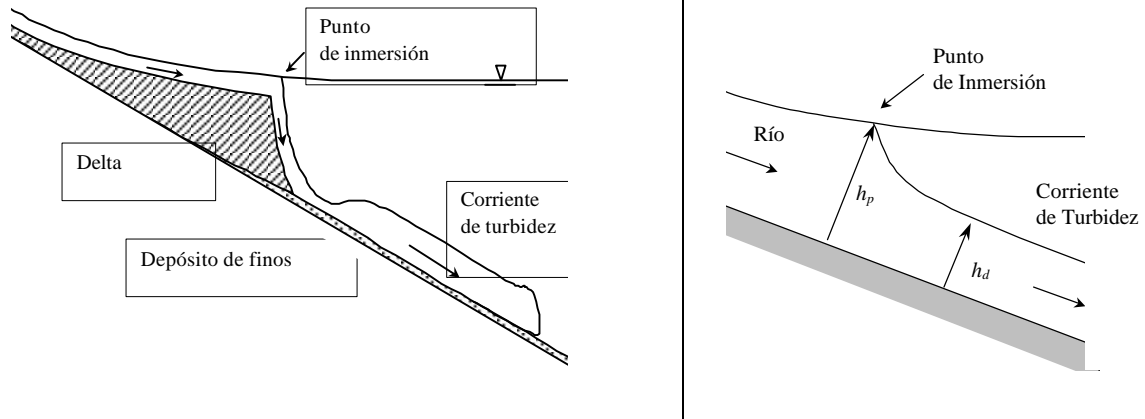


Figura 1. Esquema de depositación de sedimentos en un embalse, a la derecha se presenta un acercamiento a la zona de inmersión

Si la corriente es capaz de alcanzar el muro del embalse, el condicionamiento desde el extremo de aguas abajo forzará la formación de un resalto hidráulico interno en la corriente de turbidez. En la literatura existen numerosas evidencias de corrientes de turbidez sostenidas en el tiempo en lagos y embalses (Kostic y Parker, 2003a,b) que pueden alcanzar esta configuración.

1.2 Objetivos y Alcances

El objetivo del presente trabajo consiste en implementar un modelo matemático y numérico que permita reproducir los procesos de depositación en un embalse, con el fin de poder evaluar las políticas de manejo de sedimentos que se deseen implementar en cada caso particular. La modelación conjunta de la depositación de gruesos y finos permite conocer su distribución al interior de un embalse y con ello determinar la efectividad de cada medida de control, o la forma en que ésta debe ejecutarse para obtener mejores resultados.

Los esquemas numéricos utilizados, tanto para el flujo como para la corriente de turbidez, son capaces de capturar frentes de choque y modelar regímenes mixtos. La resolución del flujo permite conocer la capacidad de arrastre del cauce, y con ello es posible evaluar la depositación de las partículas más gruesas que dan origen al delta. Por su parte, la resolución de la corriente de turbidez permite conocer la concentración de finos a lo largo del fondo del embalse y con esto evaluar la depositación y la evolución del lecho en esta zona.

2. MODELO DE FLUJO

2.1 Ecuaciones Gobernantes

El flujo unidimensional e impermanente en un cauce natural con secciones transversales de geometría irregular puede describirse mediante las ecuaciones de Saint-Venant. La forma conservativa de estas ecuaciones corresponde a,

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} = -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - gAS_f \tag{2}$$

Donde A representa la sección de escurrimiento, Q el caudal, x es la coordenada longitudinal, t es el tiempo, g es la aceleración de gravedad, Z el nivel de la superficie libre medido desde un nivel de referencia horizontal y S_f es la pendiente de la línea de energía.

Suponiendo que las relaciones de resistencia para flujo turbulento, uniforme y permanente siguen siendo válidas en el caso impermanente (Chow, 1988), se puede utilizar la relación de Manning para evaluar la pendiente de la línea de energía,

$$S_f = \frac{n^2 Q |Q|}{R_h^{4/3} A^2} \tag{3}$$

Donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning y R_h el radio hidráulico de la sección de escurrimiento.

Para simplificar la modelación se utilizarán secciones trapeziales para describir la geometría del cauce y del embalse. Aunque esta restricción puede eliminarse fácilmente, la eficiencia computacional de modelaciones a largo plazo (del orden de decenas de años) indica que ésta es una medida razonable para obtener resultados con buena precisión.

2.2 Esquema Numérico

El esquema numérico utilizado para resolver las ecuaciones de flujo fue desarrollado por Ying (2004) y está basado en el método de los volúmenes finitos como se describe a continuación.

Las ecuaciones (1) a (3) pueden escribirse en notación vectorial de la siguiente forma,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = S(U) \tag{4}$$

Donde U , $F(U)$ y $S(U)$ son los vectores de las variables conservadas, los flujos y los términos fuente respectivamente, los cuales se definen como,

$$U = \begin{bmatrix} A \\ Q \end{bmatrix} ; \quad F(U) = \begin{bmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} \end{bmatrix} ; \quad S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - g \frac{n^2 Q |Q|}{R_h^{4/3} A} \end{bmatrix} \tag{5}$$

El dominio se discretiza utilizando una grilla centrada en el nodo como la que muestra la Figura 2. La grilla posee N nodos, N-1 interfaces interiores y 2 interfaces en los extremos. Las variables conservadas se definen en el centro de cada celda, es decir en los nodos, y representan el valor promedio sobre cada una de ellas, mientras que los flujos se definen en las interfaces.

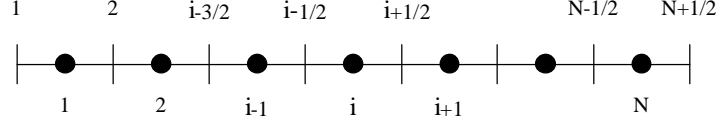


Figura 2. Esquema de definición de la grilla

Integrando la ecuación (4) en la i -ésima celda de largo Δx_i y aplicando el teorema de Green se obtiene la discretización utilizada en el esquema,

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} (F_{i+1/2}^n - F_{i-1/2}^n) + \Delta t S_i \quad (6)$$

Donde $F_{i+1/2}$ es el flujo en la interfaz $i+1/2$, calculado como,

$$F_{i+1/2}^n = \begin{bmatrix} Q_{i+k}^n \\ \frac{(Q_{i+k}^n)^2}{A_{i+k}^n} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde $k=0$ si Q_i y Q_{i+1} son mayores que cero, $k=1$ si ambos son menores que cero y $k=1/2$ en otro caso. En tal situación, el subíndice $i+1/2$ denota el promedio de los valores en los nodos i e $i+1$.

El término fuente de la ecuación (4) se evalúa a partir de la siguiente expresión,

$$S_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -g A_i^{n+1} \left[w_1 \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{down} + w_2 \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{up} \right] - g \frac{n^2 Q_i^n |Q_i^n|}{(R_{hi}^n)^{4/3} A_i^n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

mientras que los gradientes de superficie de agua se definen de la siguiente manera,

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{down} = \frac{Z_{i+1-k}^{n+1} - Z_{i-k}^{n+1}}{x_{i+1-k} - x_{i-k}} \quad ; \quad \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_{up} = \frac{Z_{i+k}^{n+1} - Z_{i-1+k}^{n+1}}{x_{i+k} - x_{i-1+k}} \quad (9)$$

Los ponderadores w_1 y w_2 se calculan a partir del número de Courant de la celda,

$$w_1 = 1 - c_r^{down} \quad ; \quad w_2 = c_r^{up} \quad (10)$$

$$c_r^{down} = \frac{\Delta t}{x_{i+1-k} - x_{i-k}} \frac{V_{i+1-k}^n - V_{i-k}^n}{2} \quad ; \quad c_r^{up} = \frac{\Delta t}{x_{i+k} - x_{i-1+k}} \frac{V_{i+k}^n - V_{i-1+k}^n}{2} \quad (11)$$

$$V_i = |Q_i^n| / A_i^n \quad (12)$$

Pruebas numéricas recientes realizadas al esquema de Ying, indican que para aplicarlo a embalses con altas pendientes de fondo y donde se desarrollan grandes profundidades del flujo, resulta conveniente cambiar la forma de definir la dirección del flujo al resolver la ecuación de momentum, y el tratamiento de flujos convergentes o divergentes en la ecuación de continuidad.

De esta forma, para resolver la ecuación de continuidad se tiene que si $k=1/2$, entonces el vector F se redefine a partir de,

$$F_{i+1/2}^n = \begin{bmatrix} F_{i+1/2,1}^n \\ F_{i+1/2,2}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Q_i^n + Q_{i+1}^n}{6} - \frac{2}{3} g A_i^n \Delta t \frac{Z_{i+1}^n - Z_i^n}{x_{i+1} - x_i} \\ \frac{(F_{i+1/2,1}^n)^2}{A_i^n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Por su parte, para evaluar el término fuente en la ecuación de momentum se redefine el índice k considerando la dirección local del flujo en cada nodo, y se utiliza este nuevo valor para evaluar los gradientes de la superficie de agua y los valores de los ponderadores w_1 y w_2 .

$$k = \begin{cases} 0 & si \quad Q_i \geq 0 \\ 1 & si \quad Q_i \leq 0 \end{cases} \quad (14)$$

Se debe notar que el esquema numérico funciona en dos etapas. En primer lugar se resuelve la ecuación de continuidad obteniendo el área de escurrimiento y los niveles de la superficie para el instante de tiempo $n+1$, para luego resolver la ecuación de momentum y obtener el caudal respectivo. Ambas ecuaciones se resuelven explícitamente, por lo que el intervalo de tiempo considerado está sujeto a la condición de estabilidad de Courant-Friedrichs-Levy,

$$N_{CFL} = Max \left[\frac{\Delta t}{\Delta x_i} (|V_i| + \sqrt{g A_i / B_i}) \right] \leq 1 \quad 1 \leq i \leq N \quad (15)$$

Donde B_i es el ancho superficial de la sección de escurrimiento.

Las condiciones de borde se implementan con la introducción de dos nodos fantasma a la grilla definida en la Figura 2. En estos nodos se especifican las variables conservadas y sus gradientes. Para el caso de un afluente subcrítico se especifica el caudal en el nodo fantasma de aguas arriba, mientras que el nivel de la superficie se obtiene mediante una extrapolación lineal basada en los valores de los dos nodos interiores adyacentes. Si el afluente es supercrítico se especifica el caudal y el nivel de la superficie en el mismo nodo. Si el efluente no tiene restricciones tanto el caudal como el nivel de superficie del nodo fantasma de aguas abajo se obtienen mediante extrapolación de orden cero desde el nodo interior. Si el efluente tiene un nivel especificado, dicho nivel se utiliza como un valor constante en el nodo.

En el proceso de solución, las condiciones de borde de nivel de superficie se establecen inmediatamente después de resolver la ecuación continuidad, mientras que las condiciones de borde de caudal se establecen después de resolver la ecuación de momentum.

3. MODELO DE SEDIMENTO GRUESO

Para describir la depositación de sedimento grueso en una sección de geometría trapezoidal se utiliza una variación de la ecuación Exner basada en el balance de masa sobre un volumen de control de modo que,

$$\frac{\partial A_s}{\partial t} + \frac{1}{1 - I_s} \frac{\partial Q_s}{\partial x} = 0 \tag{16}$$

Donde A_s es el área de sedimento depositado, Q_s es el gasto sólido volumétrico total de sedimento y I_s es la porosidad de los depósitos.

Al integrar la ecuación (16) sobre un volumen de control definido por las secciones $i-1$ e i , y en un intervalo de tiempo Δt , se obtiene,

$$\bar{A}_s = - \frac{1}{x_i - x_{i-1}} \frac{\Delta t}{1 - I_s} (\bar{Q}_{s_i} - \bar{Q}_{s_{i-1}}) \tag{17}$$

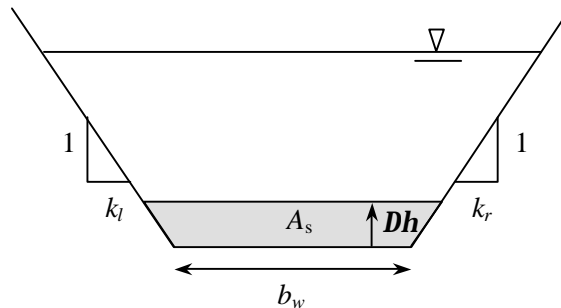


Figura 3. Esquema de la sección transversal con depositación de sedimentos

En la ecuación (17), la barra superior en el caso de los gastos sólidos representa un promedio temporal y en el caso del área de sedimento depositado representa un promedio espacial. Considerando la hipótesis cuasi-estática, que establece que los cambios del lecho son muy lentos comparados con los del flujo, es posible considerar que el promedio temporal del gasto sólido está bien representado por su valor en el inicio del intervalo. Por otro lado, dado que espacialmente existen variaciones de la sección de escurrimiento, el promedio espacial del área de sedimento depositado se calcula como,

$$\overline{A_s} = \overline{k_m} \Delta h_i^2 + \overline{b_w} \Delta h \quad (18)$$

$$k_{mi} = \frac{k_l + k_r}{2} \quad ; \quad \overline{k_m} = \frac{k_{mi} + k_{mi-1}}{2} \quad ; \quad \overline{b_w} = \frac{b_{wi} + b_{wi+1}}{2} \quad (19)$$

Obteniéndose finalmente,

$$\overline{k_m} \Delta h_i^2 + \overline{b_w} \Delta h_i + \frac{\Delta t}{1 - I_s} \cdot \frac{Q_{si} - Q_{si-1}}{x_i - x_{i-1}} = 0 \quad (20)$$

Para evaluar el gasto sólido de fondo se pueden utilizar distintas ecuaciones, como Ackers y White (1973), Parker (1990), Wilcock y Crowe (2003), etc. Esta última es una fórmula que permite manejar los efectos de una granulometría extendida y de fenómenos como la sobreexposición y escondimiento de las partículas. No obstante, dada la gran variabilidad de los valores del gasto sólido predichos por las distintas fórmulas y la falta de información empírica respecto de la validez de ellas en ríos chilenos, por simplicidad se reportan en este trabajo los resultados obtenidos al utilizar la fórmula de Meyer-Peter y Müller (1949), suponiendo que el arrastre de sedimento se realiza por el fondo de la sección sin la participación de los taludes, con lo cual,

$$Q_s = 8b_w \sqrt{Rgd_s^3} (t_* - 0.047)^{3/2} \quad ; \quad t_* = \frac{R_h S_f}{Rd_s} \quad (21a,b)$$

Donde R es la relación específica de densidades, con un valor aproximado de 1,65 para sedimentos naturales, d_s es el diámetro de las partículas de sedimento grueso y t_* representa el esfuerzo de corte adimensional actuando sobre el fondo.

4. MODELO DE CORRIENTES DE TURBIDEZ

4.1 Ecuaciones Gobernantes

Hasta ahora, a excepción de uno aparentemente, todos los modelos de corrientes de turbidez han sido desarrollados sin considerar una influencia desde aguas abajo (Ej, Parker, 1986, Kostic y Parker 2003a). Sin embargo, aquellas corrientes que ocurren en embalses tienen altas posibilidades de alcanzar el muro y de desarrollar resaltos hidráulicos internos. Toniolo et al. (2002) han desarrollado un modelo matemático y numérico que describe la hidrodinámica de una

corriente de turbidez unidimensional, sin efectos de topografía, que puede cambiar de régimen en su trayecto. Las ecuaciones de conservación de volumen, masa y momentum para la mezcla de sedimento fino y agua son,

$$\frac{\partial h_c}{\partial t} + \frac{\partial U_c h_c}{\partial x} = (1 - \mathbf{d})e_w U_c - \mathbf{d}v_s \quad (22)$$

$$\frac{\partial Ch_c}{\partial t} + \frac{\partial U_c Ch_c}{\partial x} = -v_s C \quad (23)$$

$$\frac{\partial U_c h_c}{\partial t} + \frac{\partial U_c^2 h_c}{\partial x} + \mathbf{d}U_c v_s = -\frac{1}{2} Rg \frac{\partial Ch_c^2}{\partial x} + RgSCh_c - C_f U_c^2 \quad (24)$$

Donde h_c es la altura de la corriente de turbidez, U_c la velocidad longitudinal media integrada en la vertical, C es la concentración volumétrica integrada en la vertical, v_s es la velocidad de sedimentación de las partículas finas en un cuerpo de agua en reposo, c_f es un coeficiente de fricción, S es la pendiente longitudinal del fondo y \mathbf{d} es un parámetro que toma un valor unitario en régimen subcrítico y cero en régimen supercrítico. Este parámetro permite incorporar en un solo conjunto de ecuaciones las diferencias existentes en ambos regímenes de la corriente. En el régimen supercrítico existe incorporación de fluido ambiente y la velocidad de sedimentación no tiene influencia en el descenso de la interfaz, mientras que en el régimen subcrítico, donde la turbulencia decae, la interfaz es distinguible, desciende a una velocidad v_s y la incorporación de fluido ambiente se hace despreciable. Finalmente e_w es el coeficiente de incorporación de agua a través de la interfaz, el cual depende del número de Richardson, Ri , y está determinado por la siguiente expresión (Parker, 1986).

$$e_w = \frac{0.00153}{0.0204 + Ri} \quad (25)$$

$$Ri = \frac{gRh_c C}{U_c^2} \quad (26)$$

Según Toniolo et al. (2002) el fenómeno de inmersión, que determina las condiciones de la corriente en el extremo de aguas arriba, está íntimamente relacionado con el grado de mezcla existente en la zona de confluencia. La razón entre la profundidad del flujo en el punto de inmersión, h_p , y la profundidad del flujo sumergido de la corriente en el extremo de aguas arriba, h_d (Figura 1), puede determinarse con la siguiente expresión,

$$c^3 - \frac{c^3}{1 - c}(1 + \mathbf{g})^2 - c^2 \mathbf{g}^2 + \mathbf{g}^2 - \frac{\mathbf{g}^2}{1 + \mathbf{g}}(1 - c)^2 = 0 \quad (27)$$

Donde, \mathbf{g} es el coeficiente que indica el grado de mezcla en la zona de inmersión, con valores entre 0 y 1. Además,

$$c = 1 - j \quad ; \quad j = \frac{h_d}{h_p} \quad (28)$$

$$Fr_p^2 = \frac{1}{2g^2}(1-j)^3 \quad ; \quad Fr_p^2 = \frac{Fr_d^2 j^3}{(1+g)^3} \quad (29a,b)$$

$$Ri = \frac{1}{Fr^2} \quad (30)$$

Fr_p es el número de Froude densimétrico en el punto de inmersión, Fr_d es el número de Froude densimétrico en el flujo sumergido, inmediatamente después del punto de inmersión. La forma de proceder es: especificando g determinar j a partir de (27) y (28), con ambos valores determinar Fr_p y luego Fr_d a partir de (29a,b)

4.2 Modelo Numérico

Escribiendo el sistema (22) a (24) de forma vectorial se tiene,

$$\frac{\partial U_{ct}}{\partial t} + \frac{\partial F_{ct}(U_{ct})}{\partial t} = S_{ct}(U_{ct}) \quad (31)$$

Donde, de manera análoga a (4), U_{ct} es el vector de variables conservadas de la corriente, F_{ct} el de los Flujos y S_{ct} el de los términos fuente, todos los cuales se definen a continuación,

$$U_{ct} = \begin{bmatrix} U_c \\ Ch_c \\ U_c h_c \end{bmatrix} \quad ; \quad F_{ct}(U_{ct}) = \begin{bmatrix} U_c h_c \\ U_c Ch_c \\ U_c^2 h_c + \frac{1}{2} RgCh_c^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$S_{ct}(U_{ct}) = \begin{bmatrix} (1-d)e_w U_c - d v_s \\ -v_s C \\ RgSCh_c - c_f U_c^2 - d v_s U_c \end{bmatrix}$$

El predictor del método numérico utiliza diferencias finitas hacia delante, mientras que el corrector utiliza diferencias finitas hacia atrás. Si se denotan con superíndices p y c a los predictores y correctores respectivamente, el cálculo de la solución en el instante $n+1$ se realiza de la siguiente forma,

$$U_{ct}^p = U_{ct}^n - \frac{\Delta t}{x_{i+1} - x_i} (F_{ct\ i+1}^n - F_{ct\ i}^n) + \Delta t S_{ct\ i}^n \quad (33)$$

$$U_{ct}^c = U_{ct}^p - \frac{\Delta t}{x_i - x_{i-1}} (F_{ct\ i}^p - F_{ct\ i-1}^p) + \Delta t S_{ct\ i}^p \quad (34)$$

$$U_{ct\ i}^{n+1} = \frac{U_{ct\ i}^n + U_{ct\ i}^c}{2} \quad (35)$$

Para eliminar las oscilaciones que se presentan en torno a gradientes altos se utiliza un esquema de viscosidad artificial dado por Jameson et al. (1981). En primer lugar se calculan los siguientes parámetros,

$$\mathbf{e}_i = \frac{|h_{ci+1} - 2h_{ci} + h_{ci-1}|}{|h_{ci+1}| + 2|h_{ci}| + |h_{ci-1}|} \quad ; \quad \mathbf{e}_{i+1/2} = \mathbf{k} \frac{\Delta t}{\Delta x} \max(\mathbf{e}_{i+1}, \mathbf{e}_i) \quad (36)$$

Donde \mathbf{k} es un parámetro que regula la cantidad de viscosidad artificial que se introduce. Luego, las variables conservadas se modifican según la siguiente expresión,

$$f_i^{n+1} = f_i^{n+1} + \mathbf{e}_{i+1/2} (f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}) - \mathbf{e}_{i-1/2} (f_i^{n+1} - f_{i-1}^{n+1}) \quad (37)$$

Como todo esquema numérico explícito, la discretización espacio-temporal está sujeta a la condición de Courant-Friedrichs-Levy, en este caso dada por,

$$N_{CFLc} = \text{Max} \left[\frac{\Delta t}{\Delta x} (|U_{ct}| + \sqrt{gh_{ci}}) \right] \leq 1 \quad 1 \leq i \leq N \quad (38)$$

Como condición inicial se fija una concentración pequeña ($\sim 10^{-3}$) en todo el dominio de la corriente, mientras que el caudal por unidad de ancho en todo el dominio $U_c h_c$ se iguala al que existe en el extremo de aguas arriba determinado por el fenómeno de inmersión, para luego determinar las variables de manera independiente mediante la condición de crisis interna, es decir $Ri=1$. Finalmente la modificación del lecho producto de la depositación de finos se calcula a partir de la siguiente expresión.

$$\Delta h = \frac{dt}{1 - I_m} v_s C \quad (39)$$

Donde I_m es la porosidad del depósito de finos.

5. FUNCIONAMIENTO DEL MODELO COMPLETO

Los tres modelos acoplados funcionan de la siguiente manera. Mediante archivos de entrada, se especifican el ancho basal y los taludes de las secciones transversales, la elevación del fondo, la elevación de la superficie libre y el caudal en régimen permanente para en cada nodo de la grilla. Esta última condición puede determinarse de forma independiente, ejecutando el modelo de flujo a partir de una condición inicial arbitraria. Con las características del flujo y la topografía inicial el modelo calcula el régimen permanente de la corriente de turbidez. De este modo se inicia la simulación calculando los gastos sólidos en cada nodo y la correspondiente modificación del fondo, luego con el perfil longitudinal de concentraciones, determinado por el modelo de la

corriente de turbidez, se calcula la condición final del lecho producto de la depositación de los finos, así para la topografía resultante se repite el procedimiento partiendo por calcular las nuevas condiciones del flujo.

6. APLICACIÓN DEL MODELO.

Se realiza una modelación sobre un embalse tipo con geometría variable y características típicas de alta montaña. El perfil longitudinal del lecho tiene una pendiente alta (1%) que permite el desarrollo de regímenes transcíticos o supercríticos. El caudal se mantiene constante durante el período de modelación e igual a $60 \text{ m}^3/\text{s}$, la concentración volumétrica de sedimento fino afluente se mantiene constante e igual a 0.002. Para el sedimento grueso se utiliza un diámetro de 0.04 m, mientras que el sedimento fino es caracterizado por una velocidad de sedimentación, v_s , de 0.001 m/s, el coeficiente de Manning es $0,03 \text{ s/m}^{1/3}$ y el factor de fricción utilizado para la corriente de turbidez, c_f , es de 0.01. La porosidad de los depósitos de ambos tipos de sedimento tiene un valor de 0.3, aun cuando para los depósitos de finos puede tomar un valor mayor. El coeficiente de mezcla para el punto de inmersión, g , corresponde a 0.6. El dominio del embalse posee 12 km de longitud y se ha dividido en intervalos de 50 m resultando un total de 241 nodos. Tanto para el flujo como para la corriente de turbidez se utiliza un numero de Courant de 0.7, y para ésta última el factor de viscosidad artificial, k , se fija en 0.1.

7. RESULTADOS

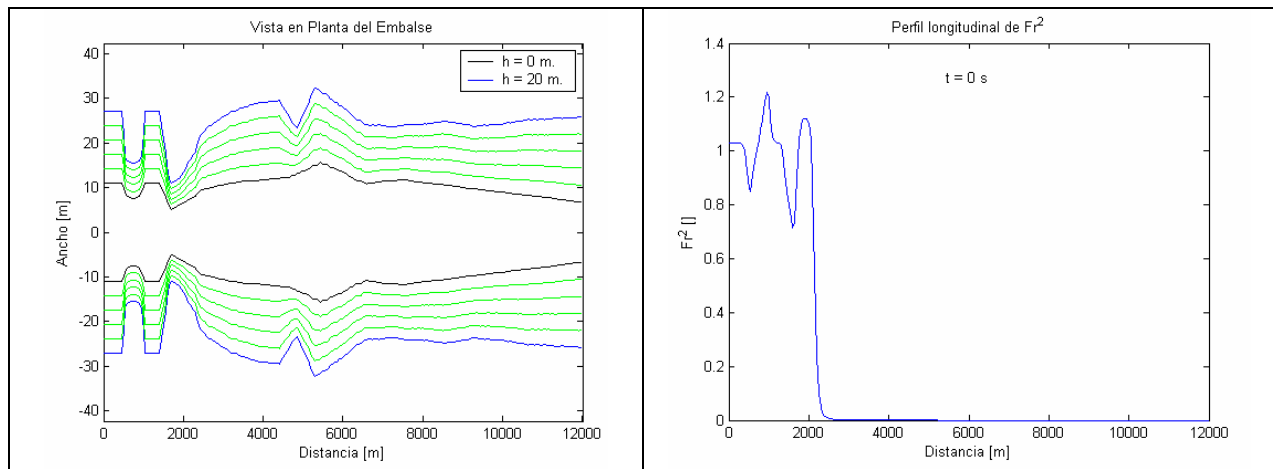


Figura 4. (Izquierda) Vista en planta de la topografía del embalse, ancho basal de las secciones, y ancho superficial a 20 m. (Derecha) Perfil longitudinal del cuadrado del número de Froude en la condición inicial.

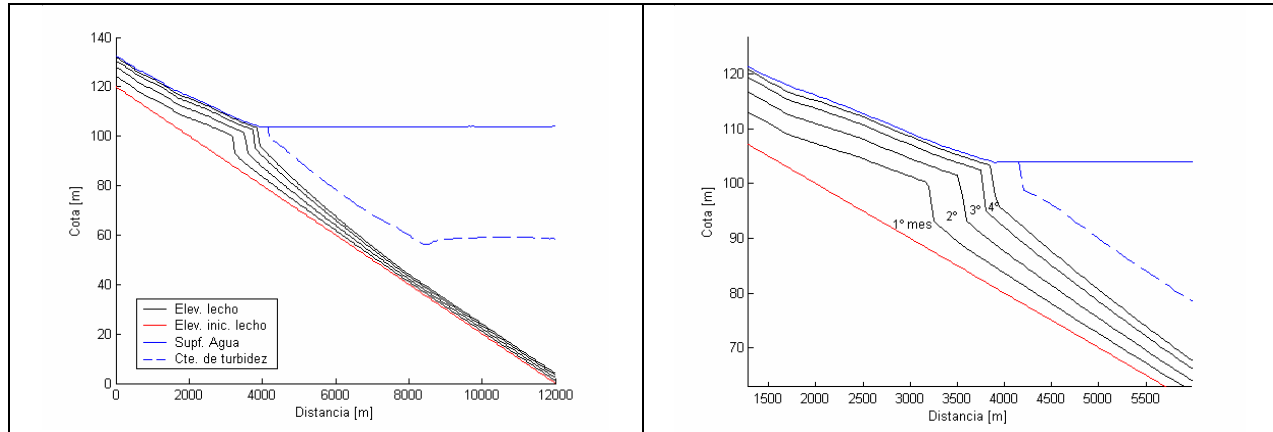


Figura 5. (Izquierda) Elevaciones del lecho, flujo de agua y corriente de turbidez al final de cada mes de la modelación. (Derecha) Acercamiento a la zona del delta.

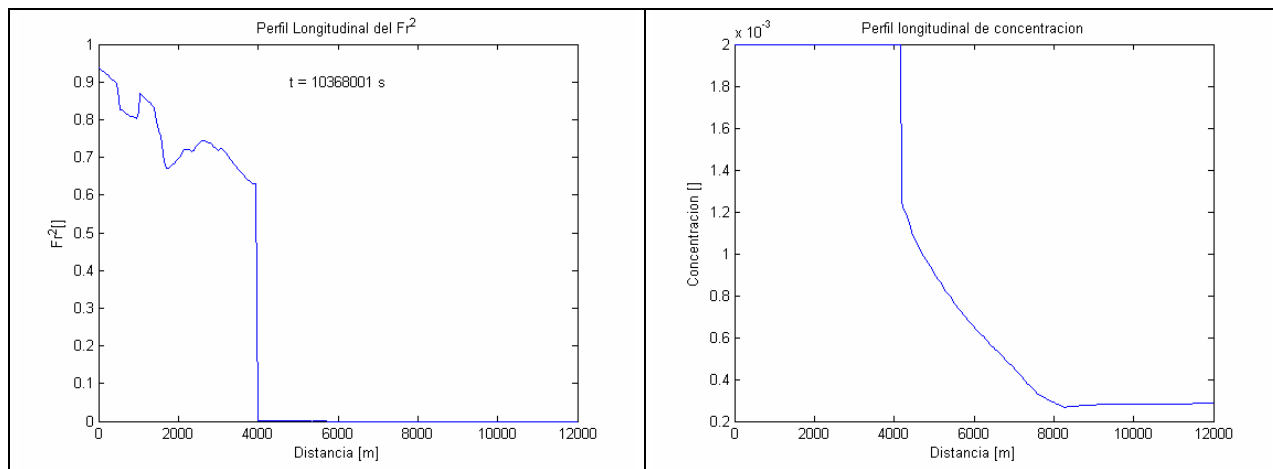


Figura 6. (Izquierda) Perfil longitudinal del cuadrado del número de Froude en la condición final. (Derecha) Perfil longitudinal de concentración de finos en la condición final.

8. DISCUSION Y CONCLUSIONES

El modelo numérico presentado permite simular, de forma conjunta, los procesos de depositación de sedimentos gruesos y finos en un embalse. Los resultados presentados en este trabajo se han generado a partir de condiciones extremas de caudal, pendiente de fondo, topografía y concentración de finos afluente, con el fin de tener una mejor apreciación de los fenómenos de depositación y del desempeño del modelo. El modelo se ejecutó por un periodo de cuatro meses. La depositación de sedimento al final de cada mes puede observarse en la Figura 5. El avance total del delta es de aproximadamente 1 km y está fuertemente determinado por la fórmula de gasto sólido utilizada. La fórmula de Meyer-Peter y Müller no incorpora los efectos de acorazamiento del lecho ni de una granulometría extendida del sedimento. El modelo desarrollado permite además, seleccionar las fórmulas de gasto sólido de Ackers y White (1973), Parker (1990) y Wicock y Crowe (2003), que pueden representar de mejor manera las condiciones de escurrimiento en ríos de alta montaña. Sin embargo, la falta de información empírica que permita validar estas fórmulas para ríos chilenos, y a su vez la escasa información

estadística que existe en nuestro país relativa a la sedimentación en embalses constituyen un obstáculo para su aplicación. En cuanto a la corriente de turbidez, un análisis teórico de las ecuaciones de Toniolo (2002) predice, para el régimen subcrítico, una elevación de la superficie y una concentración de sedimento fino constante en esta zona, lo que el modelo reproduce sin problemas (Figura 5 y Figura 6). La Figura 5 permite apreciar la influencia del depósito de finos sobre el avance del delta, comúnmente modelado en forma independiente. Este avance puede verse alterado significativamente en cauces con alta carga de sedimentos finos. Es necesario notar que hasta el momento no existe un software comercial que resuelva conjuntamente la depositación de finos y gruesos en un embalse, ni que incorpore la modelación de corrientes de turbidez. Muchos de los software que pueden tratar el problema de los sedimentos gruesos tienen serios problemas para representar regímenes supercríticos y no incorporan las fórmulas más recientes para el gasto sólido, todo lo cual es solucionado con este modelo. Actualmente se trabaja en implementar el esquema de numérico de Ying (2004) para resolver la corriente de turbidez, ya que éste posee características conservativas, puede capturar discontinuidades y es más eficiente en términos computacionales que el esquema de MacCormack.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Xinya Ying (NCCHE, Universidad de Mississippi) por su disposición y constante colaboración con este trabajo y al Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile.

REFERENCIAS

Ackers, P., and White, W., R. 1973. Sediment transport: new approach and analysis. *Journal of Hydraulic Division*, Vol. 99, No. HY11, pp. 2041-2060.

Chow, V.T., Maidment, D.R., and Mays, L.W. 1988. *Applied Hydrology*, McGraw-Hill, New York, 570 pp.

De Cesare G., Schleiss, A., Hermann, F. 2001. Impact of Turbidity Currents on Reservoir Sedimentation. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 127, No.1, pp. 6-16.

Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E. 1981. Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes. *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Fluid and Plasma Dynamics Conf.*, Palo Alto, Calif., AIAA. 81-1259.

Kostic, S., y Parker, G. 2003a. Progradational Sand-Mud Deltas in Lakes and Reservoirs. Part 1. Theory and Numerical Modeling. *Journal of Hydraulic Research*, Vol 41, No. 2, pp.127-140.

Kostic, S., y Parker, G. 2003b. Progradational Sand-Mud Deltas in Lakes and Reservoirs. Part 2. Experiments and Numerical Simulation. *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 41, No 2, pp. 141-152.

Mahmood, K., 1987. Reservoir Sedimentation: Impact, Extent, Mitigation. World Bank Report No. 71, Washington, D.C.

Meyer-Peter, E., and Müller, R. 1948. Formulae for bed-load transport. Proceedings, 2nd Congress I.A.H.R., Stockholm, pp. 39-64.

Parker, G., Fukushima, Y. and Pantin, H. M., 1986. Self-Accelerating Turbidity Currents. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 171, pp. 125-136.

Toniolo, H., Lamb, M., and Parker, G. 2002 (Enviado). Depositional turbidity currents in diapiric minibasins on the continental slope: formulation and theory. Journal of Sedimentary Research.

Toniolo, H., Parker, G., and Voller, V. 2002 (Enviado). Role of ponded turbidity currents in reservoir trap efficiency: formulation. ASCE. Journal of Hydraulic Engineering.

Wilcock, P. and Crowe, C. 2003. Surface-based Transport Model for Mixed-Size Sediment. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 129, No. 2, pp. 120-128.

Ying, X., Khan, A. A., Wang, S. S. 2004. Upwind Conservative Scheme for the Saint-Venant Equations. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 130, No.10, pp. 967-987.

Zhou, Z., 1993. Remarks on Reservoir Sedimentation in China. pp. 153-160. In S.S. Fan and G. Morris (editors), Notes on Sediment Management in Reservoirs: National and International Perspectives. Federal Energy Regulatory Commission, Washington, D.C.