



SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA  
XVI CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

## ESTIMACIÓN DE CURVAS IDF USANDO ESCALAMIENTO ESTADÍSTICO

Eduardo A. Varas

Pontificia Universidad Católica de Chile, Casilla 306, Correo 22, Santiago, Chile,  
evaras@ing.puc.cl

### RESUMEN

Las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia de lluvias (IDF) son herramientas tradicionales en el diseño de obras de drenaje urbano y de carreteras. Sin embargo, los registros necesarios para calcularlas son poco frecuentes en las naciones en desarrollo, lo cual justifica el estudio de métodos regionales para poder extrapolar espacialmente la información disponible. Últimamente, se ha demostrado que la lluvia y el escurrimiento, exhiben propiedades de escalamiento estadístico. Esta área abre la posibilidad de usar un enfoque nuevo para relacionar las intensidades de lluvia de diferentes duraciones y genera una opción de extrapolación interesante.

Este trabajo examina las propiedades de escala de las lluvias máximas para estimar curvas IDF en puntos sin información pluviográfica o con datos escasos. Los resultados muestran que las series anuales de lluvias máximas de duraciones entre 1 y 48 horas quedan bien representadas por el modelo de valores extremos tipo I y que los momentos a distintas escalas cumplen una relación logarítmica lineal. Por consiguiente, las lluvias máximas exhiben propiedades de escala estadística y por lo tanto este método permite estimar las curvas IDF.

### ABSTRACT

Intensity duration frequency relationship (IDF) is a traditional tool for hydrologic design of structures such as culverts and urban drainage works. In the last decades, IDF maps suitable for design or for preliminary sizing of structures have been published. However, in developing nations, this information is seldom available. This justifies the study of regional or geographic extrapolation of parameters.

It has been found that rainfall exhibits multiscaling properties and hence cascade type models have been used to simulate and generate rainfall. This area opens a new approach to study the properties of annual maximum rainfall series of different durations and generates an interesting extrapolation possibility.

This paper examines the scaling properties of maximum annual rainfall series in order to estimate IDF curves in places with no recording gages or points where information is scarce. Results indicate that the Extreme Value type I distribution is adequate to represent rainfall intensity for durations between 1 and 48 hours and that statistical moments obey a logarithmic linear relationship. Hence, annual series of maximum rainfall intensities exhibit statistical scaling properties and hence this is a convenient approach to obtain IDF curves or to estimate them when recording data is scarce.



## ESTIMACIÓN DE CURVAS IDF USANDO ESCALAMIENTO ESTADÍSTICO

### INTRODUCCIÓN

Las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF), se emplean en el diseño de obras de drenaje y relacionan la intensidad de la lluvia ( $i$ ), la duración ( $d$ ) y la frecuencia o período de retorno ( $T$ ). Representan una síntesis probabilística del procesos de precipitación y se obtienen del análisis de frecuencia de una familia de variables aleatorias, las intensidades de lluvia, en función de su duración. La información requerida para obtenerlas son los registros pluviográficos, los cuales no se encuentran siempre disponibles, y los proyectistas deben recurrir a métodos alternativos para estimar las curvas IDF. Las alternativas que se acostumbran a emplear para superar esta limitación es recurrir a modelos que distribuyen valores diarios en intervalos menores, el desarrollo de relaciones regionales y últimamente emplear modelos basados en las propiedades de escala de las lluvias.

En algunos casos, se ha estudiado la variación espacial de las relaciones IDF y se han generados mapas para representar las intensidades de lluvia asociadas a una determinada frecuencia. Estos mapas son una valiosa ayuda en el diseño (3,4,7,9 y 10) y entregan intensidades de lluvia útiles para el dimensionamiento de las obras de drenaje. También, se han propuesto métodos aproximados para suplir la información existente. (1,11)

Este trabajo examina si se cumplen las leyes de escalamiento estadístico en las series anuales de lluvias máximas en Chile y analiza la posibilidad de usar este procedimiento para estimar las relaciones IDF.

### ESCALAMIENTO ESTADÍSTICO

El escalamiento puede definirse como la transferencia de información o el establecimiento de relaciones entre magnitudes espaciales o temporales de diferentes escalas. Se han encontrado relaciones para estimar los momentos de lluvias y caudales a distintas escalas de tiempo o tamaño de las cuencas. ( 6,2,8)

El escalamiento estadístico implica que las series anuales de las lluvias con diferentes escalas quedan representadas por el mismo modelo probabilístico y que los momentos de la variable aleatoria son proporcionales a una función de transformación de escala. Ello significa que la variable aleatoria (intensidad de lluvia) para una escala determinada ( $I_d$ ) queda representada por el mismo modelo probabilístico que los valores correspondientes a otra escala ( $I_D$ ). Las intensidades de lluvia se transforman de una escala a otra usando la función de transformación de escala ( $h(d, D)$ ) mediante la siguiente condición matemática:

$$I_d \cong h(d, D)I_D = \left(\frac{d}{D}\right)^b I_D$$



Una forma simple para la función de transformación es una función potencial de la razón de las correspondientes duraciones. En este caso los momentos de diferentes escalas quedan relacionados por:

$$E(I_d^r) = \left(\frac{d}{D}\right)^{rb} E(I_D^r)$$

y por lo tanto

$$\ln(E[I_d^r]) = \ln(E[I_D^r]) + rb \ln(d/D) = a_r + rb \ln(d/D)$$

Si el exponente  $\beta$  se mantiene constante para toda la región, se dice que existe escalamiento simple. En caso contrario se tiene un proceso con escala múltiple. Menabde y Sivapalan (8) validaron este tipo de modelo para dos localidades en Australia y encontraron que el coeficiente ( $\beta$ ) era del orden de 0,76.

También se puede establecer una relación adimensional entre los momentos de diferentes escalas :

$$E(I_d^r / I_D^r) = \left(\frac{d}{D}\right)^{rb}$$

$$\ln(E[I_d^r / I_D^r]) = a_r + rb \ln(d/D)$$

En general el coeficiente  $\alpha_r$  debe ser nulo o significativamente no diferente de cero.

## ZONA DE ESTUDIO Y DATOS

La base de información usada incluye un total de 798 años de registros pluviográficos pertenecientes a 33 estaciones con registros superiores a 10 años. La ubicación y características principales de los datos se muestra en la Tabla 1. (5)

Las estaciones representan una amplia variedad de climas. Hay lugares con climas áridos con lluvias anuales promedio de 100 mm hasta localidades donde la lluvia anual promedio supera los 4000 mm. Las localidades en el norte de Chile (Lat 20S – 30S) son representativas de climas áridos o semi-desérticos con pocos episodios de lluvia. Las estaciones en Chile central (Lat 30S – 40S) tienen climas mediterráneos con veranos secos y cálidos e inviernos lluviosos, mientras que las estaciones en el sur (Lat 40S – 53S) tienen lluvias repartidas más o menos uniformemente durante el año.



**Tabla 1: Estaciones Pluviográficas**

Número	Lugar	Latitud (S)	Longitud (W)	Elevación (m)	Intensidad de lluvia en 24 horas				
					Promedio (mm)	Desviación estándar (mm)	Valor de 10 años de período de retorno	Registro	Años
1	Lequena	21°39	68°40	3.320	0.51	0.32	1.02	1978-1994	17
2	Toconce	22°16	68°11	3.350	0.91	0.43	1.65	1981-1998	12
3	Rivadavia	29°58	70°34	850	1.73	1.05	3.38	1976-1997	21
4	La Paloma	30°41	71°02	430	1.59	1.11	3.24	1963-1999	36
5	Illapel	31°38	71°11	290	1.59	0.96	3.09	1976-1999	23
6	La Tranquilla	31°54	70°40	975	1.53	1.29	3.53	1976-1999	24
7	Quillota	32°54	71°13	130	1.67	0.87	3.10	1979-1999	15
8	Rungue	33°01	70°54	750	3.09	1.91	6.21	1979-1998	16
9	Lago Peñuelas	33°09	71°32	360	4.85	2.50	8.79	1974-1999	21
10	Los Panguiles	33°26	71°01	250	1.81	1.24	3.86	1986-1999	14
11	Santiago	33°27	70°42	520	1.77	0.82	2.99	1917-1999	82
12	Pirque	33°40	70°35	670	2.35	1.08	4.04	1972-1998	23
13	Melipilla	33°42	71°13	200	2.20	1.23	4.11	1976-1998	23
14	Rapel	33°57	71°52	50	2.55	1.09	4.26	1961-1982	21
15	Llallauquén	34°15	71°26	113	2.09	0.96	3.68	1983-1999	14
16	San Fernando	34°35	70°59	350	3.86	1.78	6.51	1963-1999	36
17	Curicó	34°58	71°14	228	2.84	0.85	4.20	1979-1999	18
18	Armerillo	35°42	71°05	470	8.47	3.03	12.96	1962-1999	38
19	Chillán	36°37	72°07	140	3.47	1.31	5.53	1974-1998	22
20	Concepción	36°50	73°03	10	2.92	0.93	4.33	1961-1999	33
21	Polcura en Balseadero	37°19	71°32	740	4.79	1.19	6.56	1959-1999	38
22	Quilaco	37°41	71°59	250	3.28	1.16	5.04	1965-1998	29
23	Temuco	38°45	72°35	114	2.38	0.67	3.40	1966-1999	30
24	Pullinque	39°35	73°13	145	3.63	1.11	5.41	1963-1982	19
25	Valdivia	39°37	73°05	19	3.17	1.12	4.95	1979-1999	20
26	Osorno	40°36	73°03	65	2.12	0.73	3.29	1980-1999	18
27	Ensenada	41°12	72°32	51	3.45	1.20	5.35	1963-1982	20
28	Puerto Montt	41°25	73°05	85	2.44	0.92	3.85	1973-1999	25
29	Lago Chapo	41°26	72°35	247	3.98	1.60	6.59	1983-1999	16
30	Canutillar	41°31	72°23	452	5.88	1.36	8.04	1966-1984	19
31	Chaitén	42°55	72°43	3	3.32	0.96	4.84	1979-1999	19
32	Puerto Aysén	45°24	72°40	11	2.21	0.59	3.18	1985-1999	15
33	Punta Arenas	53°00	70°51	37	1.16	0.40	1.79	1979-1999	21



## RESULTADOS

En cada lugar se recopiló las series anuales de precipitaciones máximas de duraciones comprendidas entre 1 y 48 horas. Estas series se sometieron a un análisis de frecuencia, usando un modelo de valores extremos tipo I (VEI) o distribución Gumbel. Mediante el test chi-cuadrado se concluyó que este modelo representa adecuadamente las series anuales, ya que el modelo es rechazado sólo en el 3% de los casos analizados con un nivel de significancia del 5%.

Se establecieron ecuaciones de regresión logarítmicas para estimar los primeros tres momentos en cada estación en función de la escala. (Ec.2). Los coeficientes de regresión y los coeficientes de correlación de los dos primeros momentos se muestran en la Tabla 2 para las regiones centro y sur de Chile. Las relaciones de regresión exhiben un comportamiento lineal en todos los casos, lo cual demuestra que se tiene una función de transformación de escala como la indicada previamente.(Fig. 1) Los coeficientes de correlación son mayores a 0,95, de modo que los modelos de regresión explican un alto porcentaje de la varianza de la muestra. La pendiente de las relaciones sigue el comportamiento proporcional de la Ec. 2, de manera que puede concluirse que una relación de escala simple es una aproximación razonable en este caso. Las estaciones se agruparon geográficamente en 6 regiones, considerando la longitud, latitud y elevación del lugar. En cada una de los grupos se combinaron los datos sin dimensión, dividiéndolos por el promedio de los valores de intensidad de lluvia en 24 horas, para establecer relaciones regionales adimensionales. El término constante resulta muy pequeño en cada grupo y no significativamente diferente de cero, por lo cual se calcularon ecuaciones de regresión con intercepto nulo.

Se estimaron momentos para cada escala con estas relaciones y con ellos se calcularon en cada caso los parámetros de un modelo de valores extremos tipo I. Con los parámetros de la distribución VEI para diferentes escalas se puede obtener una estimación de las curvas IDF en cada lugar. Se supuso conocidos los dos primeros momentos para una duración de 24 horas, estadísticos que se pueden estimar con los datos pluvio métricos.

Se obtuvo también, una relación regional, válida para todas las estaciones de cada zona, suponiendo conocidos los dos primeros momentos correspondientes a una duración de 24 horas. Los momentos calculados para cada escala se usaron para estimar los parámetros del modelo de distribución de valores extremos I. La Figura 1 muestra las relaciones entre momentos para dos regiones.

La Figuras 2 compara los resultados de los procedimientos para Rapel. En general se puede apreciar un buen ajuste entre las curvas calculadas con datos observados y las estimadas por los procedimientos descritos. Resultados similares se obtuvieron para todas las localidades.



**Tabla 2: Coeficientes de Regresión y Correlación**

Lugar	Beta1	Alfa1	Beta2	Alfa2	R1	R2
12	-0,4249	0,8559	-0,7809	1,9036	-0,970	-0,980
8	-0,4108	1,1320	-0,7500	2,5602	-0,962	-0,960
13	-0,4362	0,7885	-0,8386	1,8162	-0,958	-0,963
7	-0,5085	0,5258	-0,9561	1,2770	-0,958	-0,964
14	-0,4974	0,9442	-0,9530	2,0416	-0,982	-0,984
9	-0,4273	1,5851	-0,8313	3,4031	-0,970	-0,964
10	-0,5251	0,5862	-1,0112	1,5521	-0,972	-0,968
15	-0,5187	0,7465	-1,0027	1,6588	-0,976	-0,981
17	-0,4389	1,0348	-0,8708	2,1521	-0,974	-0,978
16	-0,4123	1,3581	-0,7948	2,8909	-0,971	-0,977
18	-0,3132	2,1378	-0,5978	4,3885	-0,963	-0,965
22	-0,5013	1,1754	-0,9808	2,4593	-0,992	-0,994
21	-0,3652	1,5698	-0,7217	3,1964	-0,980	-0,981
Región 3	-0,4656	0	-0,9311	0	0,894	0,894
24	-0,4258	1,2827	-0,8300	2,6500	-0,993	-0,994
26	-0,5770	0,7541	-1,1475	1,6070	-0,982	-0,984
23	-0,5618	0,8733	-1,1232	1,8187	-0,983	-0,984
25	-0,4411	1,1585	-0,8621	2,4047	-0,972	-0,973
28	-0,5248	0,8759	-1,0240	1,8666	-0,989	-0,990
29	-0,3867	1,3793	-0,7387	2,8747	-0,970	-0,970
31	-0,4928	1,2037	-0,9900	2,4814	-0,986	-0,988
30	-0,3685	1,7747	-0,7338	3,5974	-0,969	-0,970
Región 5	-0,4724	0	-0,9447	0	0,925	0,925

## CONCLUSIONES

Los resultados permiten concluir lo siguiente:

- Las series anuales de lluvias máximas en un rango amplio de climas exhiben un comportamiento de escalamiento estadístico, ya que las variables con diferentes escalas se representan adecuadamente por el mismo modelo probabilístico y los momentos en función de la escala muestran un comportamiento logarítmico lineal. Dada la variedad de climas, se prevé que este procedimiento también es aplicable en otras situaciones.
- Al usar los momentos estadísticos calculados con las relaciones logarítmico lineal se pueden estimar parámetros para representar las series anuales de lluvias máximas con un modelo de distribución. En este caso se prefirió el modelo VEI. Con el modelo de distribución ajustada a diferentes escalas se puede calcular la familia de curvas IDF, lo cual demuestra que el



enfoque usando las propiedades de escala es conveniente para estimar las curvas IDF en situaciones de información escasa.

- c) Los resultados obtenidos para todas las localidades estudiadas son similares a las curvas que se obtienen empleando las series observadas. Las frecuencias empíricas concuerdan con los resultados obtenidos con el método propuesto en climas desérticos de montaña (Lequena) y climas marítimos húmedos (Punta Arenas) con diferencias de pluviometría importantes.
- d) Las relaciones regionales basadas en escalamiento estadístico son un método adecuado, siempre que se puedan estimar en forma precisa los momentos para lluvias de 24 horas. Ello puede lograrse haciendo uso de los datos pluviométricos, que son más extensos y de mayor disponibilidad que los pluviográficos.
- e) Los parámetros que se incluyen en la Tabla 2 sintetizan la información contenida en los datos de lluvias máximas y representan adecuadamente las propiedades de las series de la región estudiada. Al obtener relaciones precisas para estimar los momentos de las lluvias de 24 horas, el procedimiento es un enfoque adecuado para realizar estimaciones de las familias de curvas IDF en aquellos casos en que la información observada sea escasa o inexistente.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece a LEN Ingenieros Consultores por el uso de la información pluviográfica, recopilada en el marco del estudio para actualizar el Manual de Carreteras de la Dirección de Vialidad.

## REFERENCIAS

- (1) Bell F.C. (1969) Generalized rainfall-duration-frequency relationships, *Jour. of Hydraulic Eng. ASCE*, 95(HY1), 311-327.
- (2) Burlando P. y Rosso R. (1996) Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. *Journal of Hydrology*, 187, 45-64.
- (3) Canterford, R.P., Pescod, N.R., Pearce, N.H., Turner, L.H., Atkinson, R.J. (1987) Frequency analysis of Australian rainfall data as used for flood analysis and design. En Regional Flood Frequency analysis. Proc. Int. Symp. On flood Frequency and Risk Analysis. May 14-17, Louisiana State University, Baton Rouge, USA.
- (4) Dirección General de Aguas (1990) Mapas de Precipitaciones Máximas en 24, 48 y 72 horas. Ministerio de Obras Públicas, Chile.
- (5) Dirección de Vialidad (2003) Manual de Carreteras. Cap 2400 y 3700. Ministerio de Obras Públicas, Chile.
- (6) Gupta, V. y Waymire, E. (1990) Multiscaling properties of spatial rainfall and river flow distributions, *Journal of Geophysical Research*, 95(D3), 1999-2009.

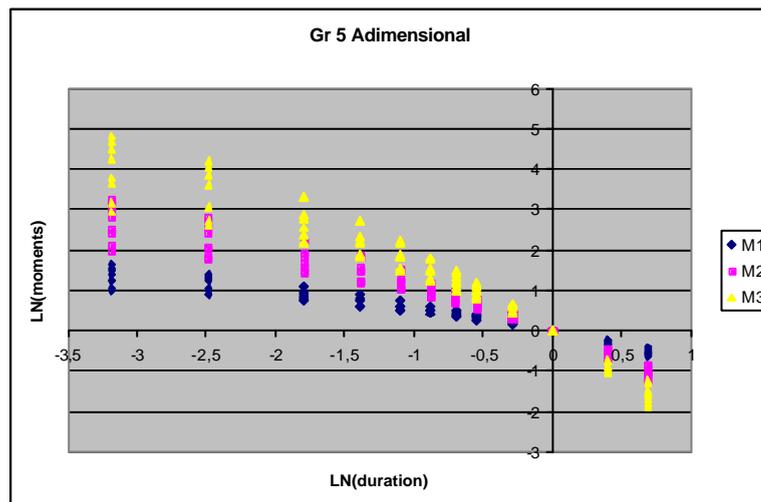
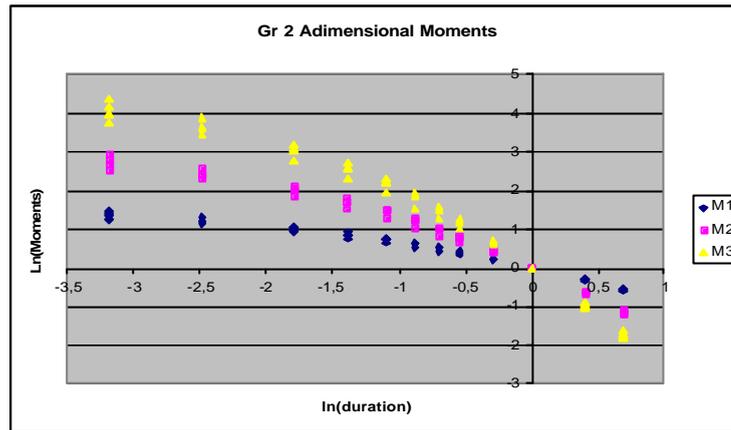


- (7) Herschfield, D.M. (1961) Rainfall frequency atlas for the United States for durations from 30 min to 24 hours and return periods from 1 to 100 years. US Weather Bureau Technical Paper 40, Washington, D.C.
- (8) Menabde, M. y Sivapalan, M. (2000) Modeling of rainfall time series using bounded random cascades and Levy stable distributions. *Water Resources Research*, 36 (11), 3293-3300.
- (9) Miller J.F., Frederick R.H., Tracey R.J. (1973) Precipitation frequency analysis of the western States. NOAA Atlas 2. National Weather Service, NOAA, US Department of Commerce, Silver Spring, MD.
- (10) NERC (1975) National Environment Research Council. Flood Studies Report. Institute of Hydrology, Wallingford, England.
- (11) Varas E. y Sánchez S. (1984) Curvas generalizadas de intensidad-duración-frecuencia de lluvias, *Apuntes de Ingeniería*, vol 38, 73-90.



**Figura 1 : Momentos Adimensionales para diferentes escalas**

**Regiones 2 y 5**





## Curvas IDF Rapel (Lat 34S)

