

2.6.- RASTREO HIDROLOGICO DE CRECIDAS. COMPARACION ENTRE METODOS DIFUSIVOS

RUBÉN SALGADO C. ¹
ENRIQUE ALVAREZ H. ²
LEOPOLDO ARRIAGADA O. ³

RESUMEN

Se presentan dos métodos numéricos para el rastreo de ondas difusivas en canales, propuestos por Morikawa y Brakensiek, respectivamente, y se muestra su similitud con la analogía de la onda difusiva. Se comparan las características de los modelos difusivos con los modelos cinemáticos y dinámicos, con el fin de recomendar el más conveniente para ser usado en un programa general para la modelación del escurrimiento impermanente en redes de canales.

En las ecuaciones (5) y (6) a la celda No. 1 del canal. En cada iteración se resuelven las ecuaciones algebraicas no lineales (5) y (6) para obtener Q_1 y Q_2 . Se repite el proceso para las celdas siguientes. Si los caudales no convergen en un número determinado de iteraciones, se recomienda usar el método de Newton-Raphson. Se repite el proceso para las celdas siguientes. Si los caudales no convergen en un número determinado de iteraciones, se recomienda usar el método de Newton-Raphson. Se repite el proceso para las celdas siguientes. Si los caudales no convergen en un número determinado de iteraciones, se recomienda usar el método de Newton-Raphson.

¹ Ingeniero Civil, Ph.D., Gerente de Operaciones, ESSEL S.A.
² Ingeniero Civil, Ph.D., Departamento de Ingeniería en Obras Civiles, Universidad de Santiago.
³ Ingeniero Civil, CADE IDEPE.

1.- INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones de Saint Venant describen el denominado modelo "dinámico" o "hidráulico" del escurrimiento impermanente en canales, dando lugar a un sistema de ecuaciones hiperbólicas en dos variables, formado por la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (1)$$

y por la ecuación de la dinámica o del momentum:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI \right) - gA(S_0 - S_f) = qV_x \quad (2)$$

con la simbología usual, definida en Salgado et al. (1997). Despreciando las fuerzas de inercia, la ecuación de la dinámica se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial x} (gI) - gA(S_0 - S_f) = qV_x \quad (3)$$

la que, junto a la ecuación (1), conforman el "modelo de onda difusiva". Desarrollando la integral de Escoffier y despreciando la velocidad del caudal lateral, la ecuación de la dinámica (3) reduce a:

$$S_0 = S_f + \frac{\partial y}{\partial x} \quad (4)$$

La introducción del término $\partial y / \partial x$ implica una corrección en la curva de descarga (por la pendiente de la superficie), dando lugar a un régimen gradualmente variado. La ecuación con la ecuación (1), representan un escurrimiento impermanente gradualmente variado.

2.- MÉTODOS DE SOLUCIÓN

En el presente trabajo las ecuaciones (1) y (4) se aproximan mediante diferencias finitas obteniendo dos esquemas implícitos, uno propuesto por Brakensiek et al. (1966), y el segundo original, basado en la combinación de las ecuaciones de continuidad y de momentum planteado por Morikawa (1957). En lo sucesivo, se omiten los desarrollos algebraicos, los que se detallan en Arriagada (1996).

La solución del modelo de la onda difusiva requiere conocer las condiciones iniciales y de borde. Las condiciones iniciales corresponden a un eje hidráulico conocido en todo el canal. Necesitan dos condiciones de borde, una en la sección de aguas arriba, usualmente un hidrograma de crecida, y otra en la sección de aguas abajo, usualmente la curva de descarga de una sección control: vertederos, compuertas, gradas, etc.

2.1. Método de Brakensiek

Una investigación de Brakensiek et al. (1966), permitió formular un procedimiento para el rastreo de ondas difusivas en canales.

2.1.1.- Planteamiento de las ecuaciones y solución numérica

Las ecuaciones de continuidad (1) y dinámica (4) constituyen la base teórica sobre la cual se sustenta esta metodología. Considerando la discretización y celda definida en la Figura 1, las ecuaciones (1) y (4) se aproximan como:

$$\lambda(Q_4 - Q_3) + A_3 + A_4 = \alpha \quad (5)$$

$$\frac{y_4 - y_3}{\Delta x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{Q_3}{k_3} \right)^2 + \left(\frac{Q_4}{k_4} \right)^2 \right] = \beta \quad (6)$$

donde α y β son función de las variables de estado en el tiempo anterior y λ depende de la discretización. "k" es una relación funcional única, del tipo $S_f = \left(\frac{Q}{k} \right)^2$, en la cual se puede utilizar la ecuación de Chezy, o la de Manning.

2.1.2.- Procedimiento computacional

En cada intervalo de tiempo " Δt " existe un total de "2n" incógnitas (Q e y), con "n" igual al número de secciones del canal. Esto quiere decir, que para cada intervalo de tiempo, las ecuaciones (5) y (6) se aplican "n-1" veces cada una. A lo anterior se debe agregar dos condiciones de borde, para definir bien el problema, el que resulta ser no-lineal. Brakensiek et al. (1966) desarrollaron un procedimiento de cálculo iterativo que consta de 4 pasos:

- Aguas abajo se supone una sección transversal " A_4 ", con lo cual se puede obtener la respectiva altura de escurrimiento " y_4 ".
- Utilizando la curva de descarga, y conocida la altura de escurrimiento " y_4 ", se determina el caudal de aguas abajo " Q_4 ".
- Para un tiempo dado, se aplican las ecuaciones (5) y (6) a la celda No. 1 del canal. En cada celda se genera un sistema de dos ecuaciones algebraicas no-lineales (5) y (6), cuyas incógnitas son Q_3 e y_3 , las que se resuelven iterativamente (p.e. método de Newton-Raphson). Se prosigue con las celdas aguas arriba, hasta obtener un caudal (Q_3) y una altura (y_3) en todas las secciones.
- Determinado el caudal de extremo de aguas arriba, se compara con el de la condición de borde, p.e. con el caudal que provee el hidrograma de crecida. Si los caudales no coinciden, se modifica la sección transversal " A_4 ", de aguas abajo, para luego calcular " y_4 " y, posteriormente, continuar con lo especificado en b, c y d. Si los caudales coinciden se incrementa el tiempo en un intervalo " Δt " y se repiten los pasos a, b, c y d.

2.2. Método de Morikawa

2.2.1.- Planteamiento de las ecuaciones

Las suposiciones realizadas para obtener este modelo difusivo, son:

- Canal rectangular y de ancho superficial "B".
- El caudal lateral "q" es constante en el tiempo y espacio.
- La relación entre el caudal "Q" y la altura "y", es única, igual como ocurre en la modelación de

onda cinemática (flujo uniforme).

Se combinan las ecuaciones (1) y (4) para acoplarlas en una sola ecuación parabólica de segundo orden, lo que se consigue introduciendo la altura de escurrimiento "y" en lugar de "A" en la ecuación de continuidad (1), para luego eliminarla utilizando la ecuación de la dinámica, obteniéndose la ecuación parabólica cuasi-lineal y de segundo orden:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \left(\frac{k^2}{2QB} \right) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \left(\frac{Q}{kB} \frac{dk}{dy} \right) \frac{\partial Q}{\partial x} + \left(\frac{q}{kB} \frac{dk}{dy} \right) Q \quad (7)$$

Morikawa (1957) obtuvo la misma ecuación anterior, con los mismos supuestos, sin embargo no presentó una metodología para resolverla.

2.2.2.- Método propuesto para resolver la ecuación de Morikawa

Si se conociera la altura "y" en todos los puntos de la discretización y si la única incógnita fuera el caudal, encontrar la solución numérica de (7) no sería difícil, como se verá más adelante. El problema es que en un escurrimiento no uniforme, sea este permanente ó impermanente, existe una relación única entre el caudal y la altura de escurrimiento. La altura ya no es una función del caudal, sino que además lo es de la pendiente de la línea de energía, la que es variable [Chow et al. (1988), Cap 10].

Lo anterior, se puede visualizar en la Figura 2, donde claramente se dan todos los casos de escurrimiento impermanente, según los términos que se consideren en la ecuación del momento (2).

Las condiciones iniciales y de borde para resolver la ecuación (7) son las mismas que adoptaron en el método de Brakensiek.

En la Figura 3 se muestra la discretización y se introducen dos celdas, con las que se procede de manera similar al caso del método de Brakensiek, y con la discretización y aproximación propuestas por Arriagada (1996), para la celda N°1, se llega a:

$$(1-\theta_1) \left[\frac{Q_1 - Q_2}{\Delta t} \right] + \theta_1 \left[\frac{Q_4 - Q_2}{\Delta t} \right] = \frac{k_1^2}{2Q_1 B_1} F(Q, x) + \frac{Q_1}{B_1 k_1} \left(\frac{dk}{dy} \right) \left[q_{L1} + (\theta_1 - 1) \left[\frac{Q_1 - Q_2}{\Delta x} \right] - \theta_1 \left[\frac{Q_4 - Q_2}{\Delta x} \right] \right]$$

De igual manera, para la celda N°2, se obtiene:

$$(1-\theta_2) \left[\frac{Q_2 - Q_3}{\Delta t} \right] + \theta_2 \left[\frac{Q_6 - Q_3}{\Delta t} \right] = \frac{k_2^2}{2Q_2 B_2} F(Q, x) + \frac{Q_2}{B_2 k_2} \left(\frac{dk}{dy} \right) \left[q_{L2} + (\theta_2 - 1) \left[\frac{Q_2 - Q_3}{\Delta x} \right] - \theta_2 \left[\frac{Q_6 - Q_3}{\Delta x} \right] \right]$$

con:

$$F(Q, x) = (1-\theta_1) \left[\frac{Q_5 - 2Q_2 + Q_1}{\Delta x^2} \right] + \theta_1 \left[\frac{Q_6 - 2Q_4 + Q_3}{\Delta x^2} \right] \quad (10)$$

donde dk/dy se obtiene a través de las expresiones de Manning o Chezy y los coeficientes de ponderación θ_i se obtienen de una calibración con respecto al modelo dinámico y resultan ser 0,6.

Se observa que las ecuaciones (8) y (9) son un sistema no-lineal en los caudales al instante "i+1", cuya solución es vía Newton-Raphson.

2.3.- Analogía de la onda difusiva

Se basa en el método Muskingum (Salgado et al. (1997), donde la ecuación de continuidad es una función de tres variables: caudal de entrada, de salida y almacenamiento. Discretizando esta ecuación en el espacio, se tiene:

$$\frac{ds}{dt} = Q(x, t) - Q(x + \Delta x, t) \quad (11)$$

Muskingum considera una relación lineal entre almacenamiento (S) y el caudal de entrada y salida, de tal modo que:

$$S = K[\theta Q(x, t) + (1-\theta)Q(x + \Delta x, t)] \quad (12)$$

Expandiendo el caudal de salida en torno al caudal de entrada mediante series de Taylor, derivando (12) con respecto al tiempo, introduciendo la ecuación de continuidad (1) sin caudal lateral, despreciando términos de tercer orden y suponiendo una relación única entre "Q" e "y", se obtiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\Delta x}{K} \frac{\partial Q}{\partial x} = \left[\Delta x(1-\theta) - \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{K} \right] \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (13)$$

Cunge (1969) (ver Miller y Cunge, 1975) también obtuvo la ecuación (13), linealizando todos los términos de la ecuación de onda dinámica, su resultado es:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = \left(\frac{Q_0}{2B_0} \right) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (14)$$

donde "c" es la celeridad de la onda cinemática, y el término entre paréntesis es el coeficiente de difusión.

Dada la similitud entre (7) y (14), se aprecia que la solución numérica es similar a la del método de Morikawa.

3.- COMPARACIÓN ENTRE LOS MODELOS DINÁMICO, CINEMÁTICO Y DIFUSIVO

Para comparar los métodos de Brakensiek, Morikawa y la Analogía de la onda difusiva con los modelos de onda dinámica y cinemática (ver Salgado et al. 1997), se considera un canal trapecial de 2 m de ancho, 0,5 de talud, rugosidad de Manning de 0,0225, 1.000 m de longitud. El tiempo de simulación es de 4500 segundos, la discretización espacial es de 200 m y la temporal de 900 segundos. Se considera un régimen de río peraltado en pendiente suave, con pendientes entre 0,001 y 0,004, con números de Froude entre 0,3485 y 0,6944, respectivamente.

Los hidrogramas de entrada y salida de los tres métodos anteriores, para la sección ubicada a 600 m aguas abajo, con pendiente de fondo 2,5 por mil, se muestran en la Figura 4 y en la Tabla 1. La Tabla 2 contiene los errores producidos en la estimación de los caudales máximos y tiempos al caudal máximo, con respecto a la solución de la onda dinámica.

Las Figuras 5, 6 y 7 muestran los errores porcentuales producidos al estimar los caudales y tiempos máximos, en secciones ubicadas a 200, 600 y 1000 m, tomando como referencia el modelo de la onda dinámica.

4.- CONCLUSIONES

Los modelos de Brakensiek y Morikawa resultaron ser aptos para rastrear crecidas en canales de régimen subcrítico. Los errores máximos producidos llegan hasta un valor de 11% en la previsión de los caudales máximos, y entre un 20% y un 25% en la previsión de tiempo caudal máximo.

El modelo de Brakensiek resultó ser, en general, más exacto que los restantes métodos estudiados.

La analogía de la onda difusiva y la solución analítica del modelo de onda cinemática resultan ser bastante similares en la previsión de caudales y tiempos máximos. Se recomienda el uso de la metodología de Brakensiek para régimen de río y de pendiente suaves mayores que 1 por mil.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT) a través del proyecto 1931190.

REFERENCIAS

- ARRIAGADA L. (1996), "Análisis del flujo impermanente en redes de canales mediante un esquema numérico híbrido. IV. Modelos hidrológicos", Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería en Obras Civiles, Universidad de Santiago.
- BRAKENSIEK D.L., HEATH A.L. y COMER G.H. (1966), "Numerical techniques for small watershed flood routing", Agriculture Research Service 41-113, U.S. Dept. of Agriculture, Washington D.C., February, citado por Mahmood y Yevjevich (1975), Cap. 5.
- CHOW V.T., MAIDMENT D.R. y MAYS L.W. (1988), "Applied hydrology", McGraw Hill.
- MAHMOOD K. y YEVJEVICH V. (Editores) (1975), "Unsteady Flow in open channels", Vol. I, Water Resources Publications, Colorado, USA.
- MORIKAWA G.K. (1957), "Non linear diffusion of flood waves in rivers", Communications on pure and applied mathematics, Vol. 10, No. 2, citado por Mahmood y Yevjevich (1975), Cap. 5.
- SALGADO R., ALVAREZ E. y ARRIAGADA L. (1997), "Rastreo hidrológico de crecidas. Comparación entre modelos cinemáticos", (este Congreso).
- MILLER W.A. y CUNGE J.A. (1975), "Simplified equations of unsteady flow", Cap. 5, Mahmood y Yevjevich (1975).

ANEXO DE FIGURAS Y TABLAS

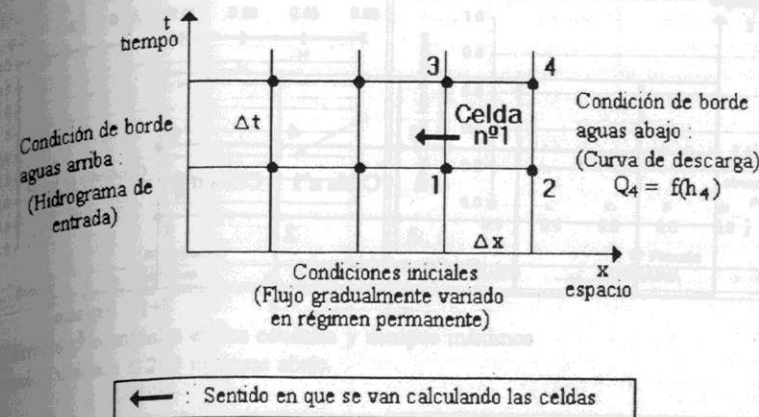


Fig. 1. Discretización y esquema de cálculo de Brakensiek.

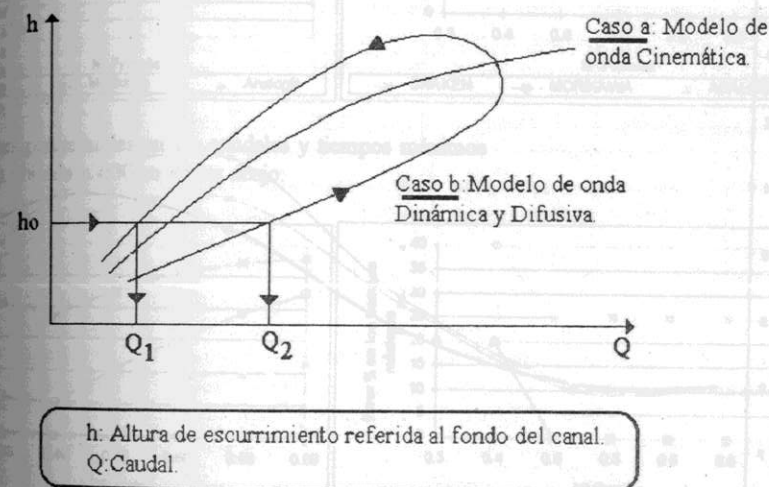


Fig. 2. Relaciones entre caudal y altura de escurrimiento.

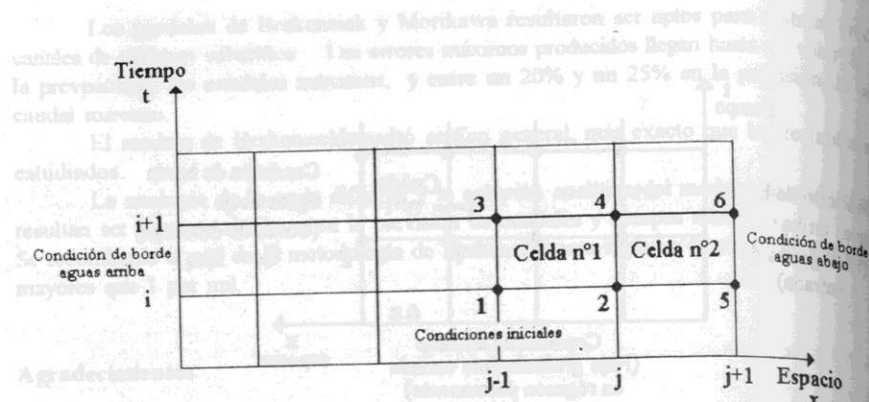


Fig. 3. Discretización y esquema de cálculo de Morikawa.

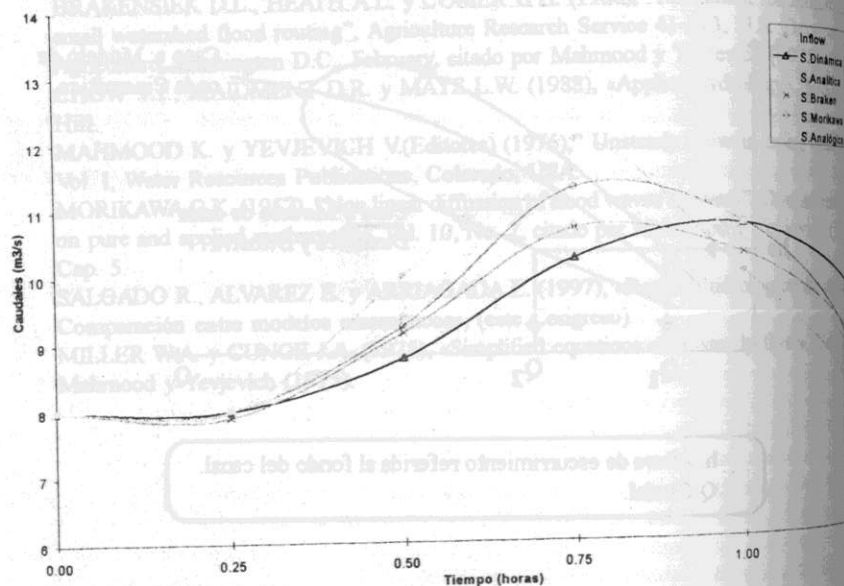


Fig. 4. Hidrogramas de salida, en la sección a 600 m aguas abajo según los modelos Dinámico, Difusivos y Cinemáticos.

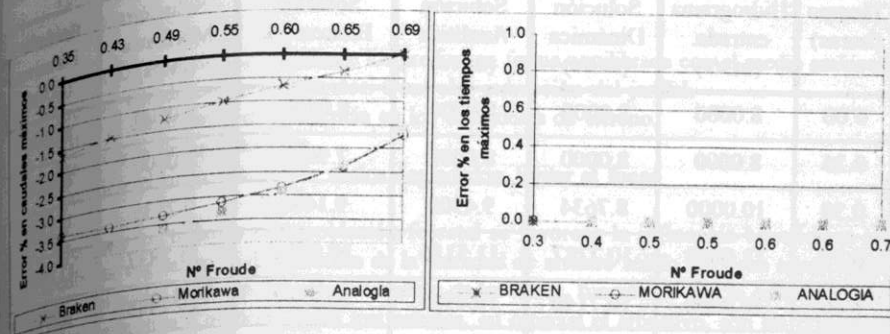


Fig. 5. Errores porcentuales en los caudales y tiempos máximos de la sección ubicada a 200 m aguas abajo.

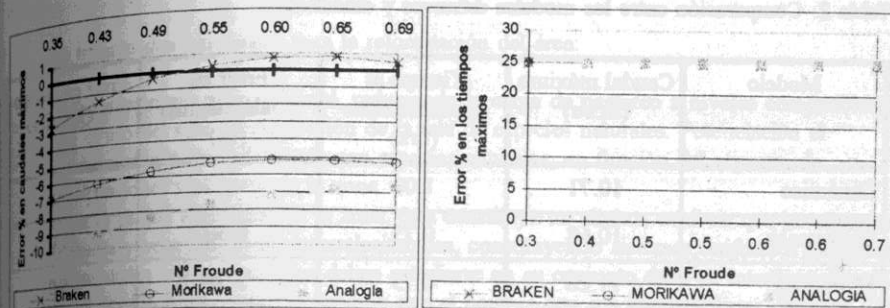


Fig. 6. Errores porcentuales en los caudales y tiempos máximos de la sección ubicada a 600 m aguas abajo.

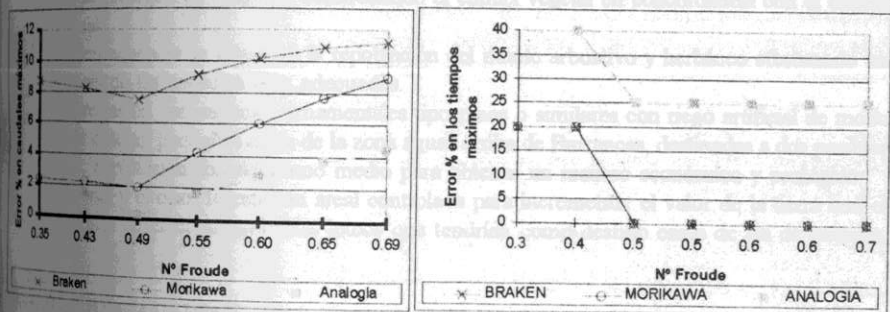


Fig. 7. Errores porcentuales en los caudales y tiempos máximos de la sección ubicada a 1000 m aguas abajo.

Tabla 1. Hidrogramas de la Fig. 4.

Tiempo (horas)	Hidrograma entrada (m ³ /s)	Solución Dinámica (m ³ /s)	Solución Analítica (m ³ /s)	Solución Brakensiek (m ³ /s)	Solución Morikawa (m ³ /s)	Analogía Difusiva (m ³ /s)
0.00	8.0000	8.0000	8.0000	8.0000	8.0000	8.0000
0.25	8.0000	8.0000	8.0000	7.9020	8.0000	8.0000
0.50	10.0000	8.7634	9.4900	9.1481	9.2535	9.3700
0.75	12.0000	10.2287	11.5116	10.6752	11.2837	11.5400
1.00	10.0000	10.7140	10.4985	10.2787	10.7448	10.7100
1.25	8.0000	9.6546	8.5223	8.8840	8.6913	8.4900

Tabla 2. Comparación entre los modelos difusivos y dinámico.

Modelo	Caudal máximo (m ³ /s)	Tiempo al caudal máximo (hrs)	Error en caudal máximo (%)	Error en tiempo a Q _{máximo} (%)
Dinámico	10.71	1.00		
Brakensiek	10.68	0.75	0.36	25.0
Morikawa	11.28	0.75	5.32	25.0
Analogía Difusiva	11.54	0.75	7.71	25.0

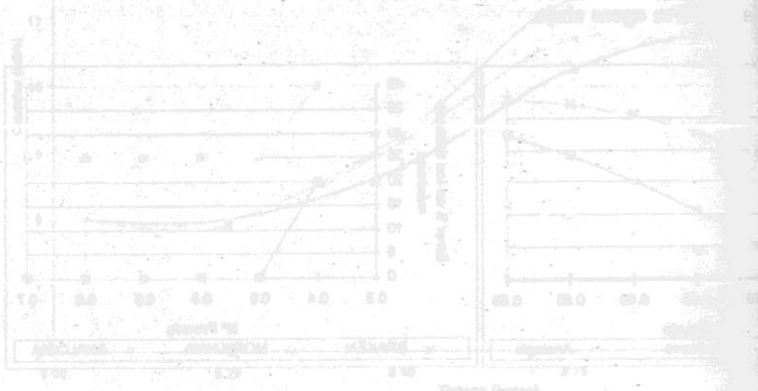


Fig. 4. Hidrogramas de salida en la estación 600 m aguas abajo según los modelos Dinámico, Difusivo y Brakensiek.

y orgánicos y la pérdida de suelo es el resultado final. Estos degradados favorecen la escorrentía disminuyendo la infiltración.

De modo que para atenuar los fenómenos erosivos, se pueden mencionar algunas líneas de acción, tales como:

- Definir los tipos de explotación de los predios en forma equilibrada con el medio ambiente.
- Prohibir tala de especies naturales. Controlar extracción del jarillal.
- Evitar el sobre pastoreo. Prudencia en los desmontes de terreno.
- Preservar la fauna autóctona.
- Tecnificar el riego. Recuperar suelos degradados. Evitar el fuego

Mediante los trabajos de repoblación forestal se favorece la influencia beneficiosa que tiene la cubierta vegetal en la disminución de la cantidad de arrastre sólido. Se debe a una mayor consistencia del suelo, producto del entrelazamiento de las raíces, función de que la cubierta vegetal sea herbácea, arbustiva o arbórea. Estos tres estratos, en especial el arbustivo, son los principales responsables de la reducción de la velocidad de las aguas de escorrentía superficial, interponiéndose a su paso troncos, tallos, ramitas de la parte aérea, lo cual contribuye a disminuir sensiblemente la erosión.

Se tratarán dos propuestas para la reforestación del área:

Reforestación sin riego artificial, reduciendo la carga de pastoreo a niveles compatibles con el uso del suelo. Erradicación de la tala de especies naturales. Potenciación el recubrimiento natural del suelo con especies naturales, en función del régimen de precipitaciones y el suelo de la zona.

Dada la escasa vegetación en la zona, ésta constituye un clímax, es decir que las especies animales y vegetales están interrelacionadas, constituyendo sistemas uniformes llamados comunidades o biocenosis que deben estudiarse en su conjunto dado su interdependencia. Se ha llegado a un equilibrio máximo que el hombre con sus intervenciones destruye rápidamente. Esto se verifica tanto en las especies vegetales como en las animales, por lo que es necesario proteger ambas comunidades.

Los clímax vegetales están constituidos por especies arbustivas, subarbustivas y herbáceas que se protegen en conjunto desarrollando el clímax vegetal en concordancia con el clímax animal.

En consecuencia se estudiará la repoblación del manto arbustivo y herbáceo efectuando un análisis de las especies más adecuadas.

Reforestación con especies ornamentales tipo pinos o similares con riego artificial de modo tal de obtener pequeñas áreas de la zona aguas arriba de Barrancas, destinadas a dos posibles fines: explotación forestal como medio para obtener un recurso económico y ecológico adicional y el otro, forestación areal controlada para incrementar el valor de la tierra con el propósito de efectuar probables loteos que tendrían como destino casas de fin de semana.

8. OBRAS HIDRÁULICAS

Las obras objeto de proyecto, son:

- Obras de atenuación y/o regulación de los volúmenes de agua aportados por las crecidas.
- Obras de defensa eventualmente en los puntos de descarga.
- Adecuación de las obras de infraestructura que resulten alteradas como consecuencia de la