

1.- INTRODUCCIÓN

La parte norte de la zona central de Chile corresponde a una región de transición entre clima árido del desierto de Atacama y otra de clima mediterráneo al sur de la ciudad de Santiago. En esta región semiárida los recursos hídricos son en general escasos y de una gran variabilidad de manera que es frecuente encontrar periodos de varios meses sin precipitaciones, con una prolongada estación calurosa y seca en verano. Los caudales de los ríos también presentan gran variabilidad, muchos de los cuales son de escurrimiento eventual. El desarrollo de actividades agrícolas de secano, principalmente pastoreo de cabras, se ve fuertemente afectado por condiciones de sequías meteorológicas prolongadas. Similarmente la agricultura de riego, el abastecimiento de poblaciones y las condiciones ambientales de los cauces también son afectadas adversamente por condiciones de prolongada escasez de caudales mínimos en los ríos.

El objetivo de este trabajo es presentar un algoritmo para cuantificar la probabilidad de ocurrencia, o estimar el periodo de retorno, de sequías hidrológicas definidas a partir de series de caudales mensuales en una región semiárida de gran variabilidad climática. En comparación con la situación típica de eventos hidrológicos más simples como las crecidas, en este caso se trata de eventos algo más complejos caracterizados por una sucesión de periodos de escasez a partir de series no estacionarias y estadísticamente dependientes. Para definir estos eventos se recurre a una idea propuesta por Yevjevich (1967) según la cual la sequía es una sucesión de valores seguidos en una serie cronológica en los cuales la oferta no alcanza a satisfacer la demanda.

Fernández y Salas (1997a, 1997b, 1994) hacen un análisis general del problema de estimación del periodo de retorno de sequías y proponen un esquema para abordarlo en diferentes condiciones. Siguiendo este esquema general en este trabajo interesa considerar la no estacionariedad es decir la situación en que la probabilidad de que la variable adopte un determinado valor depende del tiempo, como ocurre cuando se consideran variables hidrológicas mensuales, en cuyo caso la periodicidad es importante. En particular se aplica al caso de caudales mensuales, los que además estadísticamente dependientes. El caso de sequías meteorológicas, definidas a partir de series cronológicas de precipitaciones que pueden considerarse independientes temporalmente, ha sido abordado anteriormente por los mismos autores (Fernández y Vergara, 1996).

2.- PERIODO DE RETORNO Y RIESGO DE EVENTOS COMPLEJOS

En hidrología se acostumbra emplear el periodo de retorno en reemplazo de la probabilidad de excedencia, definiéndolo como el valor esperado del tiempo hasta la primera ocurrencia de un evento en cuestión, (Benjamin y Cornell, 1970; Stedinger et al., 1993). Tratándose de eventos simples, independientes y no periódicos, como es la situación común en la cual se aplican estas ideas a las crecidas máximas anuales, la relación entre probabilidad de excedencia, $p = \text{Prob}(X > x)$ y periodo de retorno, T , es inmediata ya que este último se calcula como el inverso de la probabilidad de excedencia, $T = 1/p$. Así por ejemplo se designa como crecida milenaria ($T = 1000$ años) a la que tiene una probabilidad de excedencia en un año cualquiera de $p = 0,001$. La aplicación práctica de estos conceptos permite determinar el riesgo de falla de una obra hidráulica provocada por la ocurrencia de una o más crecidas mayores que las de diseño durante la vida útil de la obra. En algunos casos el periodo de retorno también se conoce como intervalo de recurrencia, que corresponde al valor esperado del tiempo entre dos ocurrencias sucesivas del evento en cuestión (Loaiciga y Mariño, 1991). Para el caso de eventos simples con fenómenos independientes estacionarios, ambos conceptos entregan los mismos resultados numéricos, (Lloyd, 1970; Kite, 1977). Sin embargo, para extender los métodos de cálculo a eventos complejos, en series temporalmente dependientes como las sequías hidrológicas, resulta más conveniente optar por la definición de periodo de retorno

que considera la primera ocurrencia del evento. En estas condiciones no es necesario imponer la restricción de que la serie comience inmediatamente una vez que ocurre el evento por última vez para estimar riesgos de falla, (Fernández y Salas, 1997a).

Lloyd (1970), extiende la idea de periodo de retorno para considerar crecidas en series de caudales máximos anuales dependientes, y Vogel (1987) efectúa una revisión de la idea de periodo de retorno y sus aspectos estadísticos para relacionar la idea de riesgo de falla con la de seguridad de servicio en sistemas hídricos de abastecimiento, considerando también situaciones dependientes. Recientemente Fernández y Salas (1997a) retoman la idea de periodo de retorno para ser aplicada a diferentes tipos de eventos hidrológicos como crecidas, caudales mínimos y sequías en series independientes y dependientes estacionarias. Estos mismos autores proponen para el caso de eventos complejos estimar el periodo de retorno con un procedimiento numérico para calcular el valor esperado del tiempo, o número de intentos, hasta la primera ocurrencia del evento como:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} n f_n \quad (1)$$

donde $n=1,2,3,\dots$ representa los intervalos de tiempo, medido en las mismas unidades que T , y f_n corresponde a la función introducida por Schwager, 1983, para calcular las probabilidades de ocurrencia de sucesiones, definida como:

f_n = Probabilidad de que el evento en cuestión ocurra en el instante n por primera vez. Para eventos definidos como una sucesión, como es el caso de las sequías, se supone que su ocurrencia se verifica en el instante en que se completa. Además se define la función S_n como:
 S_n = Probabilidad de que el evento ocurra en el instante n o antes.
Ambas funciones están relacionadas ya que es evidente que:

$$S_n = S_{n-1} + f_n \quad (2)$$

Para cada caso particular el periodo de retorno se encuentra mediante un algoritmo que permite calcular los valores de f_n y S_n para $n=1,2,3,\dots$ Fernández y Salas (1997a, 1997b) presentan aplicaciones de este método para el caso de situaciones estacionarias tanto independientes como dependientes, para eventos simples como crecidas y sucesiones como sequías. Es conveniente notar que si L es la vida útil de un sistema cuya condición de diseño es el evento en cuestión, entonces S_L corresponde al riesgo de falla de ese sistema. En este artículo se muestra como este método se puede extender para ser aplicado a situaciones periódicas.

3.- RIESGO DE EVENTOS EN SERIES PERIÓDICAS DEPENDIENTES

Muchos de los eventos hidrológicos de interés ocurren en periodos de tiempo relativamente cortos, como días, semanas o meses, lo que provoca que las series que representan el comportamiento de las variables involucradas muestren una importante periodicidad generalmente impuesta por el ciclo solar sobre las características climatológicas y meteorológicas. Supóngase que se observan los resultados de una serie cronológica para cada instante $n=1, 2, 3, \dots$ en los cuales se obtiene los valores $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, \dots$ que corresponden a valores periódicos de periodo ω . En el caso de series hidrológicas típicas resulta más conveniente designar la serie como $X_n = X_{\omega(v-1)+\tau}$, donde $v=1, 2, \dots, N$ indica los años y $\tau = 1, 2, \dots, \omega$ corresponde a los periodos o estaciones. Una muestra de N años y ω periodos de estas series periódicas se describe como $\{X_{v\tau}\}$ donde $v=1,2,3,\dots,N$; $\tau=1,2,3,\dots,\omega$.

Interesa estimar el periodo de retorno de un evento consistente en la ocurrencia de una

sucesión de r valores seguidos caracterizados por el conjunto $R(R_1, R_2, \dots, R_r)$ que satisfice una determinada condición. La situación de interés más corriente consiste en una clasificación binaria, es decir cada valor del conjunto R puede tomar dos estados, por ejemplo normal o falla. En el caso de épocas de escasez de recursos hídricos esta condición puede ser por ejemplo que todos los caudales sean nulos, o inferiores a un valor preestablecido considerado como mínimo, o inferior a la demanda de cada intervalo, etc. Lloyd (1970), emplea esta clasificación para analizar el periodo de retorno de crecidas dependientes, Vogel (1987) para el análisis de la seguridad de sistemas de almacenamiento y Fernández (1995), para el caso de caudales mínimos anuales, también en series dependientes.

En este artículo el evento de interés consiste en una sucesión de r meses seguidos en los que no se supera una cierta cantidad de escurrimiento, en cada mes, condición que puede asimilarse como representativa de una sequía hidrológica de r meses de duración. Por ejemplo un evento consistente en tres meses seguidos de escasez se define como $R = \{R_1 = f, R_2 = f, R_3 = f\}$, donde f indica que la disponibilidad de recursos hídricos es inferior a las necesidades.

Así como las precipitaciones mensuales pueden considerarse temporalmente independientes, los caudales presentan una dependencia temporal que no es estadísticamente despreciable. En hidrología se han propuesto varios modelos para considerar la dependencia temporal de los caudales mensuales. Uno de los más simples para situaciones binarias corresponde a una cadena de Markov de dos estados. Ejemplos de su uso en series hidrológicas estacionarias pueden encontrarse en trabajos de Hirsch (1979), Stedinger et al. (1983), Vogel (1987) y Salas (1993), entre otros. En el caso periódico puede emplearse el mismo modelo caracterizado por una matriz de probabilidades de transición también periódica, cuyos elementos para $t=1,2,3,\dots,w$, están dados por:

$$P_{h_j, t} = \text{Prob}(X_t = j | X_{t-1} = h), \quad t=1,2,3,\dots,w. \quad (3)$$

Para el caso binario en que h, j pueden tomar solamente los valores s , en representación de condición segura, o normal, y f , para la condición de falla, escasez o déficit. Entonces las probabilidades de transición necesarias para reproducir una dependencia markoviana se designan como:

$$P_{ss; \tau} = \text{Prob}(X_\tau = s | X_{\tau-1} = s) \quad (4a)$$

$$P_{sf; \tau} = \text{Prob}(X_\tau = f | X_{\tau-1} = s) = 1 - P_{ss; \tau} \quad (4b)$$

$$P_{fs; \tau} = \text{Prob}(X_\tau = s | X_{\tau-1} = f) \quad (4c)$$

$$P_{ff; \tau} = \text{Prob}(X_\tau = f | X_{\tau-1} = f) = 1 - P_{fs; \tau} \quad (4d)$$

Si se desconoce el valor en el instante anterior, lo que habitualmente ocurre en el primer intervalo cuando comienza la serie, la probabilidad de observar una falla corresponde a la distribución libre o marginal de la variable, que se designa como:

$$P_{f; \tau} = \text{Prob}(X_\tau = f) = 1 - P_{s; \tau} \quad (5)$$

El algoritmo de cálculo de f_n requiere conocer la probabilidad de que en el instante n se complete una sucesión cuyos últimos l valores coinciden con los últimos l valores del conjunto R . Para incorporar la dependencia en el desarrollo del algoritmo de cálculo, esta probabilidad se considera el estado de la variable inmediatamente antes de comenzar la sucesión y se designa como $q_n(h; l)$, que corresponde a la probabilidad compuesta de observar h , en el periodo $n-l$ a n .

completar l fallas seguidas exactamente en el instante n . En el caso binario h puede ser la situación normal, s , o de falla, f , de manera que:

$$q_n(h; l) = \text{Prob}(X_{n-l} = h; X_{n-l+1} = f; X_{n-l+2} = f; \dots; X_{n-1} = f; X_n = f) \quad (6)$$

Para variables temporalmente dependientes la función $q_n(h; l)$ se calcula a partir de las probabilidades de transición de cambiar de un estado a otro, $p_{h_j, n}$ que son también función del tiempo. En el caso de series periódicas estacionarias se requiere evaluar esta función solamente para cada periodo $\tau = 1, 2, \dots, \omega$.

El algoritmo recursivo requiere evaluar la función $q_i(h; l)$ para dos casos: cuando se observan l periodos consecutivos de falla a partir del instante inicial, en el cual se desconoce la historia anterior, $q_i(0; l)$ y para $h = s$, que corresponde a observar un periodo normal seguido por l valores con falla. Para ambos casos esta probabilidad compuesta es:

$$q_\tau(0; l) = P_{f; \tau-l+1} \cdot \prod_{i=2}^l P_{ff; \tau-l+i} \quad \text{para } h=0 \text{ y } l=1,2,\dots,r \quad (7)$$

$$q_\tau(s; l) = P_{sf; \tau-l+1} \cdot \prod_{i=2}^l P_{ff; \tau-l+i} \quad \text{para } h=s \text{ y } l=1,2,\dots,r \quad (8)$$

En la práctica basta con calcular $q_i(0, l)$ y estimar $q_i(s, l)$ mediante:

$$q_\tau(s; l) = q_\tau(0; l) \frac{P_{sf; \tau-l+1}}{P_{f; \tau-l+1}} \quad (9)$$

Se puede apreciar que si la dependencia temporal es despreciable entonces $P_{sf; \tau} = P_{ff; \tau} = P_{f; \tau}$ y las expresiones (7) y (8) son iguales y además se reducen a la expresión correspondiente del caso independiente (Fernández y Vergara, 1996).

Finalmente para facilitar los cálculos del algoritmo recursivo para f_n es necesario emplear otra función auxiliar, designada como $u_{h, n}$. Esta función corresponde a la probabilidad de que no se complete el evento, es decir que no ocurra en ninguna de las observaciones hasta n una sucesión de r valores consecutivos de falla, y que en ese instante se observe el valor h .

Las condiciones iniciales del problema son las siguientes:

$$f_n = 0 \quad \text{para } n=1,2,\dots,r-1 \quad (10)$$

$$f_r = q_r(0; r) \quad \text{para } n=r \quad (11)$$

$$u_{f; 1} = P_{f; 1} \quad \text{para } n=1 \quad (12)$$

$$u_{s; 1} = P_{s; 1} = 1 - P_{f; 1} \quad \text{para } n=1 \quad (13)$$

Con la ayuda de las funciones auxiliares ya definidas las relaciones recursivas para los intervalos de tiempo sucesivos son:

$$u_{f; n} = u_{f; n-1} P_{ff; n} + u_{s; n-1} P_{sf; n} - f_n \quad \text{para } n > 1 \quad (14)$$

$$u_{s; n} = u_{f; n-1} (1 - P_{ff; n}) + u_{s; n-1} (1 - P_{sf; n}) \quad \text{para } n > 1 \quad (15)$$

Para f_n se considera que el evento no ocurra en $(n-r)$ ni antes y se complete la sucesión de r fallas en n , menos la probabilidad de que ocurran por primera vez entre $(n-r+1)$ y $(n-1)$ y se complete una sucesión en n .

$$f_n = u_{s,n-r} q_n(s,r) + u_{f,n-r} q_n(f,r) - \sum_{i=1}^{r-1} f_{n-i} q_n(f,i) \quad \text{para } n > r \quad (16)$$

En el caso de variables binarias se puede demostrar que la probabilidad de que ocurra una sucesión de r fallas por primera vez en el instante n es igual a la probabilidad de que no haya ocurrido hasta el instante $(n-r)$, que en este instante se observe una condición normal, esto es, exactamente la función $u_{s,n-r}$, y que se complete una sucesión de r fallas exactamente en n . Esto simplemente:

$$f_n = u_{s,n-r} q_n(s,r) \quad \text{para } n > r \quad (17)$$

Además para completar el algoritmo se considera:

$$S_n = 1 - u_{f,n} - u_{s,n} \quad (18)$$

Todas las funciones o variables involucradas en los cálculos que son periódicas se evalúan reemplazando n por el valor de t que le corresponda al intervalo en cuestión.

Para calcular el periodo de retorno de la serie se utiliza la ecuación (1) y para obtener el riesgo de falla en L intervalos de tiempo de observación de la serie binaria, basta con encontrar el valor de S_L con (18). Debe hacerse notar que tanto f_n como $u_{s,n}$ y por lo tanto el periodo de retorno y el riesgo, dependen del instante inicial cuando se trabaja con variables no estacionarias.

4.- SEQUÍAS HIDROLÓGICAS MENSUALES

Interesa estimar el periodo de retorno de eventos consistentes en varios meses seguidos con caudales escasos en varias cuencas de la zona semiárida de Chile. Se ubica inmediatamente al sur del desierto de Atacama y al norte de Santiago, entre los paralelos 27 y 34 de longitud sur. Esta zona se caracteriza por presentar escasas precipitaciones anuales con una prolongada estación seca, que se extiende desde octubre a abril normalmente, durante la cual las precipitaciones son muy escasas. Las precipitaciones medias anuales aumentan de norte a sur, desde un promedio de un poco más 10 mm anuales en Copiapó hasta algo más de 300 mm anuales en Santiago.

Se acostumbra designar como sequías hidrológicas a la escasez de agua en los cursos superficiales. Existen diversos sistemas de aprovechamiento de recursos hídricos para los cuales las demandas varían enormemente durante el año, de un mes a otro, y no se puede considerar oferta y la demanda en base a valores medios anuales. Así ocurre con la agricultura de riego en muchas regiones, con las demandas de agua potable y con los caudales ecológicos, todos casos en los cuales la escasez durante algunos meses, o incluso semanas o días, puede causar importantes consecuencias adversas sobre el sistema. En las regiones semiáridas los caudales presentan una gran variabilidad mensual, presentándose casos de varios meses de gastos muy escasos o nulos. En la región semiárida de Chile la disponibilidad de recursos superficiales en los ríos es una importante fuente de agua para la agricultura y la vida propia ligada a los cauces. En estas condiciones interesa tener estimaciones cuantitativas de la probabilidad y el riesgo de ocurrencia de periodos de escasez de varios meses consecutivos en los cuales la disponibilidad en régimen natural no alcanza a cubrir los denominados caudales ecológicos en algunos ríos de la zona semiárida de Chile. La Tabla 1 muestra las principales características de las cuencas seleccionadas.

Existen diversos procedimientos propuestos para estimar el caudal ecológico en una cuenca (Badilla y Vargas, 1996), el cual tiene por objeto preservar las condiciones del ecosistema presente en el cauce. Para este análisis se ha seleccionado como caudal ecológico el valor del caudal mensual anual con una probabilidad de excedencia de 0,85, designado como Q_e . En estas condiciones

tendrá una situación de escasez en el mes τ del año v si $Q_{v,\tau} < Q_e$. El valor del caudal ecológico así seleccionado para cada cuenca se ha agregado en la Tabla 1. Para cada una de las cuencas se han calculado las probabilidades de que en un mes cualquiera el caudal sea inferior al caudal ecológico, cuyos valores se presentan en la Tabla 2. En ella queda de manifiesto la periodicidad que presentan los caudales mensuales en los ríos de la zona.

En este caso el evento de interés está caracterizado por una sucesión de r meses seguidos en los cuales el gasto es inferior al caudal ecológico definido para la cuenca. Esto es $R=(Q_1 < Q_e, Q_2 < Q_e, \dots, Q_r < Q_e)$, donde Q_i corresponde al caudal mensual de cada uno de los r meses considerados. Se supone que la serie comienza en enero.

La función $q_i(0,l)$ para $\tau=1,2,\dots,12$ y $l=1,2,\dots,6$ en el caso de Mapocho en Los Almendros, así como las probabilidades marginales y de transición en relación a la situación de escasez definida por el caudal ecológico se muestran en la Tabla 3 como ejemplo de evaluación y comportamiento de estas funciones.

Empleando el algoritmo recursivo para el caso de series periódicas dependientes se han calculado las funciones $u_{s,n}$, $u_{f,n}$, f_n y S_n para $n=12(v-1)+\tau$ con $\tau=1,2,\dots,12$ y $v=1,2,\dots$ hasta asegurar la convergencia en la estimación del periodo de retorno. La Figura 1 muestra el comportamiento de estas funciones en el caso de Mapocho en Los Almendros. La Tabla 4 presenta los valores del periodo de retorno para sucesiones de r meses seguidos para $r=1,2,\dots,6$ en los cuales no se alcanza el caudal ecológico de cada cuenca. Finalmente en la Tabla 5 se muestra el riesgo de ocurrencia en 10 años de sucesiones de r meses.

Agradecimientos

Los resultados presentados en este trabajo forman parte del proyecto de investigación Fondecyt 1950983 sobre Periodo de Retorno y Riesgo Frente a Eventos Hidrológicos Complejos, que cuenta con financiamiento del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico de Chile, cuyos aportes se agradecen.

REFERENCIAS

- Benjamin, J. R., and Cornell, C.A., 1970. Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill Pub. Company, New York.
- Badilla, A. y X. Vargas, 1996. Propuesta para la evaluación de caudales ecológicos. XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Guayaquil, 21 a 25 Oct. Vol. 3: 209-220.
- Fernández, B. 1995. Return Period and Risk of Low Flows. Hydra 2000, XXVth IAHR Congress, London. J.Gardiner, editor. Vol. 4:42-47.
- Fernández, B. y J.D. Salas. 1996. Periodo de Retorno y Riesgo de Eventos Hidrológicos. XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Vol. 3:221-232. Noviembre. Santiago, Chile.
- Fernández, B. y A. Vergara. 1996. Riesgo de escasez de precipitaciones mensuales en regiones semiáridas. Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Guayaquil, Ecuador. Vol.2:89-98.
- Fernández, B. and J.D. Salas, 1997a. Return Period and Risk of Hydrologic Events: 1. Mathematical Formulation. Send for publication to Journal of Hydrologic Engineering, ASCE.
- Fernández, B. and J.D. Salas, 1997b. Return Period and Risk of Hydrologic Events 2. Applications. Send for publication to Journal of Hydrologic Engineering, ASCE.

Hirsch, R.M. 1979. Synthetic Hydrology and Water Supply Reliability. Water Resources Research. Vol 16-6:1603-1615.

Lloyd, E.H. 1970. Return Period in the Presence of Persistence. Journal of Hydrology. 11: 3:291-298.

Salas, J.D., 1993. Analysis and Modeling of Hydrologic Time Series. Chapter 19 in Handbook of Hydrology. D.R. Maidment, Ed. M.G.Hill. N.Y.

Schwager, S.J. 1983. Run Probabilities in Sequences of Markov Dependent Trials. JAS. 78:168-175.

Stedinger, J.R., Sule, B.F. and Pei, D. 1983. Multiple Reservoir System Screening Model. W. Res. Research, Vol 19-6:1383-1393.

Stedinger, J.R., R.M. Vogel, and E. Foufoula-Georgiou. 1993. Frequency Analysis of Extreme Events, Chapter 18 in Handbook of Hydrology. D.R. Maidment, Ed. MacGraw-Hill. N.Y.

Vogel, R.M. 1987. Reliability indices for water Supply Systems. J. of Water Res. Planning and Manag., ASCE, Vol 113-4:563-579.

Yevjevich, V. 1967. An Objective Approach to Definition and Investigation of Continental Droughts. Hydrology Paper 23. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.

SEQUÍAS HIDROLÓGICAS MENSUALES

Tabla 1.- Características de las cuencas seleccionadas para el análisis.

Río	Estación	Area km ²	Gasto anual (m ³ /s)		Caudal ecológ. (m ³ /s)
			Promedio	Desv. Tip.	
Copiapó	La Puerta	8343	2.27	1.78	1.16
Tránsito	Junta Carmen	4153	3.20	3.18	0.97
Elqui	Almendral	6681	9.17	7.15	3.73
Choapa	Pte. Negro	3725	11.00	9.94	2.91
Aconcagua	Chacabuquito	2400	32.70	14.60	19.10
Mapocho	Los Almendros	620	6.43	3.51	3.28
Maipo	El Manzano	4968	108.00	39.50	71.20

Tabla 2.- Probabilidad de que el gasto mensual sea menor que el caudal ecológico en cada cuenca, P_{fr}

Mes (τ)	Copiapó	Tránsito	Elqui	Choapa	Aconcagua	Mapocho	Maipo
Enc. (1)	0.182	0.295	0.205	0.614	0.818	0.886	0.659
Feb. (2)	0.182	0.205	0.136	0.455	0.955	0.795	0.773
Mar. (3)	0.136	0.068	0.068	0.205	0.864	0.682	0.773
Abr. (4)	0.159	0.068	0.068	0.114	0.818	0.455	0.750
May (5)	0.159	0.091	0.091	0.114	0.750	0.295	0.773
Jun. (6)	0.136	0.182	0.182	0.205	0.545	0.136	0.636
Jul. (7)	0.205	0.182	0.250	0.159	0.159	0.068	0.273
Ago. (8)	0.250	0.295	0.364	0.091	0.045	0.068	0.023
Set. (9)	0.318	0.318	0.386	0.318	0.023	0.068	0.023
Oct. (10)	0.227	0.295	0.364	0.568	0.005	0.091	0.023
Nov. (11)	0.182	0.341	0.409	0.705	0.004	0.250	0.023
Dic. (12)	0.182	0.273	0.432	0.705	0.250	0.682	0.205

Tabla 3.- Valores de las probabilidades marginales, p_{fi} , de transición, p_{ff} , y p_{ff} , y de la función $q_i(0,1)$ para $i=1,2,\dots,6$ en la cuenca del Mapocho en Los Almendros.

i	p_{fi}	p_{ff}	p_{ff}	$q_i(0,1)$					
				$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$
1	0.886	0.965	0.714	0.886	0.658	0.240	0.087	0.022	0.022
2	0.795	0.820	0.600	0.795	0.727	0.540	0.197	0.071	0.018
3	0.682	0.771	0.333	0.682	0.613	0.560	0.416	0.152	0.053
4	0.455	0.600	0.143	0.455	0.409	0.368	0.336	0.250	0.091
5	0.295	0.550	0.083	0.295	0.250	0.225	0.202	0.185	0.137
6	0.136	0.385	0.032	0.136	0.114	0.096	0.087	0.078	0.071
7	0.068	0.333	0.026	0.068	0.045	0.038	0.032	0.029	0.026
8	0.068	0.667	0.024	0.068	0.045	0.030	0.025	0.021	0.019
9	0.068	0.995	0.003	0.068	0.068	0.045	0.030	0.025	0.021
10	0.091	0.333	0.073	0.091	0.023	0.023	0.015	0.010	0.008
11	0.250	0.994	0.175	0.250	0.090	0.023	0.022	0.015	0.010
12	0.682	0.996	0.576	0.682	0.249	0.090	0.022	0.022	0.010

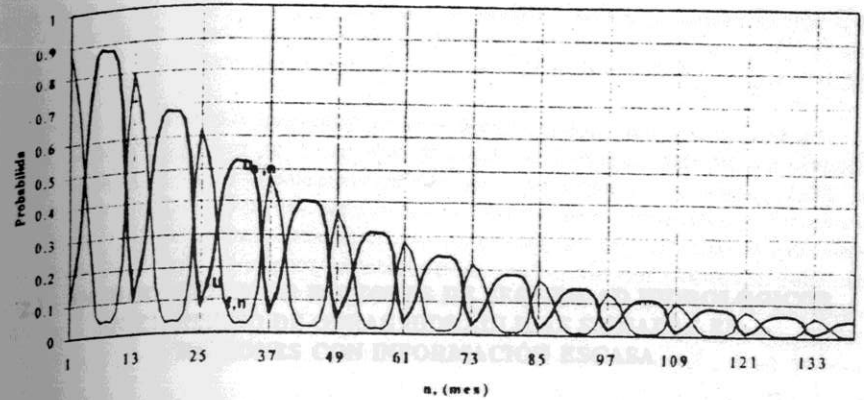
Tabla 4.- Periodo de retorno (años) de sucesiones de r meses seguidos con caudales inferiores ecológico.

Río	Estación	r=2	r=3	r=4	r=5	r=6	r=10
Copiapó	La Puerta	1.9	2.8	3.9	5.0	6.4	18.1
Tránsito	Junta Carmen	1.7	2.4	2.9	3.8	4.8	22.5
Elqui	Almendral	1.5	2.0	2.6	3.3	4.3	17.3
Choapa	Pte. Negro	0.7	1.2	1.6	2.2	3.5	23.6
Aconcahua	Chacabuquito	0.2	0.4	0.6	0.9	1.6	18.3
Mapocho	Los Almendros	0.3	0.7	1.3	2.4	4.4	48.7
Maipo	El Manzano	0.3	0.5	0.8	1.1	1.8	44.1

Tabla 5. Riesgo de tener una sucesión de r meses seguidos con caudales inferiores al ecológico en un periodo de 10 años en cada cuenca

Río	Estación	Riesgo de una sucesión de r meses					
		r=2	r=3	r=4	r=5	r=6	r=10
Copiapó	La Puerta	0.99	0.98	0.93	0.87	0.80	0.4
Tránsito	Junta Carmen	0.99	0.99	0.98	0.94	0.89	0.3
Elqui	Almendral	0.99	0.99	0.99	0.96	0.91	0.4
Choapa	Pte. Negro	1.00	1.00	1.00	0.99	0.96	0.3
Aconcahua	Chacabuquito	1.00	1.00	1.00	1.00	0.99	0.1
Mapocho	Los Almendros	1.00	1.00	1.00	0.99	0.91	0.1
Maipo	El Manzano	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.2

Mapocho en Los Almendros



Mapocho en Los Almendros

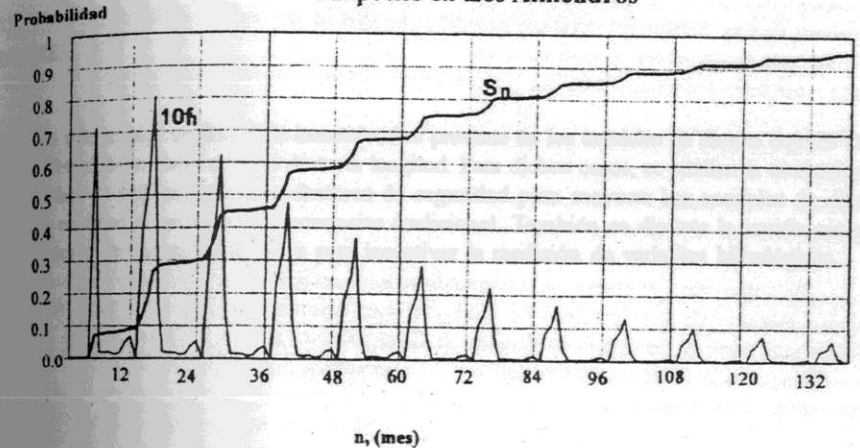


Fig 1 Comportamiento de las funciones de probabilidad y riesgo para el caso de Mapocho en Los Almendros con escasez de caudales de 6 meses de duración.