

Fig. 5 Variación de la Intensidad de las Fluctuaciones Turbulentas de Concentración con la Profundidad

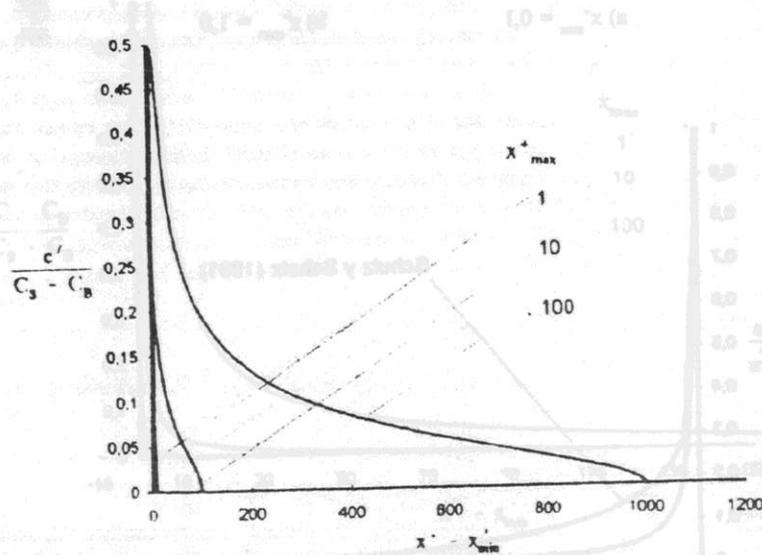
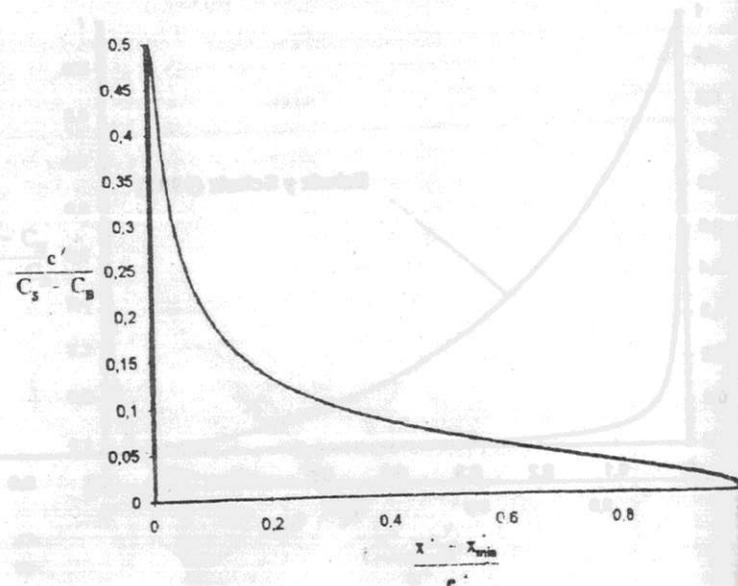


Fig. 6 Variación de la Intensidad de las Fluctuaciones Turbulentas de Concentración con la Profundidad Normalizada



1.5.- OPTIMIZACIÓN DEL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS PARA EL ANÁLISIS DEL GOLPE DE ARIETE EN REDES DE TUBERÍAS

JOHN TWYMAN Q. ¹

CEDRIC TWYMAN Q. ²

RUBÉN SALGADO C. ³

RESUMEN

Se presenta un nuevo enfoque para la solución de los sistemas de ecuaciones hiperbólicas cuasi-lineales que gobiernan el fenómeno del flujo impermanente en redes de agua a presión. Se demostrará lo ineficiente que resulta en algunos casos aplicar un único esquema numérico para la solución de redes complejas, cuando lo recomendable es resolver los tramos de la red según distintos esquemas de acuerdo al número de Courant presente en cada uno de ellos. Con esto es posible reducir la dispersión y atenuación numérica asociada al número de Courant ($C_n < 1.0$), además de reducir el tiempo de ejecución. Se incluye la presentación de dos algoritmos numéricos originales, los cuales permiten optimizar la utilización del Método de las Características (MC) sintetizándolo con otros esquemas numéricos.

¹ Ingeniero Civil, MBA, Subgerencia Comercial, ESSEL S.A.

² Ingeniero Civil, MBA, Gerencia de Operaciones, ESSEL S.A.

³ Ingeniero Civil, MBA, Gerente de Operaciones, ESSEL S.A.

1.- INTRODUCCIÓN

El estudio de los fenómenos de flujo impermanente en tuberías a presión ha sido estudiado por connotados físicos y matemáticos desde hace mucho tiempo (Chaudhry, 1987). Por tratarse de fenómenos donde las propiedades del flujo (presiones, velocidades, etc.) cambian bruscamente -tanto temporal como espacialmente- la descripción matemática del problema se complica, ya que deben resolverse ecuaciones diferenciales parciales del tipo hiperbólico cuasi-lineal.

2.- FORMULACIÓN GENERAL DEL PROBLEMA

Las leyes fundamentales que describen el flujo impermanente en tuberías se representan por la ecuación de la dinámica (o del momentum) y la ecuación de conservación de la masa (o de continuidad), las que acopladas forman un sistema de ecuaciones diferenciales parciales del tipo hiperbólico cuasi-lineal (Chaudhry, 1987). Para el caso del escurrimiento impermanente rápido, se desprecian los términos advectivos y dicho sistema se simplifica a (Salgado, 1992):

$$\begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_t + \begin{bmatrix} 0 & gA \\ \frac{a^2}{gA} & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix}_s + \begin{bmatrix} \frac{f|Q|Q}{2DA} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde

Q.....caudal

H.....cota piezométrica

g.....constante de gravedad

a.....velocidad de traslación de la onda de presión

f.....factor de fricción de Darcy-Weisbach

D.....diámetro

A.....sección transversal

t y s. indican derivada parcial con respecto al tiempo y espacio, respectivamente.

La parte superior del sistema (1) representa a la ecuación de la dinámica, mientras que la inferior a la de continuidad. El problema matemático representado por el sistema (1) no tiene solución analítica directa, debiendo resolverse numéricamente.

3.- MÉTODOS DE SOLUCIÓN EXISTENTES

Los métodos numéricos que se han propuesto para resolver el problema del flujo impermanente en redes se pueden agrupar en (Salgado, 1992):

- Método de las Características.....(MC).
- Métodos de Diferencias Finitas.....(MDFs).
- Método de Elementos Finitos.....(MEF).
- Métodos Híbridos.....(MHs).

Los tres primeros esquemas son *mono-metódicos*, en el sentido que resuelven el sistema (todos los tramos de la red) aplicando un sólo método numérico.

3.1.- Método de las Características (MC)

El Método de las Características ha sido el método explícito más usado en el flujo impermanente en tuberías, debido principalmente a la facilidad para introducir diferentes dispositivos y condiciones de borde (bombas, válvulas, estanques hidroneumáticos, etc.). Sin embargo, como todo método explícito, adolece de restricciones desde el punto de vista de su estabilidad numérica, condición basada en el número de Courant (Chaudhry, 1982). Destaca por su mayor predominio el MC en la modalidad de los *intervalos de tiempo pre-especificados* (Karney, 1984), el cual calcula explícitamente los valores de las variables de estado en secciones intermedias de la discretización, intersectando las ecuaciones características positiva y negativa, lo que lleva a (Wylie y Streeter, 1983):

$$H_P = (C_P + C_M) / 2 \quad (2)$$

$$Q_P = (C_P - C_M) / 2B \quad (3)$$

Los coeficientes B , C_P y C_M son constantes y dependen de las características físicas del tramo o del valor de las variables de estado en el tiempo previo (valor conocido). En las secciones de los extremos se requiere de una ecuación de borde adicional, la que debe resolverse conjuntamente con la ecuación característica negativa o positiva, según sea la primera o última sección de la subdivisión, respectivamente. El cálculo se realiza a partir de una situación inicial conocida, generalmente consistente en flujo permanente. Karney (1984) presenta un sistema generalizado de condiciones de borde, apto para ser usado en sistemas complejos de tuberías, con dispositivos de control de golpe de ariete, conectados a nodos (estanques principalmente) y en línea (tramos, válvulas, bombas, etc.). Suponiendo que no hay pérdida de carga singular ni almacenamiento en el nudo, la ecuación de compatibilidad que liga a todos los tramos, consumos o estanques en el nudo es (Karney, 1984):

$$H_P = C_C - B_C * Q_{ext} \quad (4)$$

donde C_C , B_C son constantes conocidas y Q_{ext} , el caudal externo que sale del nudo y puede ser constante, función del tiempo o de alguna relación constitutiva (p.e. ecuación politrópica). La ecuación (4) implica que una red muy compleja puede ser "desacoplada" o "desarticulada" en cada nudo, siempre y cuando se agregue como condición de borde una ecuación de compatibilidad (la ecuación 4) que restituya la continuidad de caudales y la unicidad de la cota piezométrica en cada nudo. Esta propiedad permite simplificar notablemente el tratamiento de las redes con conectividad compleja (ver Figura 1.a).

3.2 Método de Diferencias Finitas Implícito (MDFI)

Se aproximan los diferenciales (infinitesimales) de las ecuaciones básicas por diferencias finitas, transformando el problema en la solución de un sistema de ecuaciones no-lineales simultáneas. Con el esquema de los cuatro puntos o de Preissman, el sistema (1), para el subtramo

$i/1+1$, se discretiza como (Chaudhry, 1982):

$$Q_i^{j+1} + Q_{i+1}^{j+1} - C1 * H_i^{j+1} + C1 * H_{i+1}^{j+1} + C2 = 0 \quad (5)$$

$$Q_i^{j+1} - Q_{i+1}^{j+1} - C3 * H_i^{j+1} - C3 * H_{i+1}^{j+1} + C4 = 0 \quad (6)$$

donde $C1$, $C2$, $C3$ y $C4$ son constantes que dependen de las características físicas de valores previos de las variables de estado y de los incrementos temporales (Δt) y espaciales (Δx) de la discretización. El sistema de ecuaciones formado por (5) y (6) constituye un sistema de ecuaciones en cuatro incógnitas Q_i^{j+1} , Q_{i+1}^{j+1} , H_i^{j+1} y H_{i+1}^{j+1} , las que deben ser resueltas conjunto con las ecuaciones de los restantes subtramos de la discretización y con dos ecuaciones de borde adicionales. Se inicia el análisis a partir de una situación conocida, generalmente permanente.

4.- MÉTODOS HÍBRIDOS (MH'S)

4.1.- MH 1: MDFI en subtramos interiores

Este método fue desarrollado por Twyman y Twyman (1992) y sus detalles se publicaron además en Salgado et al. (1992a, 1992b, 1993a, 1993b, 1993c). El MH 1 calcula las secciones de borde de un tramo con el MC y las interiores con el MDFI. La combinación es óptima desde el punto de vista de la estabilidad, ya que las secciones de borde de cada tramo se eligen de manera que $Cn = 1.0$ (eligiendo Δx apropiado), sin embargo, es mucho más lento que el MC, dejando la posibilidad de optimizarlo, que es el objetivo del presente trabajo (ver Figura 1.b).

4.2.-MH 2: Síntesis MC / MDFI en subtramos interiores

Cuando se discretiza una red compleja de tuberías, generalmente se observa que los tramos presentan un Cn variando entre 0.0 y 1.0, debido principalmente a que los tramos difieren en algunas características que condicionan la discretización, como la longitud, diámetro, velocidad de onda, etc. Luego, si la red anterior fuera resuelta aplicando sólo el MC, es casi seguro que la solución tendrá errores asociados al proceso de interpolación (existen tramos con $Cn < 1.0$). Por otro lado, si aplicamos sólo el MDFI (o el MH 1), se evitarían los errores por interpolación, pero se gastaría más memoria y tiempo de CPU al resolver los sistemas de ecuaciones lineales (uno por cada tramo), agravándose esto a medida que N aumenta de tamaño. Por lo tanto, una metodología de solución eficiente debiera discriminar en cada subtramo según su Cn , para así aplicar en las secciones interiores de cada tramo el esquema más adecuado:

-MC cuando Cn sea "cercano o igual" a 1.0;

-MDFI (u otro esquema estable, convergente y rápido) cuando $Cn \neq 1.0$.

Una forma de lograr lo anterior es mediante la definición de un intervalo que permita establecer el rango de variación de Cn dentro del cual se aplicará indistintamente el MC sobre el tramo; obviamente, cuando el Cn del tramo caiga "fuera" de dicho rango, este será resuelto con el MDFI u otro esquema. Dicho intervalo puede tener la forma ($LIMIT$, 1.0]. La determinación

$LIMIT$ ayuda a ampliar la versatilidad del algoritmo, ya que sólo alterando su valor es posible resolver un mismo problema de distinta manera. Por ejemplo, cuando $LIMIT = 0.0$, se establece el intervalo (0.0, 1.0]. Según lo expuesto anteriormente, el algoritmo resolverá toda la red en forma automática vía el MC. Si en cambio se escoge $LIMIT = 0.9$, entonces sólo aquellos tramos con Cn variando entre 0.9 y 1.0 serán resueltos vía el MC; los demás lo serán resueltos vía el MDFI, como en el MH 1. Esta capacidad de resolución permite potenciar al máximo las propiedades y ventajas impuestas por la ecuación (4) (ver Figura 1.c).

4.3.- MH 3: MC/MC+RRE en subtramos interiores

En esta variante del MH se siguen dos pasos básicos:

a) *Re-discretización*: se redefine la longitud de los subtramos interiores en aquellos tramos con $Cn < 1.0$ de acuerdo a lo mostrado en la Figura 1.d, siendo $N = N^\circ$ de subtramos, $L =$ longitud del tramo (m) y $a =$ velocidad de traslación de la onda (m/s).

b) *Determinación de Q y H*:

b.1. Calcular H_p y Q_p de secciones de borde (1 y $N+1$) de la manera usual, es decir, mediante la aplicación de la ecuación de compatibilidad de Karney (Ec.4).

b.2. Calcular Q y H en las secciones izquierda y derecha del subtramo intermedio con $Cn \neq 1.0$ como si fuera un PRE (Karney, 1984). Al hacer esto hablaremos de un RRE -Reach Replacement Element. Luego, para un tramo con $N=5$, se tiene:

$$\text{Dinámica:} \quad d_1 Q_3^{j+1} + d_2 Q_4^{j+1} - d_3 H_3^{j+1} + d_3 H_4^{j+1} = -d_4 \quad (7)$$

$$\text{Continuidad:} \quad -c_1 Q_3^{j+1} + c_1 Q_4^{j+1} + c_2 H_3^{j+1} + c_3 H_4^{j+1} = -c_4 \quad (8)$$

siendo $d_1, d_2, \dots, c_1, c_2, \dots$ constantes conocidas. Haciendo una analogía con el PRE, se puede escribir:

$$H_3^{j+1} = C_p - B Q_3^{j+1} \quad (9)$$

$$H_4^{j+1} = C_m + B Q_4^{j+1} \quad (10)$$

donde C_p , C_m y B son constantes conocidas. Reemplazando (9) y (10) en (7) y (8), haciendo $E_1 = d_1 + B d_3$, $E_2 = d_2 + B d_3$, etc., y resolviendo explícitamente el sistema (7) (8) se llega finalmente a:

$$Q_3^{j+1} = \frac{E_2 E_6 - E_3 E_5}{E_2 E_4 - E_1 E_5} \quad (11)$$

$$Q_4^{j+1} = \frac{E_3 - E_1 Q_3^{j+1}}{E_2} \quad (12)$$

Reemplazando (11) y (12) en (9) y (10) obtenemos H_3^{j+1} y H_4^{j+1} .

b.3 Conocidos Q y H en las secciones 1,3,4 y 6, es necesario calcular las variables de estado en todas las secciones restantes (2 y 5 en este caso). En ellas se aplican el MC de manera usual:

$$H_i^{j+1} = \frac{Cp + Cm}{2} \quad (13)$$

$$Q_i^{j+1} = \frac{Cp - Cm}{2B} \quad (14)$$

siendo Cp , Cm , B constantes conocidas e "i" igual a 2 y 5. El algoritmo se muestra en la Figura 1.

b.4. Pasar al paso de tiempo siguiente y recomenzar desde la etapa b.1. Terminar al llegar al tiempo máximo de simulación.

5.- EJEMPLO NUMÉRICO

A continuación se aplicarán los métodos ya descritos a la red compleja de la Figura 2, la cual está compuesta por 5 EEDs (disipadores de energía externos), 2 nudos simples con consumo constante, 1 PRE (elemento de reemplazo de tuberías) y 8 tramos simples (Karney y McInnis 1992). El transiente es provocado por el cierre parcial de la válvula de control en 10 segundos (Tabla 1).

6.- COMPARACIÓN ENTRE LOS DIFERENTES MÉTODOS HÍBRIDOS

La Tabla 2 muestra un resumen de los resultados obtenidos al aplicar diferentes métodos híbridos para resolver la red de la Figura 2. Al contrario de lo esperado, el método que presenta menor error relativo *no es implícito*. El MH 3 (de carácter explícito -ver Tabla 3) genera un error de -0,55%, siendo el más bajo de todos. Además, es entre 1,5 y 3 veces más rápido que el MH1.

7.- CONCLUSIONES FINALES

En este trabajo se mostró una nueva forma de analizar el flujo impermanente en redes complejas según 2 métodos numéricos originales. Se demostró que en general los métodos tradicionales como el MC son los más rápidos, aunque presentan errores significativos cuando $Cn < 1.0$. El MDFI es muy estable, pero consume memoria y es lento. Su utilización es recomendable cuando interactúa con un método explícito (como en MH 2). El MH 3 (MC + EED) es tan estable como el MDFI, pero consume mucho menos memoria, comparable a la que genera el

MC tradicional. Sin embargo, cuando $Cn \neq 1.0$, lo mejor es aplicar algún método "inmune" al número de Courant, y que mantenga su estabilidad y exactitud en todo momento. En este sentido, cualquier método implícito es recomendable, sea MH 1 ó MH 2; sin embargo, dados sus tiempos de ejecución y gasto de memoria, quizás lo más apropiado debiera ser aplicar MH 3 (MC+RRE). La idea es resolver aquel tramo con $Cn < 1.0$ aplicando un esquema estable que presente una menor atenuación y dispersión respecto del MC (MDFI ó MC + RRE). Cuando el tramo tenga un número cercano o igual a 1.0 conviene aplicar -por su rapidez y estabilidad- cualquier método explícito confiable (MC).

REFERENCIAS

- CHAUDHRY M.H. (1982), "Numerical Solution of Transient-Flow Equations", Proc. Speciality Conference Hydraulics Division, ASCE, Jackson, MS, USA, pp 633-656.
- CHAUDHRY M.H. (1987), "Applied Hydraulic Transients", Van Nostrand Reinhold Co., Nueva York.
- KARNEY B. (1984), "Analysis of Fluid Transients in Large Distribution Networks", Ph.D. Thesis, Universidad de British Columbia, Canadá.
- KARNEY B. y McINNIS D. (1992), "Efficient Calculation of Transient Flow in Simple Pipe Networks", Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 118, N° 7, pp 1014-1030.
- SALGADO R. (1992), «Revisión de los métodos numéricos para el análisis del escurrimiento impermanente en redes de tuberías a presión», XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, I.A.H.R., Cartagena, Colombia, 7-12 Septiembre 1992.
- SALGADO R., TWYMAN C. y TWYMAN J. (1992a), «Desarrollo de un algoritmo híbrido para el análisis del escurrimiento impermanente en redes de tuberías a presión», XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, I.A.H.R., Cartagena, Colombia, 7-12 Septiembre 1992.
- SALGADO R., TWYMAN J. y TWYMAN C. (1992b), «A hybrid method for unsteady flow analysis in pipe networks and its comparison with characteristics and finite difference methods», International Congress on Numerical Methods in Engineering and Applied Sciences, Concepción, Chile, 16-20 Noviembre 1992.
- SALGADO R., ZENTENO J., TWYMAN C. y TWYMAN J. (1993a), «A Hybrid Characteristics-Finite Difference Method for unsteady flow in pipe networks», International Conference on Integrated Computer Applications for Water Supply and Distribution, De Montfort University, Leicester, UK, 7-9 Septiembre 1993.
- SALGADO R. y ZENTENO J.C. (1993b), «Estabilidad numérica de un método híbrido para el análisis del escurrimiento impermanente en redes de tuberías a presión», XI Congreso Chileno, Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica, Concepción, 27-30 Octubre de 1993.
- SALGADO R., TWYMAN J., TWYMAN C. y ZENTENO J.C. (1993c), «Golpe de ariete en redes de agua potable. Enfoque numérico de análisis», X Congreso Chileno de Ingeniería Sanitaria y Ambiental, Valdivia, 5-7 Noviembre de 1993.
- TWYMAN J. y TWYMAN C. (1992), "Desarrollo de un algoritmo híbrido para el análisis del flujo impermanente rápido en redes de agua a presión", Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Depto. de Obras Civiles, U. de La Serena.
- WYLIE B.E. y STREETER V.L. (1983), "Fluid Transients", FEB Press, Ann Arbor, USA.

Tabla 1 Discretización adoptada en el ejemplo ($\Delta t = 0,167$ s).

Tramo	Díametro (mm)	Longitud (m)	Fnción (Darcy)	Veloc.de onda (m/s)	Nº de Subtramos	Nº de Courant	Esquema Aplicado
1	1500	10012	0,012	996,3	3	0,50	MDFI
2	1000	2.000,0	0,013	995,3	12	100	MC
3	750	2.000,0	0,014	995,0	12	100	MC
4	500	502,5	0,015	1000,0	3	100	MC
5	500	502,5	0,015	1000,0	3	100	MC
6	1000	10012	0,014	996,3	3	0,50	MDFI
7	750	2.000,2	0,013	995,1	3	0,25	MDFI

(*) En los subtramos interiores cuando se aplica MH 2 (LIMIT = 0,95)

Tabla 2 Comparación entre los MHs ($Cn \leq 1,0$).

Método	NUMERO DE COURANT *							Presión Máxima Valvula (m.c.a.) **	Tiempo CPU (s) **
	Tramo 1	Tramo 2	Tramo 3	Tramo 4	Tramo 5	Tramo 6	Tramo 7		
MC	0,50 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	0,50 (MC)	0,25 (MC)	243,86 -4,29	22,91
MH 1	0,25 (MDFI)	100 (MDFI)	100 (MDFI)	100 (MDFI)	100 (MDFI)	0,25 (MDFI)	0,10 (MDFI)	253,15 -0,84	78,38
MH 2	0,25 (MDFI)	100 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	0,25 (MDFI)	0,10 (MDFI)	253,24 -0,81	35,70
MH 3	0,25 (MC+RRE)	100 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	100 (MC)	0,25 (MC+RRE)	0,10 (MC+RRE)	253,38 -0,55	24,55

(*) Entre paréntesis el esquema numérico aplicado a cada tramo según el MH utilizado.

(**) En negritas: Error = (Presión Máx - 254,79) / 254,79 * 100, siendo 254,79 m.c.a. el valor exacto MC con $Cn = 10$.

(***) PC 486 - 25 MHz Tiempo Máximo de Simulación: 80 s.

Tabla 3 Principales características del MC y MHs.

Método de Cálculo	Resuelve *		Explícito o Implícito	Restricción Estabilidad	Interpola	Consumo Memoria	Veloc. de Cálculo	Implement. Cond. Bor.
	Secc. B	Secc. I						
MC	MC	MC	Explícito	Si	Si	Bajo	Rápido	Fácil
MH 1	MC	MDFI	Implícito	No	No	Medio / Bajo	Medio / Rápido	Fácil
MH 2	MC	MC / MDFI	Explícito / Implícito	No	No	Medio / Bajo	Rápido	Fácil
MH 3	MC	MC / MC+RRE	Explícito	No	No	Bajo	Rápido	Fácil

(*) Secc. B significa secciones de B orde.

Secc. I significa secciones interiores.

En MH 2 y MH 3 el esquema escogido depende del número de Courant presente en los tramos.

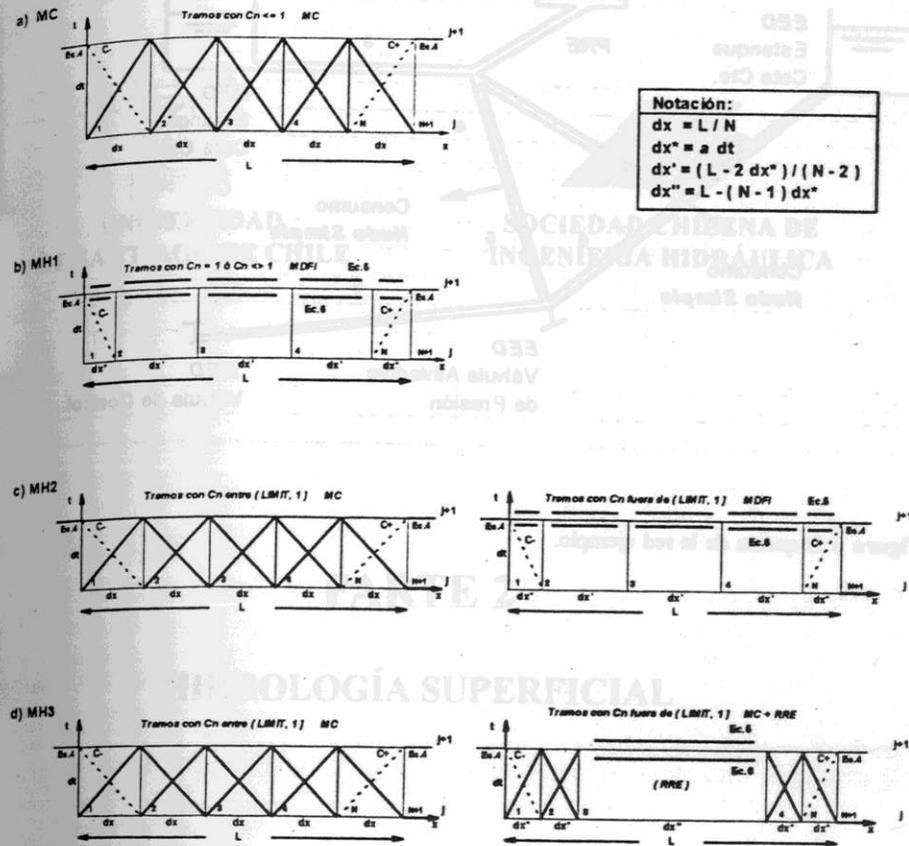


Figura 1 Esquemas y ecuaciones de MC, MH 1, MH 2 y MH 3.



UNIVERSIDAD
DE SANTIAGO DE CHILE



SOCIEDAD CHILENA DE
INGENIERÍA HIDRÁULICA

DE UN MODELO DE DERRETIMIENTO DE NIEVES
USANDO SIG E IMAGENES LANDSAT Y NOAA

FERNANDO ESCOBAR¹
ROGER BALES²
VERONICA POZO³

PARTE 2

HIDROLOGÍA SUPERFICIAL

Este trabajo es el resultado de las investigaciones que se están realizando en el Departamento de Hidrología y Recursos Acuáticos (DHA) de la Dirección General de Aguas (DGA)- M.O.P. para entender la relación entre los procesos que ocurren durante el derretimiento de la nieve, en cuencas de montaña de los Andes, y la producción de agua dulce. El objetivo principal de esta investigación es comprender mejor la dinámica de la nieve y su impacto en el ciclo hidrológico. Las cuencas de montaña se caracterizan por sus fuertes pendientes, lo que genera un alto grado de heterogeneidad en sus propiedades que afectan al derretimiento de la nieve y la escorrentía. Este estudio se basa en dos convenios:

El primer convenio es con la Dirección General de Aguas (DGA) con la Universidad de Arizona-Tucson (UAT) y la Universidad de Santa Bárbara (UCSB). El segundo convenio es con el Centro de Estudios Científicos (CEC) de la Universidad Católica (UC), dentro del marco de un programa de cooperación con la institución estatal Canadiense.

El primer convenio, es proveer los recursos necesarios para establecer un programa a largo plazo, y buscar las bases científicas de modelación en hidrología superficial. Con el primer convenio se está trabajando principalmente con imágenes de satélite RADARSAT obtenidas del segundo convenio con la oficina de datos de satélite SIR-C obtenidas por el transbordador Endeavour en uno de sus vuelos para su uso en investigaciones de las características de la nieve durante el primer convenio.

Tabla 1 Características de las estaciones de medición - 0.167 a.

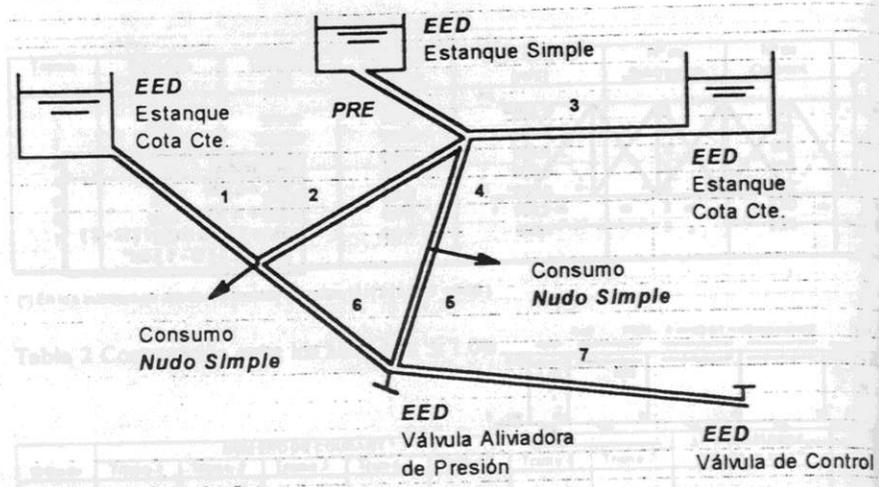


Figura 2 Esquema de la red ejemplo.

Version de Canal	Nombre	Material	Estado	Longitud	Diámetro	Material	Estado
MC	MC	MC	Operativo	2	3"	Bajo	Operativo
MC 1	MC	MDH	Operativo	No	No	Medio/Bajo	Medio/Operativo
MC 2	MC	MDH	Operativo	No	No	Medio/Bajo	Operativo
MC 3	MC	MC/MDH	Operativo	No	No	Bajo	Operativo