

Figura N°1.

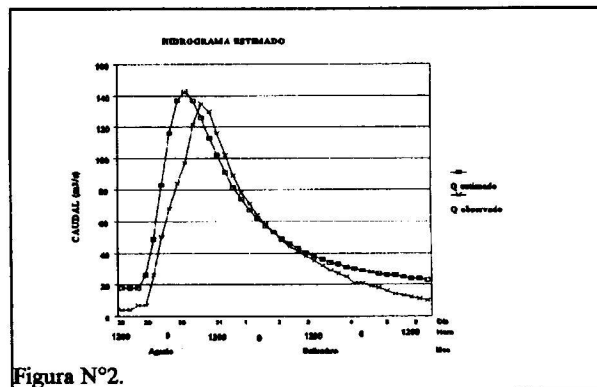


Figura N°2.

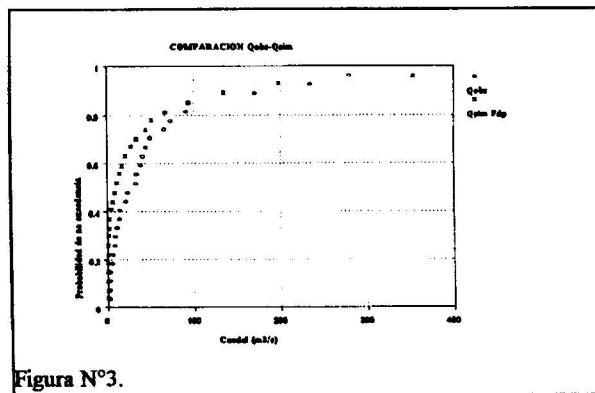


Figura N°3.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA  
XII CONGRESO CHILENO



Sociedad Chilena  
de Ingeniería Hidráulica



Instituto Nacional  
de Hidráulica - Chile

13

DISTRIBUCIONES REGIONALES PARA FRECUENCIAS  
DE CRECIDAS

EDUARDO VARAS C. (1)

RESUMEN

Este trabajo presenta y compara tres modelos probabilísticos para representar las crecidas adimensionales en una región. Los modelos analizados son el de valores extremos tipo I, general de valores extremos y la distribución Wakeby, estimando sus parámetros por el método de momentos ponderados por probabilidad. Se contrastan los resultados al aplicar estos modelos en la zona centro-sur de Chile y en el centro-oriente de Inglaterra.

Los resultados muestran pequeñas diferencias entre los modelos general de valores extremos y Wakeby considerándose que ambos son adecuados para representar las series anuales de crecidas máximas diarias en las áreas de estudio. Adicionalmente, al comparar las distribuciones para variables adimensionales del caso inglés con el chileno se aprecia una notoria semejanza, indicando la conveniencia de explorar en mayor medida esta posibilidad como una forma de suplir información hidrológica escasa.

1.- profesor Titular, Depto. Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile, Casilla 306, Correo 22, Santiago, Chile.

## I. FORMULACION DEL PROBLEMA

Las crecidas en los ríos tienen importantes consecuencias sociales, humanas, económicas, políticas, ecológicas y ambientales. Por ello, una preocupación fundamental de los ingenieros proyectistas de obras civiles, es contar con herramientas y procedimientos matemáticos que permitan modelar el fenómeno, estimar los caudales máximos, predecir la ocurrencia de las crecidas y cuantificar los riesgos asociados.

La confiabilidad de las estimaciones depende esencialmente de la cantidad, precisión y representatividad de los registros disponibles. Lamentablemente, la misma naturaleza violenta y repentina del fenómeno, impide contar con información abundante y precisa, ya que es justamente con ocasión de las grandes crecidas cuando se presentan los mayores problemas de funcionamiento en las estaciones fluviométricas. Por esta razón las estimaciones de caudales asociados a distintas probabilidades de ocurrencia basadas en una serie única de caudales máximos observados en el sitio de interés, adolecen de imprecisión y son de confiabilidad restringida. También, los registros observados disponibles son de corta duración (20-50 años), comparados con los períodos de retorno que se usan en el diseño de las obras (100 - 1000 años).

Por ello, últimamente han cobrado especial popularidad, los llamados métodos regionales de frecuencia de crecidas, que hacen uso de toda la información hidrológica relevante dentro de la región de interés. Estos métodos han probado ser efectivos para mejorar la confiabilidad de las estimaciones. Así han surgido diversos procedimientos y técnicas que usualmente se comportan mejor que los análisis basados en los registros de un único lugar. Una ventaja adicional de los métodos regionales, es permitir estimar cuantiles de gastos máximos en puntos sin información, haciendo uso de la información de otros lugares en la región.

Los investigadores que se preocupan del análisis de frecuencia de crecidas han centrado su atención en tres aspectos del mismo: seleccionar el mejor modelo probabilístico para representar las variables; elegir el método más adecuado para estimar los parámetros del modelo seleccionado, y buscar la mejor manera de tomar en consideración la posible correlación espacial existente entre las observaciones de diferentes lugares.

En relación al primer punto, se han propuesto muchos modelos probabilísticos y no existe una recomendación única que cuente con un acuerdo unánime. Sin embargo, se prefieren en los estudios regionales, los modelos de distribución de tres o más parámetros, tales como las de Wakeby, valores extremos generalizados (VEG), valores extremos de dos componentes (VEDOC) y Pearson Tipo III.

Los métodos de estimación de parámetros que han demostrado tener las mejores características son el método de momentos ponderados por probabilidad (MPP) y el método de máxima verosimilitud (MV). Ello se ha comprobado mediante experimentos desimulación para

la mayoría de los modelos probabilísticos. Aun cuando, el segundo método tiene mejores propiedades para muestras de tamaño infinito, el primero cuenta con mayor eficiencia en muestras pequeñas, caso típico de los registros medidos.

Debido a la correlación existente entre distintos puntos de medición dentro de una región homogénea, en la información regional hay antecedentes redundantes, es decir, la información contenida en  $m$  series de observaciones de caudales máximos de distintos lugares, es menor que  $m$  veces la información contenida en una sola serie. Por consiguiente, al usar dicha información no se puede determinar con precisión la confiabilidad de los estimados. Igualmente, los procedimientos para estimar los parámetros, tienden a dar menor ponderación a información muy valiosa que puede estar presente en sólo una serie. Para tomar en consideración la correlación espacial existente entre distintos registros observados, se ha recurrido últimamente a los métodos regionales de máxima verosimilitud (Guo, 1990; Heo, 1990) y a las distribuciones multivariadas (Pons, 1992).

Este trabajo compara el uso de la distribución Wakeby, valores extremos I y general de valores extremos para representar los caudales máximos diarios observados en una extensa zona del centro-sur de Chile y en una zona del centro de Inglaterra.

## II DISTRIBUCION GENERAL DE VALORES EXTREMOS (VGE)

Una familia de distribuciones probabilísticas que tiene un atractivo teórico es la de valores extremos tipo I, II y III, ya que las crecidas son justamente eventos extremos. Una formulación que agrupa estas tres distribuciones en una sola expresión es la siguiente conocida como modelo GVE (Jenkinson, 1955; NERC, 1975):

$$F(x) = \exp\left[-\left[1 - k\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]^{1/k}\right] \quad (1)$$

Esta distribución tiene parámetros de ubicación ( $u$ ), de escala ( $\alpha$ ) y de forma ( $k$ ), cuyo valor determina el tipo del modelo. Si  $k$  es negativo, la variable aleatoria tiene un límite inferior. Si  $k$  es positivo, la variable está limitada en su extremo superior. Cuando  $k$  es nulo la distribución se convierte en la de valores extremos tipo I.

## III DISTRIBUCION WAKEBY (WAK)

La distribución Wakeby fue propuesta por Houghton (1977, 1978a, 1978b) como un

modelo probabilístico adecuado para representar los caudales de crecidas máximas diarias o instantáneas en una región. Varias razones avalan esta recomendación. En primer lugar, los valores generados por este modelo no adolecen de la llamada condición de separación (Matalas et al., 1975) que se observa en valores provenientes de otros modelos probabilísticos y en consecuencia, su comportamiento es análogo al de las series históricas. En segundo término, el modelo cuenta con 5 parámetros, lo cual le confiere gran flexibilidad para representar muestras con distinto comportamiento. En tercer lugar, se ha determinado experimentalmente que algunos parámetros pueden ser estimados regionalmente con buena aproximación. Cunnane (1988) afirma que este método de regionalización es tan superior a otros que merece ser el punto de partida para la estimación de crecidas de diseño de todo proyecto, recomendando incluso, el abandono de otros procedimientos.

El modelo Wakeby queda definido analíticamente por el inverso de su función distribución acumulada, característica que tiene ventajas al estimar los parámetros mediante el método de momentos ponderados por probabilidad, aunque no es conveniente para la implementación de otros procedimientos, tales como el de máxima verosimilitud.

Una variable aleatoria  $x$  tiene una distribución Wakeby cuando cumple la siguiente relación con su función de distribución acumulada ( $F$ ):

$$x = m + a [1 - (1 - F)^b] - c [1 - (1 - F)^{-d}] \quad (2)$$

Los valores de la variable aleatoria están comprendidos entre  $m$  e infinito y los parámetros del modelo son  $m$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .

#### IV ESTIMACION DE PARAMETROS

Greenwood y otros autores (1979) recomiendan estimar los parámetros de la distribución Wakeby y de otros modelos con el método de momentos ponderados por probabilidad, por las ventajas que presenta cuando las muestras son de tamaño limitado. Los momentos ponderados por probabilidad (MPP) se definen por el valor esperado del producto de tres términos: la variable aleatoria ( $x$ ) elevada a una potencia  $l$ , la función de distribución acumulada ( $F(x)$ ) elevada a un exponente  $j$  y el complemento de esta función elevado a un exponente  $k$ . De esta manera el MPP de orden  $l, j, k$  se calcula mediante la siguiente expresión:

$$M_{l,j,k} = E(x^l F^j (1-F)^k) = \int_0^1 x^l F^j (1-F)^k dF \quad (3)$$

Los momentos convencionales constituyen un caso especial de los MPP, ya que en ellos los exponentes  $j$  y  $k$  son nulos.

En el caso de la distribución Wakeby para definir los MPP, se usa un valor unitario para el exponente  $l$  y nulo para el exponente  $j$ . En este caso se denomina  $M_{1,0,k}$  al MPP de orden  $k$  y se designa simplemente por  $M_k$  (Greenwood et al., 1979). Al integrar la expresión se obtiene la siguiente relación general para los momentos de orden  $k$ , válida para valores positivos de  $k$ :

$$M_k = \frac{m}{1+k} + \frac{a-c}{1+k} - \frac{a}{1+k+b} + \frac{c}{1+k+d} \quad (4)$$

La estimación de los parámetros de la distribución Wakeby por el método de momentos ponderados por probabilidad requiere resolver un sistema de cinco ecuaciones, formado al igualar los primeros cinco momentos de la muestra con los correspondientes momentos ponderados de la población.

Landwehr y otros autores (1979,ab) recomiendan calcular estimadores de los MPP a partir de la muestra, utilizando la siguiente expresión, que entrega MPP sesgados para  $k$  positivo, en función del tamaño de la muestra ( $n$ ), de los valores ordenados en forma creciente ( $x_i$ ) y del número de orden ( $i$ ) de cada valor en la lista:

$$M_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ((n-i+0,35)/n)^k \quad (5)$$

Estos autores también exploraron el empleo de estimadores no sesgados para los MPP. Sin embargo, reportan que los estimadores moderadamente sesgados entregan mejores resultados, particularmente al estimar los valores de los cuantiles superiores, lo cual es relevante en el contexto del análisis de frecuencia de crecidas.

Para la distribución GVE, Raynal (1999) recomienda estimar los MPP usando un exponente  $l$  unitario y nulo para el exponente  $j$ , es decir, igual a lo expresado para la distribución Wakeby. En su trabajo plantea las ecuaciones finales resultantes para el sistema de tres ecuaciones que es necesario resolver.

Por otra parte Hosking et al. (1985) recomiendan usar un exponente  $l$  unitario y un valor nulo para  $k$ . Al integrar la expresión resultante se obtiene la siguiente relación general para los momentos  $M_j$ :

$$M_{1,j,0} = \frac{1}{1+j} (u + \alpha [1 - (j+1)^{-k} \Gamma(1+k)] / k) \quad (6)$$

Finalmente, para la distribución de valores extremos tipo I la expresión que se obtiene es:

$$M_{1,j,0} = \frac{u}{1+j} + \frac{\alpha[\ln(1+j) + 0.5772]}{1+j} \quad (7)$$

## V APLICACION DE LOS MODELOS

Para ilustrar la aplicación y comparación de los modelos EV1, GVE y Wakeby a nivel regional se escogieron 29 estaciones fluviométricas de la zona central-sur de Chile, pertenecientes a las cuencas de los ríos Rapel, Mataquito, Maule e Itata y 20 estaciones del centro-orientado de Inglaterra.

Las estaciones chilenas seleccionadas cuentan con registros de longitud superior a 20 años y reúnen en conjunto 804 años de registros de caudales máximos diarios.

El relieve de la zona se caracteriza por la existencia de dos cordilleras longitudinales con valles transversales que conforman una depresión intermedia. El clima es mediterráneo con un período lluvioso en invierno (Junio-Agosto), época en que cae la mayor parte de las precipitaciones anuales. Las precipitaciones anuales varían en promedio entre 500 mm y 2500 mm, existiendo un significativo aumento de ellas hacia el sur. La parte alta de las cuencas, con alturas sobre los 2000 m, reciben normalmente precipitaciones como nieve. La producción específica de las cuencas aumenta hacia el sur, con valores medios en el rango entre 10 y 90 l/s/km<sup>2</sup>.

La crecida máxima diaria promedio es de 367 m<sup>3</sup>/s, variando entre 44 y 1102 m<sup>3</sup>/s para las distintas estaciones. El coeficiente de variación promedio es 0,59 con valores en el rango 0,06 y 0,92. La crecida media por unidad de área es 464 l/s/km<sup>2</sup> con valores comprendidos en el rango 124 a 1638 l/s/km<sup>2</sup>. El coeficiente de asimetría es siempre positivo salvo en un caso. El valor promedio de este parámetro es 0,96 y el máximo es 2,33. Sólo cuatro estaciones tienen coeficientes de asimetría menores que 0,3 lo que muestra que en general las distribuciones empíricas de las muestras son bastante asimétricas.

La región central de Inglaterra está representada por series anuales de crecidas de 20 estaciones con 20 años de registro cada una (Cunnane, 1989). Las crecidas son ocasionadas por lluvias frontales en invierno y verano, algunas tormentas convectivas en verano y crecidas de deshielo en primavera. Los valores regionales promedios para el coeficiente de variación y de asimetría son 0,5 y 3,0 respectivamente.

El procedimiento seguido incluyó las siguientes etapas. En primer lugar, se calculan los primeros 5 MPP para cada una de las estaciones, ya sea usando los momentos  $M_k$  o  $M_j$  según sea el caso. Posteriormente en cada estación se adimensionalizaron los MPP dividiéndolos por

el primer MPP. En seguida, en cada una de las regiones se calcularon los momentos regionales unitarios o adimensionales ponderando cada uno de los momentos por el número de años de registro en cada estación. Los resultados se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 : Momentos Regionales Adimensionales

	Inglaterra	Inglaterra	Chile	Chile
Orden	Momentos j	Momentos k	Momentos j	Momentos k
0	1	1	1	1
1	0,63783	0,36217	0,66807	0,33193
2	0,48245	0,20679	0,51109	0,17495
3	0,3941	0,13976	0,41599	0,11306
4	0,33638	0,10336	0,35044	0,08071

Con los momentos regionales y con las ecuaciones ya indicadas, se calcularon los parámetros de las distribuciones regionales correspondientes a los modelos de valores extremos tipo I, general de valores extremos y Wakeby para cada región, resolviendo el sistema de ecuaciones resultante. Los parámetros calculados con el método MPP se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2 : Parámetros de los Modelos Regionales

Modelo	Parametro	Inglaterra	Chile
EV1	Alfa	0,39769	0,484943
	u	0,77045	0,720091
GVE	k	-0,1164	-0,15824
	Alfa	0,3529	0,43077
WAK	u	0,7508	0,33193
	m	0,2442	0,110
	a	0,4598	0,430
	b	4,1904	4,28
	c	1,3874	19,97
	d	0,217	0,03

Con los parámetros anteriores se calcularon las crecidas adimensionales asociadas a diferentes períodos de retorno. Los resultados obtenidos se indican en la Tabla 3 para cada región en función del período de retorno.

**Tabla 3 : Crecidas Para Distintos Períodos de Retorno**

Per Ret	Inglaterra			Chile		
	EV1	GVE	WAK	EV1	GVE	WAK
10	1,665	1,659	1,603	1,811	1,496	1,968
20	1,952	2,003	1,974	2,160	1,965	2,417
25	2,042	2,118	2,106	2,271	2,126	2,565
50	2,322	2,494	2,559	2,612	2,657	3,027
100	2,600	2,898	3,085	2,951	3,247	3,499
150	2,762	3,149	3,432	3,148	3,622	3,779
200	2,877	3,335	3,697	3,288	3,903	3,980

La Figura 1 muestra la comparación gráfica de los modelos para la zona central-sur de Chile y la Figura 2 compara el modelo Wakeby aplicado al caso chileno e inglés.

## VI ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se desprenden de los resultados presentados son las siguientes:

\* Las tres distribuciones regionales son bastante parecidas entre sí en el caso de Chile y del Reino Unido. Las diferencias máximas para diferentes períodos de retorno son del orden de 20%.

\* Los modelos GVE y WAK estiman crecidas unitarias bastante similares entre sí, sobretodo para períodos de retorno grandes, esto es válido para ambas zonas.

\* La distribución Wakeby da mayores estimaciones en ambos casos y parece ser entonces, un modelo conservador.

\* En el caso chileno, hay pequeñas diferencias entre los modelos Wakeby y GVE y ambos parecen ser alternativas adecuadas para representar las crecidas de la región. Las diferencias no superan el 14% para períodos de retorno mayores de 50 años.

\* Las semejanzas que se aprecian entre los resultados de dos zonas bastante diferentes entre sí, indican la conveniencia de preocuparse de una hidrología comparada, pues puede ser una alternativa adecuada para suplir la deficiencia de información de algunos lugares. En consecuencia, los resultados indican la conveniencia de explorar este camino en el futuro.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado en el marco de una línea de investigación que cuenta con el financiamiento del Fondo Nacional de Investigación Científica y Tecnológica. (Proyecto 1950981)

## BIBLIOGRAFIA

- 1) CUNNANE, C.(1988) Methods and merits of flood frequency analysis. **Jour. of Hydrology, vol 100**, 269-290.
- 2) CUNNANE, C. (1989) Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis. Operational Hydrology Rep No. 33. World Meteorological Organization.
- 3) GREENWOOD, J.A., LANDWEHR, J.M. y WALLIS, J.R.(1979) Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. **Water Resources Res, vol 15**, 5,1049-1054.
- 4) GUO, X., SALAS, J.D.,y BOES, D.C. (1990) Regional Flood Frequency Analysis. Water Resources Paper 102,
- 5) HEO, J. (1990) Regional Flood Frequency Modeling and Estimation. Ph.D. dissertation, Dept. of Civil Engineering, Colorado State University, Fort Collins, Co.
- 6) HOSKING, J.R.M. y WALLIS, J.R.(1985) The effect of inter-site dependence on regional flood frequency analysis. **EOS**, 66 (46), 906.
- 7) HOUGHTON, J.C. (1977) Robust Estimation of the Frequency of Extreme Events in a Flood Frequency Context. Ph.D. dissertation, Harvard University, Cambridge, Mass.

- 8) HOUGHTON, J.C. (1978a) Birth of a parent: Wakeby distribution for modeling flood flows. **Water Resources Res**, vol 14, n 6, 1105-1110.
- 9) HOUGHTON, J.C. (1978b) The incomplete means estimation procedure applied to flood frequency analysis. **Water Resources Res**, vol 14, n 6, 1111-1116.
- 10) JENKINSON, A.F. (1955) The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quart. Jour. Royal Meteor. Soc.**, 81, 158-171.
- 11) LANDWEHR, J.M., MATALAS, N.C. y WALLIS, J.R. (1979a) Estimation of parameters and quantiles of Wakeby distributions: 1. Known lower bounds. **Water Resources Res**, vol 15, n6, 1361-1372.
- 12) LANDWEHR, J.M., MATALAS, N.C. y WALLIS, J.R. (1979a) Estimation of parameters and quantiles of Wakeby distributions: 2. Unknown lower bounds. **Water Resources Res**, vol 15, n6, 1373-1379.
- 13) MATALAS, N.C., SLACK, J.R. y WALLIS, J.R. (1975) Regional Skew in search of a parent. **Water Resources Res**, vol 11, n6, 815-826.
- 14) NERC (1975) Flood Studies Report. National Environment Research Council. Whitefriars Press, London.
- 15) PONS, F. (1992) Regional Flood Analysis of Cross Correlated Annual Maximum Series Using Log-normal Models. Ph.D. dissertation, Dept. of Civil Engineering, Colorado State University, Fort Collins, Co.
- 16) RAYNAL, J.A. (1984) Aplicación del método de momentos de probabilidad pesada a la estimación de parámetros de la distribución general de valores extremos. XI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Buenos Aires, Argentina, 162-169.

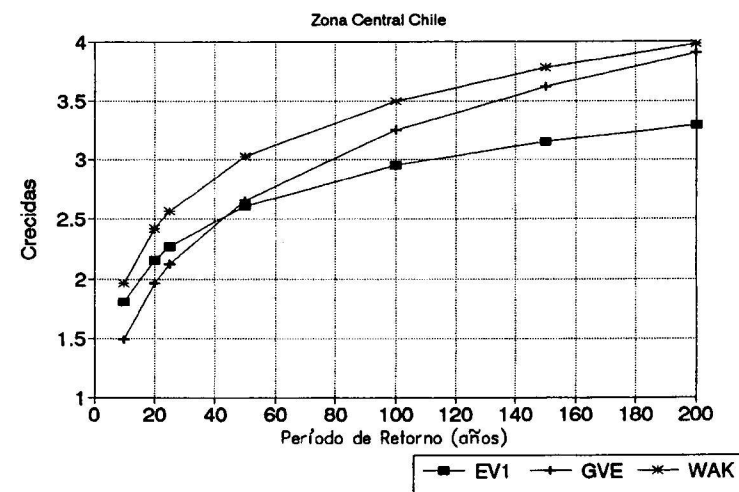


FIGURA 1: Crecidas Adimensionales Chile

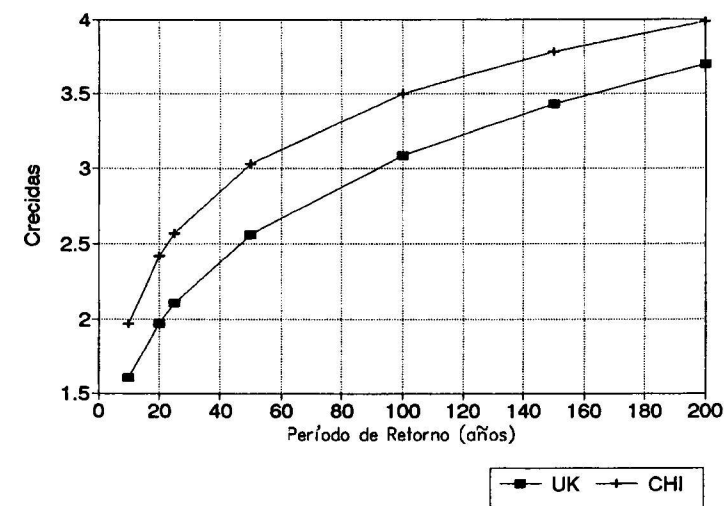


FIGURA 2: Crecidas Wakeby Adimensionales