

Fig. 9 a

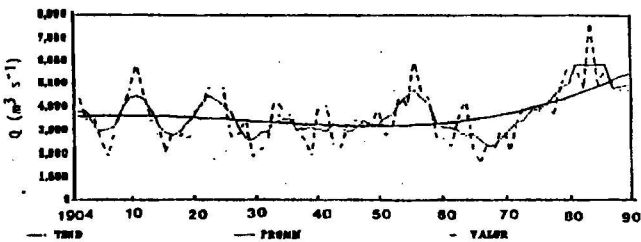


Fig. 9 b

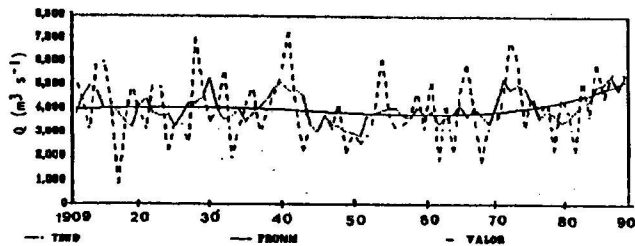


Fig. 9 c

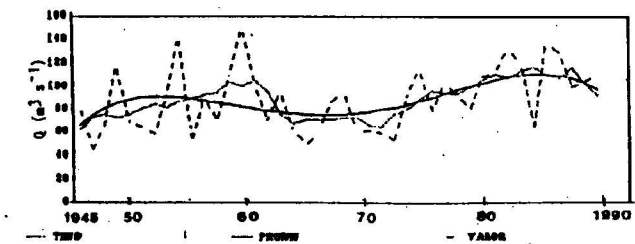


Fig. 9 d

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA  
XII CONGRESO CHILENO



11

CALIBRACION Y VALIDACION DE UN MODELO DE  
TRANSPORTE DE DOS SOLUTOS INTERACTIVOS EN  
MASAS DE RELAVES

PABLO RENGIFO O. (1)  
JOSE F. MUÑOZ P. (2)

RESUMEN

Se presenta en este trabajo los resultados y la metodología seguida para calibrar y posteriormente validar un modelo de transporte de dos solutos reactivos. Se trata de un modelo de transporte de solutos que describen el proceso de lixiviación ácida de relaves de mineral de cobre. La metodología desarrollada, permitió por una parte estimar en forma independiente los distintos parámetros que componen el modelo y por otra, validar el modelo en forma independiente. Se presenta además, en forma resumida, una descripción del modelo y del trabajo experimental realizado para reunir la información necesaria para la calibración y para la validación del modelo.

1) Ing. Civil, Mag. Cs. Ing. Profesor Asociado. Depto. de Ing. Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile. Av. Vicuña Mackenna 4860. Santiago, Chile.

2) Ing. Civil, Dr. Ing. Profesor Titular. Depto. de Ing. Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile. Av. Vicuña Mackenna 4860. Santiago, Chile.

## INTRODUCCION

En el último tiempo en Chile la industria minera cuprífera ha invertido importantes recursos para el estudio de nuevas y más eficientes técnicas que permitan la recuperación del cobre contenido en los tranques de relave. En esta línea de investigación, la División El Teniente de Codelco Chile y el Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental de la Pontificia Universidad Católica de Chile, están estudiando la tecnología de lixiviación in-situ de relaves de mineral de cobre vía pozos de inyección y de bombeo.

Esta tecnología consiste en inyectar y hacer circular la solución lixivante (mezcla de agua y ácido sulfúrico) a través del relave por medio de un sistema de pozos de inyección, y luego recuperar la solución enriquecida en cobre mediante pozos de bombeo. Para aplicar este sistema de recuperación de cobre a nivel industrial es necesario definir primero la configuración geométrica de los pozos y luego las variables de operación, es decir, el caudal de inyección y el de bombeo y la acidez inicial de la solución lixivante, de manera de obtener una concentración de cobre a la salida de los pozos de bombeo adecuada a los procesos de extracción. Para poder optimizar el sistema es necesario disponer de un modelo matemático que permita simular el proceso de extracción bajo distintas configuraciones de pozos y condiciones de operación.

Con este fin, a la fecha se han desarrollado varios trabajos que han permitido verificar que el fenómeno en estudio puede ser entendido y modelado como un problema de transporte de dos solutos, que reaccionan entre sí y con el medio. En efecto, Montero et al. (1994) proponen un modelo unidireccional de transporte de solutos capaz de describir el proceso de lixiviación en columnas de relave. Dicho modelo fue calibrado con experiencias de laboratorio en tres columnas, verificándose que el modelo reproduce las tendencias principales del fenómeno. Posteriormente, Muñoz et al (1994) generalizan el trabajo anterior, formulando un modelo bidimensional que permite simular el proceso de recuperación de cobre vía pozos de inyección y de bombeo. Paralelamente, dichos autores realizan un programa experimental a escala de laboratorio, con el fin de reunir la información necesaria para calibrar y posteriormente validar dicho modelo (Muñoz y Rengifo, 1994).

El modelo desarrollado para describir el proceso de lixiviación, se puede entender como la superposición de distintos fenómenos químicos y/o físicos, tales como el transporte del agente lixivante, la reacción química entre el agente lixivante y el mineral y el transporte del producto de la reacción en solución. El planteamiento de un modelo global de este tipo, implica necesariamente la presencia de parámetros hidráulicos, hidro-dispersivos y físico-químicos, los que se deben estimar con experiencias especialmente diseñadas para estos efectos y con un procedimiento que asegure su independencia. El procedimiento utilizado para determinar los parámetros de un modelo, denominado comúnmente etapa de calibración, es muy importante y de él depende la confiabilidad del modelo para

predecir o simular diferentes escenarios y condiciones de operación. Finalmente, para asegurar que el modelo propuesto permite efectivamente describir el fenómeno en estudio, se debe comparar los resultados obtenidos mediante el modelo con resultados experimentales. Esta etapa, denominada validación del modelo, debe ser independiente de la etapa de calibración y requiere de un diseño teórico-experimental apropiado.

En este trabajo se describe en forma resumida el modelo desarrollado y se presenta su calibración y su validación. Se da especial importancia al procedimiento utilizado y a la forma en que se utilizaron las diferentes experiencias realizadas, primero para estimar los parámetros del modelo y posteriormente para validarlo.

## MODELO DE TRANSPORTE

Se trata de un modelo de transporte de solutos que está compuesto básicamente por cuatro ecuaciones: una ecuación que describe el movimiento de la solución lixivante a través de la masa de relave, otras dos ecuaciones que describen el transporte del ácido y del cobre presente en la solución y una última ecuación que describe la variación de la concentración de cobre en la fase sólida.

El movimiento de la solución a través del relave es descrito usando la conocida ecuación que representa el movimiento de un fluido a través de un medio poroso, la que en régimen permanente se expresa por:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left( k_s h(x_1) \frac{\partial h(x_1)}{\partial x_1} \right) + W = 0 \quad (1)$$

donde  $h_{(x)}$  es la carga hidráulica asociada a la posición  $x$  (m),  $k_s$  es la conductividad hidráulica saturada del medio poroso ( $m s^{-1}$ ) y  $W$  es el flujo volumétrico externo agregado ( $W < 0$ ) o retirado ( $W > 0$ ) del medio por unidad de área ( $m^3 m^{-2} s^{-1}$ ).

El movimiento o transporte de ácido y de cobre es descrito usando la clásica ecuación de convección-dispersión (Bear, 1972) que describe el transporte de solutos a través de suelos saturados. Para el caso del ácido, considerando que su consumo se puede suponer proporcional a su concentración y que no existe ácido en la fase sólida, se obtiene la siguiente expresión para representar el transporte de ácido a través de la masa de relave:

$$\frac{\partial C_{H_2SO_4}}{\partial t} = \frac{1}{h(x_1)} \frac{\partial}{\partial x_1} \left( h(x_1) D_{ij} \frac{\partial C_{H_2SO_4}}{\partial x_j} \right) - v_1 \frac{\partial C_{H_2SO_4}}{\partial x_1} - \mu C_{H_2SO_4} + \frac{A_{H_2SO_4}}{n_e} \quad (2)$$

donde  $C_{H_2SO_4}$  es la concentración de ácido en la solución ( $g\ cm^{-3}$ ),  $n_e$  es la porosidad efectiva del suelo ( $cm^3\ cm^{-3}$ ),  $D_{ij}$  son los coeficientes de dispersión hidrodinámica aparente ( $m^2\ s^{-1}$ ),  $\mu$  es un coeficiente de consumo de primer orden ( $s^{-1}$ ) y  $A_{H_2SO_4}$  representa un surtidor o sumidero externo de ácido.

Para el caso del cobre, se tiene que el transporte es afectado principalmente por dos fenómenos bien definidos: un proceso denominado extracción o lixiviación, mediante el cual el cobre presente en la fase sólida se solubiliza como sulfato de cobre debido a la reacción química que se produce entre el agente lixivante y las partículas de mineral y otro proceso, denominado adsorción/desorción, que ocasiona un traspaso de masa (cobre) desde la solución a la fase sólida. Considerando que la extracción o solubilización se puede modelar como una cinética de primer orden que describe la interacción que se produce entre el agente lixivante ( $H_2SO_4$ ) y la partícula de mineral y que los mecanismos de adsorción/desorción se pueden modelar mediante una isoterma lineal de equilibrio del tipo isoterma de Freundlich, la ecuación para el transporte de cobre queda entonces:

$$R_{Cu} \frac{\partial C_{Cu}}{\partial t} = \frac{1}{h(x_i)} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( h(x_i) D_{ij} \frac{\partial C_{Cu}}{\partial x_j} \right) - v_i \frac{\partial C_{Cu}}{\partial x_i} + \frac{\rho}{n_e} k_e C_{H_2SO_4} S_{Cu} + \frac{A_{Cu}}{n_e} \quad (3)$$

donde  $C_{Cu}$  es la concentración de cobre en la solución ( $g\ cm^{-3}$ ),  $S_{Cu}$  es la concentración de cobre en la fase sólida,  $\rho$  es la densidad del suelo ( $g\ cm^{-3}$ ),  $k_e$  es una constante cinética de extracción de primer orden ( $cm^3\ g^{-1}\ s^{-1}$ ),  $A_{Cu}$  representa un surtidor o sumidero externo de cobre y  $R_{Cu}$  es el coeficiente o factor de retardo.

Finalmente, la variación en la concentración de cobre en la fase sólida se obtiene realizando un balance de masa, el cual se puede expresar como:

$$\frac{\partial S_{Cu}}{\partial t} = k_d \frac{\partial C_{Cu}}{\partial t} - k_e C_{H_2SO_4} S_{Cu} \quad (4)$$

donde  $k_d$  es una constante de equilibrio ( $cm^3\ g^{-1}$ ) que está relacionada con el factor de retardo.

Los coeficientes de dispersión hidrodinámica ( $D_{ij}$ ), que gobiernan la parte dispersiva del transporte de ácido y de cobre (ecs. 2 y 3), están definidos por el campo de velocidades de la solución y por dos parámetros, la dispersividad longitudinal ( $\alpha_L$ ) y la dispersividad transversal ( $\alpha_T$ ). El campo de velocidades de la solución se determina a partir de la carga hidráulica ( $h$ ), mediante la ecuación de Darcy.

El modelo matemático que representa entonces el movimiento de ácido y de cobre a través de

una masa de relave saturada queda definido al incorporar las condiciones iniciales y de borde al conjunto de ecuaciones anteriormente presentadas. Para el adecuado funcionamiento del modelo se requiere que las diferentes ecuaciones que lo definen queden claramente relacionadas. El modelo puede ser resuelto en dos etapas bien definidas.

La primera etapa consiste en establecer las condiciones del flujo en régimen permanente, es decir, se calculan la carga hidráulica (ec. 1) y el campo de velocidades (ley de Darcy) en todo el dominio y en calcular los coeficientes de dispersión hidrodinámica. Para ello se requiere conocer los parámetros permeabilidad saturada ( $k_p$ ), porosidad efectiva ( $n_p$ ), dispersividad longitudinal ( $\alpha_L$ ) y dispersividad transversal ( $\alpha_T$ ).

La segunda etapa consiste en la simulación del proceso de extracción de cobre propiamente tal en el tiempo. Para esto, en primer lugar se resuelve la ecuación de transporte de ácido (ec. 2), la que necesita como datos de entrada los coeficientes de dispersión hidrodinámica y el campo de velocidades, obteniéndose como solución la concentración de ácido en el tiempo y en el espacio. A continuación, se introduce la solución de la ecuación de transporte de ácido, los coeficientes de dispersión hidrodinámica y el campo velocidades en la ecuación de transporte de cobre (ec. 3), obteniéndose como solución la concentración de cobre en el tiempo y en el espacio en la solución. Finalmente, se determina la concentración de cobre remanente en la fase sólida ( $S_{Cu}$ ), mediante la ec. (4). En esta segunda etapa se deben conocer los parámetros coeficiente de consumo de ácido ( $\mu$ ), coeficiente de retardo del cobre ( $R_{Cu}$ ), constante cinética de extracción de cobre ( $k_e$ ) y fracción lixiviable de cobre ( $\lambda$ ). Este último parámetro  $\lambda$  representa el porcentaje del contenido de cobre total o ley (G) que es solubilizable. El parámetro  $k_e$  está implícito en el coeficiente de retardo. Además, es necesario conocer la ley inicial del relave (G) y su densidad ( $\rho$ ).

## MATERIAL Y METODOS

La instalación experimental utilizada consistió en dos estanques en forma de paralelepípedo de  $0,5\ m^3$  ( $1\ m \times 1\ m$  de base y  $0,5\ m$  de alto), que se llenaron con material de relave y en los cuales se instaló una determinada configuración de pozos de inyección y de bombeo. En el estanque 1 se instaló una configuración de pozos que permitió producir un flujo unidireccional entre dos bordes de altura constante y en el estanque 2 se instaló una configuración que permitió producir un flujo radial entre cuatro pozos de inyección, ubicados en los vértices de un cuadrado de  $50\ cm$  de lado y un pozo central. En la Fig. 1 se muestra un esquema de la instalación utilizada.

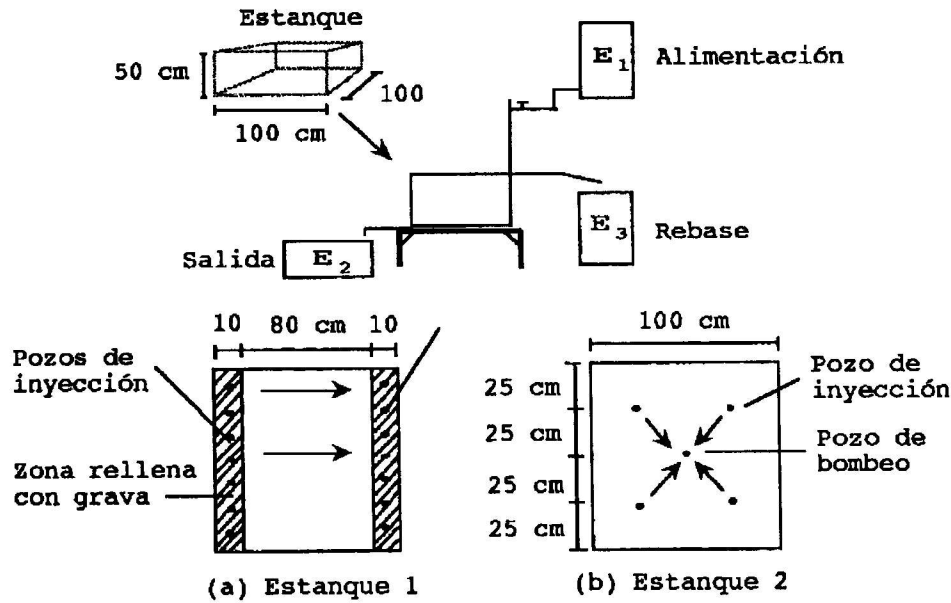


Figura 1. Instalación experimental.

El llenado de ambos estanques se realizó de manera de simular un medio homogéneo e isotrópico. Para estos efectos, se seleccionó un relave de características similares, que se homogeneizó mezclándolo. La composición mineralológica de un relave típico es descrita por Montero et al. (1994). Se trata de un suelo fino y bien graduado con un diámetro medio de 2 mm, una densidad de 1,8 gr/cm<sup>3</sup> y un contenido de cobre total, en peso, de 0,29%. En ambos estanques se realizaron distintas experiencias, con distintos objetivos.

### EXPERIENCIA DE TRAZADOR

Con el objeto de determinar los parámetros hidráulicos y dispersivos se realizó una experiencia de trazador en el estanque 1. La experiencia consistió en inyectar un pulso de un trazador inerte en el flujo unidireccional impuesto por dos bordes de altura constante, y observar la evolución de la concentración del trazador en un pozo de observación situado aguas abajo. La inyección del trazador se realizó en el pozo de inyección PI situado a 21 cm del borde izquierdo y el muestreo se realizó en el pozo de observación PO situado a 19 cm del pozo PI, tal como se muestra en la Fig. 2.

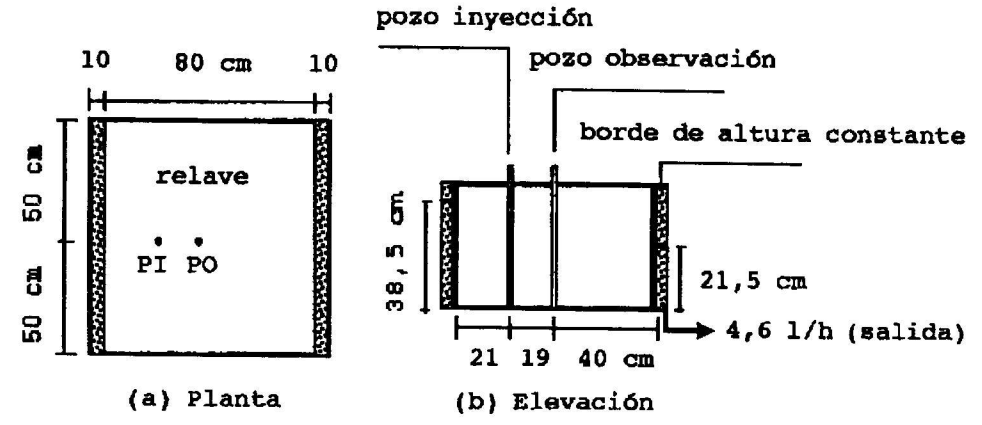


Figura 2. Esquema de la experiencia de trazador.

La diferencia de nivel entre los bordes de altura constante fue de 17 cm y se midió un caudal promedio de 4,6 l/h a la salida del borde de menor energía. La altura de agua medida en PO fue de 0,34 m y en PI de 0,30 m. Se utilizó como trazador un isótopo radioactivo Br-82, cuya vida media es de 35,9 horas y que tiene un decaimiento conocido (Gesche, 1994).

### EXPERIENCIA DE LIXIVIACION EN FLUJO UNIDIRECCIONAL

Posterior a la experiencia de trazador, se realizó una experiencia de lixiviación en el mismo estanque 1. La experiencia consistió en inyectar una solución lixivante, compuesta por una mezcla de agua y ácido sulfúrico, en el borde de mayor energía y recuperar la solución resultante en el otro borde.

La diferencia de nivel impuesta entre ambos bordes en este caso fue de 5 cm ( $H_1 = 45$  cm y  $H_2 = 40$  cm), midiéndose un caudal promedio de 1,9 l/h a la salida del borde de menor energía. La acidez de la solución lixivante fue de 35 g/l. La experiencia tuvo una duración de 50 días y se controló el pH, la acidez y la concentración de cobre en la solución recuperada.

### EXPERIENCIA DE LIXIVIACION EN UN FLUJO RADIAL

En forma simultánea con la experiencia de lixiviación en flujo unidireccional, se realizó una segunda experiencia de lixiviación con flujo radial en el estanque 2. Esta experiencia consistió en hacer circular una solución lixivante similar a la utilizada en la experiencia anterior (35 g/l de ácido) desde

los cuatro pozos de inyección hacia el pozo de bombeo central (Fig. 1). El caudal extraído en el pozo de bombeo fue de 1,44 l/h y el inyectado en cada pozo de inyección fue la cuarta parte (0,36 l/h). La experiencia tuvo una duración de 50 días y se controló el pH y la concentración de cobre a la salida del pozo de bombeo.

## RESULTADOS Y DISCUSION

### Calibración del modelo

La calibración del modelo consistió en determinar el valor de los parámetros que lo componen. Debido a que el modelo contiene una cantidad considerable de parámetros, fue necesario estimarlos en forma independiente. Los parámetros hidráulicos y dispersivos, es decir, la conductividad hidráulica saturada ( $k_s$ ), la porosidad efectiva ( $n_e$ ) y las dispersividades ( $\alpha_L$  y  $\alpha_T$ ) se estimaron en base a la experiencia de trazador. Los parámetros reactivos, es decir, el factor de consumo de ácido ( $\mu$ ), el coeficiente de retardo del cobre ( $R_{Cu}$ ), la constante cinética de extracción de cobre ( $k_e$ ) y la fracción lixiviable de cobre ( $\lambda$ ) se estimaron en base a la experiencia de lixiviación en flujo unidireccional. Dado que, tanto la experiencia de trazador como la experiencia de lixiviación en un flujo unidireccional se realizaron en un medio poroso (relave) de iguales características, los parámetros hidro-dispersivos obtenidos mediante la experiencia de trazador fueron utilizados para la determinación de los parámetros reactivos.

La conductividad hidráulica saturada ( $k_s$ ) del material de relave se determinó ajustando los valores experimentales obtenidos en la experiencia de trazador a la ecuación que representa dicho flujo (ec. 1), sujeta a las condiciones de borde de la experiencia. De este modo se obtuvo un valor para la conductividad hidráulica saturada de  $k_s = 0,002$  cm/s.

Los parámetros la porosidad efectiva ( $n_e$ ), dispersividad logitudinal ( $\alpha_L$ ) y dispersividad transversal ( $\alpha_T$ ) se determinaron estudiando el movimiento y la dispersión del trazador en el flujo unidireccional establecido en el estanque 1. Al igual que para el caso del ácido y del cobre, el movimiento y la dispersión del trazador se pueden describir mediante la ecuación general de transporte de solutos, la cual tiene una solución analítica conocida para este caso (Leij y Dane, 1990).

De este modo, se determinó el valor de los parámetros hidrodispersivos del relave ajustando la concentración del trazador medida en el pozo de observación PI, con la concentración obtenida utilizando la solución analítica de Leij y Dane. El ajuste se realizó utilizando un método automático de ajuste de parámetros (Rosembrok) minimizando el cuadrado de los errores relativos (Gesche, 1994). En la Tabla 1 se presentan los resultados obtenidos.

Tabla 1. Parámetros dispersivos del relave.

| Parámetro                              | Unidad                    | Valor |
|--|---------------------------|-------|
| Dispersividad longitudinal, $\alpha_L$ | cm                        | 1,704 |
| Dispersividad transversal, $\alpha_T$  | cm                        | 0,637 |
| Porosidad efectiva, $n_e$              | $\text{cm}^3/\text{cm}^3$ | 0,260 |

Los parámetros reactivos, factor de consumo de ácido ( $\mu$ ), coeficiente de retardo del cobre ( $R_{Cu}$ ), constante cinética extracción de cobre ( $k_e$ ) y fracción lixiviable de cobre ( $\lambda$ ) se estimaron ajustando los resultados numéricos obtenidos con el modelo a los resultados experimentales medidos en la experiencia de lixiviación realizada en el flujo unidireccional (estanque 1). La metodología seguida fue ajustar primero la concentración de ácido variando el parámetro  $\mu$  y dejando fijos los otros parámetros. Luego, se ajustó la concentración de cobre modificando los parámetros  $k_e$ ,  $R_{Cu}$  y  $\lambda$ , manteniendo fijo  $\mu$ . Se repitió este procedimiento en forma iterativa hasta obtener el mejor ajuste.

En la Fig. 3 se muestran los ajustes obtenidos, tanto para la concentración de cobre como para la de ácido, a la salida del borde de menor energía del estanque 1. En la Tabla 2 se presenta el valor de los parámetros correspondientes a dicho ajuste.

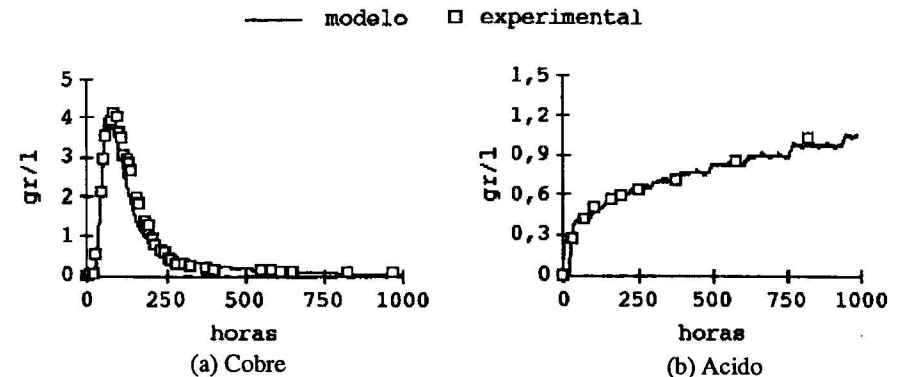


Figura 3. Resultados del ajuste para la etapa de calibración.

**Tabla 2. Parámetros reactivos del relave obtenidos.**

| Parámetro                     | Unidad                                  | Valor                 |
|-------------------------------|---|-----------------------|
| Coef. Extracción, $k_e$       | $\text{cm}^3\text{g}^{-1}\text{s}^{-1}$ | $8,30 \times 10^{-4}$ |
| Coef. Adsorción*, $k_d$       | $\text{cm}^3\text{g}^{-1}$              | $8,67 \times 10^{-2}$ |
| Coef. Consumo 1, $\mu_1$      | $\text{s}^{-1}$                         | $4,02 \times 10^{-5}$ |
| Coef. Consumo 2, $\mu_2$      | $\text{s}^{-1}$                         | $2,60 \times 10^{-5}$ |
| Fracción Extraíble, $\lambda$ | %                                       | 64                    |

\*Corresponde a un coeficiente de retardo  $R_{ca} = 1,6$ .

Se puede observar en la Tabla 2, que el coeficiente de consumo de ácido  $\mu$  toma dos valores,  $\mu_1$  y  $\mu_2$ . Esto se debe a que la tasa de consumo de ácido no es constante, verificándose experimentalmente una tasa de consumo mayor inicialmente ( $\mu_1$ ), que corresponde al período de tiempo durante el cual se extrae cobre. Posteriormente, cuando no queda cobre factible de extraer, la tasa de consumo de ácido disminuye al valor de  $\mu_2$ , debido a que el ácido continua consumiéndose al reaccionar con otras especies contenidas en el relave.

Para poder lograr este ajuste fue necesario amplificar por 4,12 el valor de los parámetros de dispersividad longitudinal ( $\alpha_L$ ) y de dispersividad transversal ( $\alpha_T$ ). Este hecho se fundamenta en estudios que revelan que la dispersividad del medio no es constante, sino más bien depende de la distancia media recorrida y/o de la escala del sistema y que normalmente existe una relación, que se puede suponer lineal, entre la distancia recorrida por el soluto y el valor de los coeficiente de dispersividad, dentro de un cierto rango. En este trabajo se verificó esta relación.

### Validación del modelo

Se validó el modelo comparando los resultados numéricos obtenidos con el modelo con los resultados experimentales obtenidos en la experiencia de lixiviación que se realizó en el estanque 2 (Fig. 1). Es importante resaltar el hecho que en esta experiencia se utilizó un medio poroso idéntico al utilizado en las experiencias que sirvieron para calibrar el modelo, por lo que los parámetros estimados pueden ser utilizados para validar el modelo. Consecuentemente con los resultados obtenidos en la etapa de calibración, se corrigió el valor de los parámetros dispersividad longitudinal y transversal considerando que varían linealmente con la distancia. Luego, aplicando el modelo con las condiciones iniciales y de borde respectivas, se simuló la experiencia de lixiviación realizada en el estanque 2. En la Fig. 4 se muestran los resultados obtenidos con el modelo y aquellos obtenidos en

la experiencia

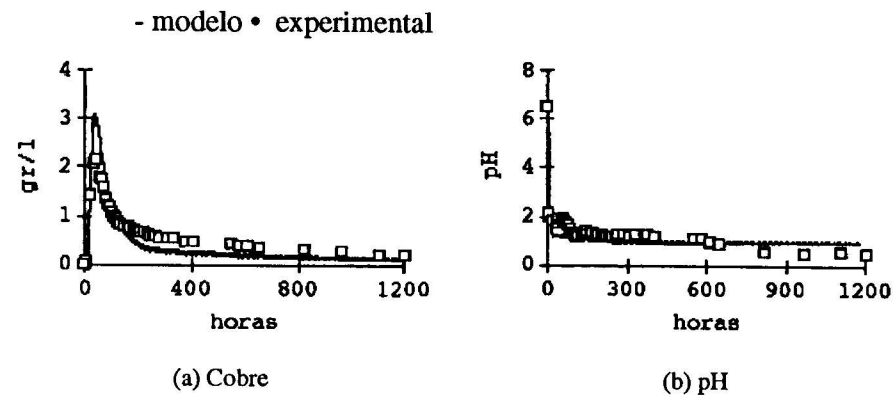


Figura 4. Resultados del ajuste para la etapa de validación.

Se observa que el modelo reproduce satisfactoriamente el pH y la concentración de cobre en la solución extraída en el pozo de bombeo (Fig. 4). No obstante, el máximo para la concentración de cobre calculado con el modelo es mayor que el observado experimentalmente. Este hecho se puede explicar en parte, debido a que el máximo no está bien definido con los valores experimentales disponibles y es muy probable que sea superior al máximo valor medido. Se observa además, que la cola es subestimada por el modelo.

Una explicación para estas diferencias se fundamenta en la presencia de una fase acuosa inmóvil. La influencia de esta fase acuosa, sería más importante en la experiencia de lixiviación con flujo radial (validación) que en la con flujo unidireccional (calibración), debido a que las velocidades son menores (del orden de 5 veces) en esta última experiencia.

### RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se presenta en este trabajo la calibración y la validación de un modelo de transporte de solutos capaz de describir el proceso de lixiviación in-situ de relaves de mineral de cobre mediante pozos de inyección y de bombeo, utilizando ácido sulfúrico como agente lixivante.

El modelo fue validado experimentalmente en estanques de laboratorio especialmente diseñados para estos efectos. Para esto, primero se calibró el modelo y luego se validó. La calibración permitió determinar el valor de los parámetros que componen el modelo, para un tipo de relave y flujo de la solución lixivante. La validación permitió verificar la capacidad del modelo para describir el fenómeno cuando se modifican las características del flujo de la solución lixivante. Se destaca que la validación del modelo se realizó con una experiencia absolutamente independiente de las experiencias

utilizadas para la calibración, lo que asegura la capacidad predictiva del modelo. Para la calibración del modelo se utilizaron dos experiencias distintas que permitieron determinar en forma independiente los parámetros hidro-dispersivos del relave (exp. de trazador) de los parámetros reactivos que gobiernan la lixiviación propiamente tal (exp. de lixiviación).

Los resultados muestran que el modelo predice satisfactoriamente las tendencias principales del fenómeno, es decir, la evolución temporal de la concentración de ácido y de cobre en la solución extraída. Además el modelo entrega la distribución espacial en todo el dominio de la concentración de ácido y de cobre en la solución y de la concentración de cobre en la fase sólida.

El modelo se puede mejorar estudiando con más detalle la reacción química entre el ácido sulfúrico y los minerales contenidos en el relave. También se debe estudiar la influencia del agua inmóvil y su relación con la velocidad a la que se desplaza la solución lixivante.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Proyecto Hidrometalúrgico de la División el Teniente de Codelco Chile por su colaboración y por el material de relave proporcionado, a la Comisión Chilena de Energía Nuclear (CCHEN) por su participación en la experiencia de trazador, al Sr. René Carvajal M. por su valiosa contribución en la confección del programa computacional que resuelve el modelo y al Sr. Ernesto Gesche M. por la realización e interpretación de la experiencia de trazador.

## BIBLIOGRAFIA

- 1) Bear, J. 1972. Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, New York.
- 2) Leij, F. and J.H. Dane. 1990. Analytical Solutions of the One-Dimensional Advection Equation and Two-or three-Dimensional Dispersion Equation. Water Resour. Res. 26:1475-1482.
- 3) Gesche, E. 1994. Estimación de parámetros dispersivos en medios porosos saturados. Tesis de Magister. Depto. de Ingeniería hidráulica y Ambiental. Pontificia Universidad Católica de Chile
- 4) Montero, J.P., J.F. Muñoz, R. Abeliuk, and M. Vauclin. 1994. A solute transport model for the acid leaching of copper in soil columns. Soil Sci. Soc. Am. J. 58:678-686.
- 5) Muñoz, J.F., P. Rengifo y R. Carvajal. 1994. Modelo matemático bidimensional para la lixiviación ácida de relaves de cobre. XVI Congreso Latinoamericano Ingeniería Hidráulica. Santiago, Chile.
- 6) Muñoz, J.F., y P. Rengifo. 1994. Estudio experimental del fenómeno del transporte de ácido y de cobre en suelos de relave. XVI Congreso Latinoamericano Ingeniería Hidráulica. Santiago, Chile.

## SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA XII CONGRESO CHILENO



Sociedad Chilena  
de Ingeniería Hidráulica



Instituto Nacional  
de Hidráulica - Chile

12

## ANALISIS DE LA INCERTIDUMBRE Y ESTIMACION DE PARAMETROS EN UN MODELO DE HIDROGRAMA UNITARIO INSTANTANEO

RAFAEL S. SEOANE(1); ALEJANDRA VORNETTI(2); MONICA GELMI(2)

## RESUMEN

El objetivo de este trabajo es proponer un método para definir una función de densidad de probabilidades de los caudales máximos, y estimar sus parámetros para el análisis de la incertidumbre asociada al uso de un modelo determinístico de la teoría del hidrograma unitario instantáneo.

Se aplica la teoría de la función derivada de probabilidades para deducir las expresiones de los primeros momentos y obtener una aproximación a la función de densidad de los caudales máximos a partir del hidrograma unitario instantáneo (Clark, 1943) y de la función de densidad del parámetro de almacenamiento adimensional (Wilson y Brown, 1992).

Los resultados de la aplicación del método fueron analizados con un modelo de simulación que incluye la nueva función de densidad y se contrastaron con la serie de caudales extremos anuales.

- (1) Investigador del Instituto Nacional de Ciencia y Técnica Hídricas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires y Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.
- (2) Investigadora de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina.