SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

XI CONGRESO CHILENO

FUNDAMENTOS MECANICOS DEL TRANSPORTE DE PARTICULAS ESFERICAS SIMULANDO GRANULOMETRIA FINA EN LECHOS NATURALES O ARTIFICIALES

SOLANO VEGA VISCHI*

RESUMEN

Se define como granulometria fina, los tamaños menores de 1mm de diámetro, que al constituir lechos móviles, pueden producir superficies no planas de acuerdo a sus diámetros y potencia $\tau_0 U$ del escurrimiento, en que $\tau_0 = \gamma RJ$, y U la velocidad media. Para definir el ámbito fisico de cada forma de la superficie, se hace referencia a otras fuentes (ASCE,1975).

Una vez definido el tipo de superficie del lecho, se presentan los fundamentos mecánicos del cálculo del transporte como arrastre y suspensión, según las caracteristicas del escurrimiento, y la distribución de tamaños en el material que forma el lecho.

Los criterios utilizados en este trabajo se apoyan en otro trabajo del autor (VEGA,1993), en el que se analizan las condiciones de iniciación del movimiento, y que a su vez es complemento de esta presentación.

Las formulas y procedimientos descritos en el trabajo, permite usar estos tambien como predictores de escurrimientos en lechos finos.

* Ing. Civil U.de Ch. SOLANO VEGA Y ASOCS. INGENIEROS CONSULTORES

I.- ANTECEDENTES PARA LA FORMULACION DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS.

Este trabajo es complemento de otro del mismo autor, en el cual,se analizan los casos límites de iniciación del movimiento (VEGA,1993), y a cuyas ecuaciones se hará referencia en esta presentación.

Se define como granulometría fina, los tamaños menores de 1mm de diámetro, que al constituir lechos móviles, pueden producir superficies no planas de acuerdo a sus diámetros y potencia $\tau_o U$ del escurrimiento, en que $\tau_o = \gamma RJ$, y U la velocidad media. Para definir el ámbito físico de cada forma de la superficie, se hace referencia a otras fuentes (ASCE,1975).

En granulometría fina, tanto los fenómenos de iniciación del movimiento como los de transporte, son más complejos que para los de material grueso, debido a la eventual formación de superficies de lecho no planas(dunas, ripples y antidunas). La determinación de las condiciones para las cuales se produce cada una de estas formas no planas, se presenta en "Sedimentation Engineering"(ASCE,1975), en su figura 2.79, en que en función de la potencia del escurrimiento $\tau_o U$, y del diámetro medio del material, se dan los límites experimentales tanto para los lechos planos como para las formas que el lecho puede adoptar. El autor de este trabajo le ha dado forma analítica a los límites gráficos indicados en fig. 2.79.

II.- TRANSPORTE EN LECHOS PLANOS.

La ocurrencia de lechos planos en material fino, según formulación del autor basada en información experimental (ASCE,1975), dá las siguientes condiciones:

$$d \leqslant 0{,}5 \text{ mm}; \quad \tau_o U \leqslant 0{,}010 \quad \text{kg/m/s}$$

$$1\text{mm} > d > 0{,}5; \quad 0{,}010 < \tau_o U < 0{,}032 + 0{,}148d^2 - 0{,}118d$$

En lechos planos, se acepta n=0,018.

II.A.- TRANSPORTE POR ARRASTRE EN LECHO PLANO DE PARTICULA COLOCADA SOBRE UNA CAPA DE ELEMENTOS DEL MISMO DIAMETRO.

Para el transporte de partículas de diámetro d con velocidad absoluta uniforme U_{y*}, en escurrimiento con velocidad U_y, rige la ecuación de equilibrio dinámico que se ilustra en Fig. 1;

$$F_D = (F_S - F_L)\tan\phi \qquad (1)$$

$$\text{en que } F_D = C_D(\pi d^2/4)(\gamma_a/g)U_y'^2/2 \qquad (2)$$

Fig. 1

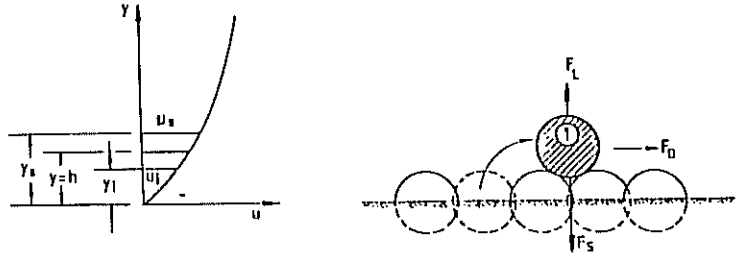
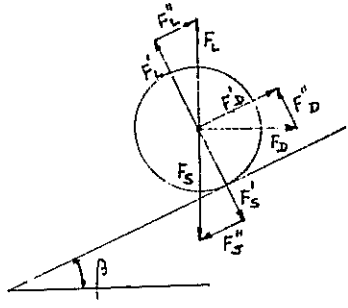


FIG 2



$U'_y = (U_y - U_{y*})$ (3) $C_D = 0,50$; $\tan\phi = 0,577$

En (3), U_y es la velocidad del escurrimiento a la cota correspondiente al centro de la particula.

$F_S = (\gamma_s - 1)\pi d^3/6$ (4) para $\gamma_s = 2,66$: $F_S = 0,869d^3$ (4)

$F_L = 0,100(dU^*)^2$ (5) $U^* = \sqrt{gRJ}$

Reemplazando valores en (1) se tiene:

$$0,020d^2(U_y - U_{y*})^2 = 0,577[0,869d^3 - 0,100(dU^*)^2] \quad (6)$$

$$U_y - U_{y*} = 5,37\sqrt{0,869d - 0,100U^{*2}} \quad (6')$$

$$U_y = 5,75\log(30,2x0,816d/0,5d)U^* = 9,733U^* = 30,47\sqrt{RJ} \quad (7)$$

Despejando U_{y*} de (6') y reemplazando U_y de (7), se tiene:

$$U_{y*} = 30,47\sqrt{RJ} - 5,0\sqrt{d - 1,127RJ} \quad (8)$$

En (8), para $d = 38,22RJ$: $U_{y*} = 0$:Veloc.lim.inf.arrastre
$d = 1,127RJ$: $U_{y*} = 30,47\sqrt{RJ}$: veloc. lim. superior de arrastre.

El material que se arrastra, debe tener un diametro comprendido entre los dos limites anteriores. Dentro de ese rango, se produce un movimiento del lecho de un espesor h_s, en que:

$$h_s = 1,1/(n_i d_i^2 + .. + n_p d_p^2) \quad \text{(VEGA,1973)}$$

En que n_i a n_p son las fracciones granulométricas del lecho mayores que 38,22RJ.

Obtenido h_s, se calcula la velocidad media correspondiente a la altura media $h_s/2$. Se acepta que el material del lecho que se arrastra tiene un 40% de huecos, de modo que el peso del material que se arrastra por segundo y por metro de ancho del cauce es:

$$q_a = \gamma_s x0,6xh_s xU_{hs/2} \quad \text{(ton/s/m)}$$

La velocidad media de expresión anterior, se calcula de (8), en que $d = (1,127RJ + 38,22RJ)/2 = 19,67RJ$

$$U_{hs/2} = 30,47\sqrt{RJ} - 5,0\sqrt{(19,67 - 1,127)RJ} = 8,94\sqrt{RJ} \quad (9)$$

$$\therefore q_a = 2,66x0,6xh_s xU_{hs/2} = 14,27h_s\sqrt{RJ} \quad (10)$$

II.B.- TRANSPORTE EN SUSPENSION EN LECHO PLANO.

La fracción granulométrica $0 < d < 1,127RJ$ corresponde a un porcentaje k del tramo $0 < d < 38,22RJ$, y en consecuencia a un espesor h^* del lecho móvil.

El material en suspensión se moverá por encima del material que se arrastra, con un espesor h* sobre el espesor h_s que se arrastra.

La velocidad media del material en suspensión corresponde a la velocidad del escurrimiento a una altura $h_s + h^*/2$ sobre el nivel de estagnamiento.

$$U_{hs+h^*/2} = 5{,}75\log[30{,}2(h_s+h^*/2)/(19{,}67RJ/2)]U^* \qquad (11)$$

$$q_s = \gamma_s x 0{,}6 x h^* x U_{hs+h^*/2} \quad (ton/s/m) \qquad (12)$$

$$q_s = 28{,}73h^*\log[30{,}2(h_s+h^*/2)/(19{,}67RJ/2)]\sqrt{RJ} \qquad (12')$$

$$q_s = 28{,}73h^*\log[3{,}07(h_s+h^*/2)/RJ]\sqrt{RJ} \qquad (12'')$$

Sumando el arrastre y suspensión se tiene:

$$q_t = q_a + q_s = (10)+(12'') \qquad (13)$$

III.- TRANSPORTE EN LECHOS CON RIPPLES.

De acuerdo a los limites fijados por el autor, se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$d \leqslant 0{,}3 \text{ mm}; \qquad 0{,}10 > \tau_o U > 0{,}10$$

$$0{,}65 \geqslant d > 0{,}3 \text{ mm}$$

$$0{,}289-0{,}794d+0{,}579d^2 \geqslant \tau_o U > 0{,}032-0{,}118d+0{,}148d^2$$

Se acepta en ripples $n = 0{,}022$

III.A.- TRANSPORTE POR ARRASTRE EN LECHO CON RIPPLES DE PARTICULA COLOCADA SOBRE UNA CAPA DE ELEMENTOS DEL MISMO DIAMETRO.

De ec. (20) de otro trabajo del autor(VEGA,1993), para determinar el angulo β de la cara más alargada del ripple se tiene:

$$\tan\beta = (22{,}04RJ - 0{,}577d)/(11{,}70RJ + d) \qquad (14)$$

en que d es el diámetro medio del material del lecho. De la ec.19 de la referencia mencionada se tiene el tamaño limite superior del arrastre:

$$d_{max} = 21{,}40RJ(1{,}03\cos\beta - 0{,}574\operatorname{sen}\beta)/(\operatorname{sen}\beta+0{,}577\cos\beta) \qquad (15)$$

El material de tamaño menor que el dado por (15) se arrastra con una velocidad U_{y*}, que se deduce en relación a fig. 2. La ecuación de equilibrio dinámico será:

$$F_D' + F_L'' - F_S'' = (F_S' + F_D'' - F_L')\tan\phi \qquad (16)$$

$F'_D = F_D\cos\beta$; $F''_D = F_D\,\mathrm{sen}\beta$; $F'_S = F_S\cos\beta$

$F''_S = F_S\,\mathrm{sen}\beta$; $F'_L = F_L\cos\beta$; $F''_L = F_L\,\mathrm{sen}\beta$

Reemplazando valores en (16) se tiene:

$$F_D(\cos\beta - 0{,}577\,\mathrm{sen}\beta)/(\mathrm{sen}\beta + 0{,}577\cos\beta) = F_S \cdot F_L \qquad (17)$$

En (17), $F_D = 0{,}020d^2(U_y - U_{y*})^2$

Reemplazando en (17) el valor de F_D anterior, y el valor de U_y dado por ec. (7): $U_y = 30{,}47\sqrt{RJ}$, y despejando U_{y*} se tiene;

$$U_{y*} = 30{,}47\sqrt{RJ} - 6{,}59\sqrt{(d-1{,}127RJ)(\mathrm{tang}\beta + 0{,}577)/(1-0{,}577\,\mathrm{tang}\beta)} \qquad (18)$$

La ec. (18) se transforma en la (8) para $\beta = 0$

El tamaño minimo que se arrastra es el que hace $F_L \leqslant F_S$, o lo que es lo mismo:

$$0{,}100(dU*)^2 \leqslant 0{,}869d^3$$

$$\therefore\ d_{min} \geqslant 0{,}115U*^2 \geqslant 1{,}127RJ$$

El material que se arrastra, debe tener un diametro comprendido entre los dos limites anteriores. Dentro de ese rango, se produce un movimiento del lecho de un espesor h_s, en que:

$$h_s = 1{,}1/\ (n_i d_i^2 + .. + n_p d_p^2) \qquad \text{(VEGA,1973)}$$

En que n_i a n_p son las fracciones granulométricas del lecho mayores que d_{max} dado por (15).La velocidad media a una altura $h_{s/2}$, está dada por (18) para d=19,67RJ, y se tendrá:

$$U_{hs/2} = 30{,}47\sqrt{RJ} - 28{,}37\sqrt{RJ(\mathrm{tang}\beta + 0{,}577)/(1-0{,}577\,\mathrm{tang}\beta)} \qquad (19)$$

La ec. (19) tiene el mismo valor de (9) para $\beta = 0$

$$q_a = \gamma_s x 0{,}6 x h_s x U_{hs/2} \qquad (20)$$

$$\therefore\ q_a = 1{,}6 h_s U_{hs/2} \quad \text{(ton/s/m)} \qquad (20')$$

III.B.- TRANSPORTE EN SUSPENSION EN LECHOS CON RIPPLES.

Valen los criterios expuestos en II.B, aplicando la ec. (12) para el cálculo del material en suspensión. Para el transporte total q_t arrastrado y suspendido se tiene:

$$q_t = q_a + q_s = (20') + (12'') \qquad (21)$$

IV.- TRANSPORTE EN LECHOS CON DUNAS.

De acuerdo a los limites fijados por el autor, se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$d \leqslant 0,3 \text{ mm}; \quad 0,517 > \tau_0 U > 0,10$$

Para 1mm > d > 0,3 mm:

$$0,427+0,716d+0,082d^2 \geqslant \tau_0 U > 0,289-0,794d+0,579d^2$$

En dunas, se acepta n=0,030

IV.A.- TRANSPORTE POR ARRASTRE EN LECHO CON DUNAS DE PARTICULA COLOCADA SOBRE UNA CAPA DE ELEMENTOS DEL MISMO DIAMETRO.

Las ecuaciones son las mismas que las deducidas para III.A

IV.B.- TRANSPORTE EN SUSPENSION EN LECHOS CON DUNAS.

Las ecuaciones son las mismas que las deducidas para III.B

V.- TRANSPORTE EN LECHOS CON ANTIDUNAS.

De acuerdo a los limites fijados por el autor, se deben cumplir las siguientes condiciones:

$$d \leqslant 0,5 \text{ mm}; \qquad \tau_0 U > 0,611-0,626d +3,705d^2$$

En antidunas, se acepta n=0,032

En todo lo demás, valen las ecuaciones del caso IV.

VI.- MEDICIONES DE TERRENO PARA APLICAR FORMULAS DE TRANSPORTE Y/O APLICARLAS COMO PREDICTORES DE ESCURRIMIENTOS EN LECHOS FINOS.

Para aplicar las formulas anteriores para el cálculo del transporte y/o como predictores de escurrimientos, deberá procederse como se indica:

VI.A.- MEDICIONES DE TERRENO.

1.- Obtener las secciones transversales en el tramo de interés, de modo de llegar a una sección media representativa.
2.- Determinar granulometria del material del lecho.
3.- Medir la pendiente J del eje hidráulico del tramo, en que se acepta es la misma dada por $J = (nU)^2/R^{4/3}$.

VI.B.- APLICACION DE LAS FORMULAS.

1.- Dado un caudal Q, la sección media del tramo, J, y la granulometría del lecho, se tantea una cota del nivel del escurrimiento como variable de cálculo.
2.- Con la cota tanteada, se calcula sección de escurimiento A y la velocidad U=Q/A. Se calcula R.
3.- Se calcula $\tau_0 = \gamma_a JR$.
4.- Para la distribución granulométrica del lecho, y el τ_0 se determina el tipo de lecho, y en consecuencia, la rugosidad n correspondiente.
5.- Se verifica si el $J = (nU)^2/R^{4/3}$, tiene el mismo valor que el J medido. Si no coinciden, se tantea otra cota hasta que ambos valores sean semejantes.
6.- Con los valores de cota determinados, se calcula el transporte de sedimentos de acuerdo al tipo de lecho obtenido, aplicando las fórmulas correspondientes.

REFERENCIAS

ASCE(1975) "Sedimentation Engineering"

Vega V. Solano (1993) "Fundamentos mecánicos de la iniciación del movimiento de particulas esféricas simulando granulometría fina en lechos naturales y artificiales". XI Congreso Nac. de Hidráulica.

Vega V. Solano (1973) " Modelo teórico de socavación general y local en lechos granulares gruesos". II Congreso Nacional de Hidráulica".