SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
XI CONGRESO CHILENO

FUNCIONES DE TRANSFERENCIA NO LINEALES EN HIDROLOGIA

GONZALO PIZARRO P. (1)
BONIFACIO FERNANDEZ L. (2)

RESUMEN

Los modelos estocásticos de series cronológicas han sido utilizados para la simulación de sistemas de aprovechamiento de recursos hídricos, el pronóstico de caudales a corto plazo, la estimación de recursos y otras aplicaciones prácticas diversas. Sin embargo, la mayor parte de las aplicaciones se refieren a modelos lineales simples, los que presentan ciertas limitaciones. En este artículo se muestran los modelos de funciones de transferencia no lineales del tipo de umbral para representar el efecto de las precipitaciones en los caudales de una cuenca. Los modelos no lineales aparecen especialmente atractivos para representar situaciones típicas del ciclo hidrológico como son la infiltración y la separación de precipitación nival o pluvial sobre una cuenca. Se analizan métodos para detectar las variables que influyen en la nolinealidad y la forma de incorporarlas en la modelación. Se muestran ejemplos de identificación, ajuste y selección en el caso de procesos de precipitación escorrentía y se aplican estos modelos al pronóstico de caudales en algunas cuencas de la zona central de Chile.

---

(1) Ingeniero Civil, Alumno de Magister en Ing. Civil, Depto. Ing. Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile, Av. Vicuña Mackenna 4860, Santiago-Chile.
(2) Ingeniero Civil, Ph.D., Profesor Depto. Ing. Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica de Chile, Av. Vicuña Mackenna 4860, Santiago-Chile.

I. INTRODUCCION

Los modelos estocásicos permiten representar las propiedades estadísticas básicas de las series cronológicas con una gran economía de parámetros. Este tipo de modelos han sido empleados en hidrología para la simulación de series típicas de caudales, el pronóstico a corto plazo y la transferencia de información, además del análisis sistemático de los procesos involucrados. Estos modelos han evolucionado desde los más sencillos que consideraban relaciones lineales de una variable normalmente distribuida, hasta modelos de varias variables, no lineales y no normales.

Entre los modelos mencionados, las funciones de transferencia, FT, ocupan un lugar de interés ya que permiten poner de manifiesto la relación entre las series de excitación de un sistema y su respuesta. Estos modelos, ya típicos en la litearatura de series cronológicas (Box y Jenkins, 1976; Sanchez Peña, 1977, Brockwell y Davis (1989), han sido utilizados en ingeniería hidráulica en la modelación de gastos por Snorraron et al. (1984) así como la de sedimentos en ríos, Lemke (1991). En Chile se han empleado como modelos de pronóstoco de caudales horarios por Vargas et al. (1989) y también para la caracterización de la respuesta de una cuenca frente a sequías meteorológicas, Fernández (1991), la estimación de estadísticas de caudales en cuencas con poca información, Fernández et al. (1992), Fernández y Pizarro (1993).

En estos casos el esquema general consiste en establecer una relación lineal simple entre la variable de respuesta, el escurrimiento de una cuenca (o precipitación efectiva), y una serie de excitación, como es la precipitación total sobre ella. Sin embargo, el proceso de transformación de la lluvia en escorrentía es un proceso esencialmente no lineal, debido, entre otras razones, al efecto de la infiltración o a la separación entre precipitación sólida y líquida. Esto hace suponer que algunas variables meteorológicas juegan un papel importante en la determinación de la no linealidad del sistema. Es así como, por ejemplo, la temperatura del aire en el momento en que se produce la precipitación separa la cuenca en dos, una sobre al cual el escurrimiento es inmediato de otra sobre la cual la precipitación se almacena en forma sólida. También el estado de humedad del suelo puede condicionar el monto de la precipitación que se infiltra, no participando del escurrimiento inmediato.

El objetivo de este trabajo es explorar la aplicación de un tipo especial de Funciones de Transferencia no lineales, las denominadas de umbral, FTU, poniendo énfasis en la identificación, estimación y selección de los modelos.

II. FUNCIONES DE TRANSFERENCIA NO LINEALES

a) Descripción.

Entre los modelos de transferencia no lineales disponibles en la literatura técnica especializada aparecen como interesantes para su uso en hidrología los denominados modelos de umbral (Tong, 1983; Tong et al., 1985, Tabios, 1984). Estos consisten en separar la relación no lineal por tramos, o regiones, al interior de cada una de las cuales se puede suponer que el proceso es lineal. Los límites de cada región se designan como umbrales, y dan el nombre a este tipo de modelos. Si bien teóricamente no existen restricciones para el número de regiones, en la práctica, para evitar una cantidad excesiva de parámetros, y obtener modelos parsimoniosos, así como disponer de una cantidad adecuada de datos en cada región para la estimación de parámetros, se recomienda utilizar pocas regiones, por ejemplo no más de tres o cuatro.

Un caso de interés práctico en hidrología consiste en relacionar, mediante una función de transferencia, las precipitaciones efectivas producidas por una cuenca en el día t, Q_t, teniendo como variable exógena la precipitación total sobre ella, P_t. Se trata entonces de una función de transferencia entre la serie temporal de las precipitaciones y la de los caudales. Una función de transferencia que contiene r términos autorregresivos de la misma variable, s términos de la variable exógena con un desfase b, se designa en general como una FT(r,s,b) y de manera condensada se expresa como:

$$\delta_r(B)\, Q_t = \omega_s(B)\, B^b\, P_t + N_t \qquad (1)$$

donde $\delta_r(B)$ y $\omega_s(B)$ son polinomios en B de orden r y s respectivamente, siendo B el operador de retardo tal que $B^n X_t = X_{t-n}$, con la siguiente convención:

$$\delta_r(B) = 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r$$

$$\omega_s(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s \qquad (2)$$

Por ejemplo un modelo FT(1,1,0) corresponde a:

$$Q_t = \delta_1 Q_{t-1} + \omega_0 P_t - \omega_1 P_{t-1} + N_t \qquad (3)$$

Para considerar la no linelidad del proceso el modelo de umbral supone que la serie Q_t es la respuesta de un sistema compuesto, formado por varios subsistemas denominados $L^{(1)}$, $L^{(2)}$,..., $L^{(k)}$, todos ellos lineales. La selección del subsistema adecuado para cada situación está indicada por una señal, J_t, que toma valores 1, 2, ..., k. Generalmente la variable aleatoria J_t permanece constante al interior de ciertos límites, los umbrales, de una variable aleatoria observada. Usando la notación de Box y Jenkins (1976) para funciones de transferencia y la propuesta por Tong et al. (1985), la versión de umbral de estos modelos se expresa como:

$$\delta_r^{(J_t)}(B)\, Q_t = \omega_s^{(J_t)}(B)\, B^b P_t + N_t^{(J_t)} \qquad \text{si } I_t \text{ pertenece a } R_k \qquad (4)$$

donde I_t corresponde a la variable indicadora y, como es usual, δ_r y ω_s son polinomios en B de orden r y s respectivamente, pero ahora sus coeficientes dependen de la región que se considera. Cabe destacar que el orden r de términos autorregresivos, así como el s de excitaciones, puede también depender de J_t. $N_t^{(J_t)}$ son series de ruidos blancos independientes, cuyas propiedades estadísticas también dependen de I_t. Este modelo se designará en adelante por FTU(K,r,s,b), donde K se refiere al número de regiones consideradas y el resto al orden al interior de cada una.

Para identificar el tipo de modelo, así como para seleccionar los valores de los umbrales adecuados en cada caso, Tong et al. (1985) propone comparar varios modelos candidatos de acuerdo a una versión modificada del Criterio de Información de Akaike, AIC, (Akaike, 1974). Este criterio modificado, que se denomina Criterio de Información de Akaike Normalizado, NAIC, se estima para cada función de transferencia no lineal como:

$$NAIC = \sum(n_j + Ln(RSS_j/n_j) + 2k_j) \qquad (5)$$

donde RSS_j corresponde a la suma del cuadrado de los residuos del modelo del subsistema j, k_j la cantidad de parámetros de dicho modelo y n_j la cantidad de datos en la subregión. Después de varios ensayos con diferentes umbrales, o si se dispone de varios modelos candidatos al interior de cada región con diferentes parámetros, se selecciona por comparación el que tenga el menor de los valores de NAIC.

b) Identificación del modelo y estimación de parámetros.

Los procedimientos de identificación de modelos no lineales no están muy desarrolados. En general se propone más que una identificación una selección entre varios modelos candidatos en base a algun indicador escogido de acuerdo al uso posterior que se le dará al modelo. El problema es que en el amplio abanico de las no linelidades existen varios modelos cuyos resultados pueden ser parecidos. Para el caso de modelos autoexcitados, es decir aquellos en los cuales la variable indicadora es la misma variable modelada, aunque en instantes anteriores, Auestad y Tjøstheim (1990) proponen un método basado en la forma del gráfico del promedio y la varianza condicionada. Santa Cruz y Fernández (1993) utilizan este método para identificar modelos SETARMA (ARMA autoexcitados de umbral), y lo aplican al caso de caudales medios diarios de cuencas de la zona central de Chile. En este caso se pretende extender este método para modelos FTU considerando el caso en que la variable indicadora no sea la modelada, es decir modelos no autoexcitados.

En este caso se ha supuesto que el problema principal de identificación consiste en diferenciar entre una función de transferencia lineal y su extensión de umbral. No se consideran otros tipos de no linealidades. En los modelos de Funciones de Transferencia intervienen, además de la variable modelada, los valores de ella en estados anteriores y la variable exógena que participan en la relación, y otras variables que no participan de manera explícita en la FT. En forma genérica se puede poner:

$$X = FT(Y,Z) \tag{6}$$

donde Y representa estados anteriores de X, Z la variable exógena que participa y se puede agregar W en representación de otro tipo de variables. Entonces los gráficos de medias y varianzas condicionadas de X para identificar FT lineales y FT de umbral debieran tener la forma que se muestra en la Figura 1. Santa Cruz y Fernández (1993) explican detalladamente la forma en que se calculan las medias y varianzas condicionadas.

Para el caso de FT lineales el promedio condicionado a los valores de variables que participan debe ser una recta de pendiente única. Si se trata de una FTU aparece un cambio de pendiente que diferencia los valores bajo y sobre el umbral. En caso de valores condicionados a estados anteriores de la misma variable,

Y, el cambio de pendiente indica diferentes valores del polinomio δ_r, mientras que en el caso de cambio de pendiente en función de la variable exógena indica diferencias en los coeficientes del polinomio ω_s. En el caso de la varianza condicionada en lugar de cambios de pendiente aparecen distintos niveles. Si la variable indicadora no participa en la FT, tanto el promedio como la varianza condicionados muestran niveles constantes si la relación es lineal y cambios de niveles si se trata de una FTU. En estos gráficos se observan además los umbrales correspondientes. Si bien en la figura se muestra el caso de un umbral, dos regiones, es fácil extenderlos al caso de varias regiones.

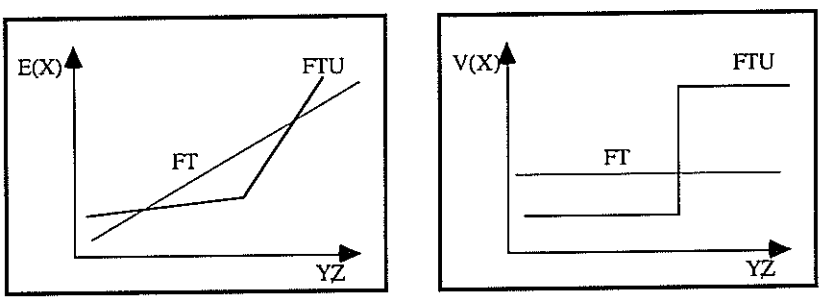


Figura 1.- Promedio condicionado, E(X), y Varianza condicionada, V(X), para FT lineales y de Umbral, FTU, en función de variables que participan en la FT.

En caso de detectarse dos regiones en una variable indicadora se obtiene una FTU con K=2. El umbral divide la serie en dos regiones. Una sobre y otra bajo el umbral. Si se pesentan dos regiones en cada una de dos variables indicadoras entonces se trata de una FTU con K=4. Las dos series y los dos umbrales dividen la serie en cuatro regiones, las que esquemáticamente se pueden representar:

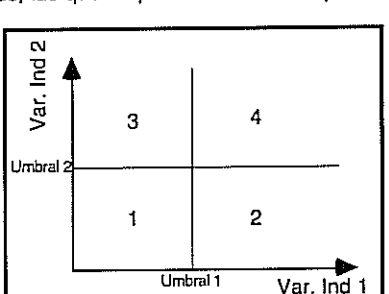


Figura 2. Convención de zonas cuando se tienen dos variables indicadoras.

Se usará esta convención de regiones en los ejemplos posteriores.

Al interior de cada una de las regiones la selección de los modelos, así como la estimación de sus parámetros, se realiza siguiendo los mismos procedimientos desarrollados para los modelos lineales. Para cada subsistema se toman los datos del subconjunto de información disponible que pertenece a la región, definido porque la variable indicadora se encuentra al interior de los umbrales respectivos, y con ellos se procede a determinar el orden del modelo y estimar los parámetros respectivos.

c) Análisis, simulación, estimación y pronóstico.

Las funciones de transferencia no lineales presentadas, al igual que la mayoría de los modelos estocásticos de series cronológicas, pueden emplearse en el análisis de las series, la simulación, estimación o transferencia de información entre la excitación y la respuesta del sistema y en el pronóstico de valores futuros. En este artículo se pone énfasis en su uso como elementos de pronóstico a corto plazo.

Los procesos de identificación y estimación de parámetros constituyen en sí una valiosa herramienta de análisis de los procesos involucrados, ya que permiten identificar las características relevantes de las series que participan, definir umbrales de activación del proceso y establecer consecuencias cuantitativas entre las sieries de entrada y salida. Para funciones de transferencia entre series de precipitación y escurrimiento este análisis entrega información valiosa sobre umbrales mínimos de lluvia para producir escurrimiento significativo, tiempo de respuesta del sistema ante excitaciones tipo impulso, coeficientes de escorrentía o ganancia y similares (Fernández, 1990,1991). Su utilización en simulación es una de las más difundidas. En este caso se supone que se dispone de series de las variables de excitación y de la variable indicadora, de manera que la FTU permite generar series sintéticas de la variable respuesta.

El uso de FT en estimación o transferencia de información también ha sido explorada, (Fernández et al., 1992; Fernández y Pizarro, 1993). En este caso se estiman las propiedades estadísticas de los caudales en función de los parámetros del modelo y de las propiedades de las series de precipitación. Las FT lineales han sido empleadas en pronóstico a corto plazo de caudales utilizando como variables de entrada las precipitaciones o los gastos aguas arriba de la sección de pronóstico.

(Vargas et al., 1989).

Al realizar un pronóstico se supone que se dispone de información perfecta de lo ocurrido hasta el instante presente, t, y se desea estimar lo que ocurrirá para un adelanto de f periodos, es decir en el instante t+f. Se ha demostrado que en estas condiciones el mejor estimador corresponde a la esperaza estadística de la variable a estimar condicionada a los valores ocurridos hasta ese instante:

$$Q^*(f)=E(Q_{t+f}|Q_t = q_0 ; Q_{t-1} = q_1,...; P_t = p_0 , P_{t-1} = p_1,.... ; T_t = t_0 , T_{t-1} = t_1, ...)$$

Para un modelo FTU(K,1,1,0) y f=1 se tiene:

$$Q^*(1)=E[Q_{t+1}]= \delta_1^{(J_t)} q_0 + \omega_0^{(J_t)} E(P_{t+1}) - \omega_1^{(J_t)} p_0 + E(N_{t+1}^{(J_t)}) \qquad (7)$$

y para un caso general, con f cualquiera y usando paréntesis cuadrados para indicar esperanza condicionada:

$$Q^*(f)=E[Q_{t+f}]= \delta_1^{(J_t)} [Q_{t+f-1}] + \omega_0^{(J_t)} E[P_{t+f}] - \omega_1^{(J_t)} E[P_{t+f-1}] + E(N_{t+1}^{(J_t)}) \qquad (8)$$

donde:

$$[Q_{t+j}] = \begin{cases} q_j & \text{si } j \leq 0 \\ Q^*(j) & \text{si } j > 0 \end{cases} \qquad [P_{t+j}] = \begin{cases} p_j & \text{si } j \leq 0 \\ E(P_{t+j}) & \text{si } j > 0 \end{cases}$$

con (J_t) dependiendo de la región en que se encuentre la o las variables indicadoras.

Para el cálculo de la varianza del pronóstico es conveniente representar el gasto en función de las precipitaciones de los días anteriores mediante una función de respuesta a impulsos, de manera que:

$$Q_t = v_0^{(J_t)} P_t + v_1^{(J_t)} P_{t-1} + v_k^{(J_t)} P_{t-k} + ... + \eta_t^{(J_t)} \qquad (9)$$

en que $(1 - \delta_1^{(J_t)}B) = N_t$ para un modelo FTU(K,1,s,b).

Así, para un modelo FTU(K,1,1,0) y f=1 se tiene:

$$Var[Q_{t+1}] = (v_0^2)^{(J_t)} Var(P_{t+1}) + Var(\eta_{t+1}^{(J_t)}) \qquad (10)$$

y para un f cualquiera se tiene que:

$$Var[Q_{t+f}] = ((v_0^2)^{(J_t)} + (v_1^2)^{(J_t)} + ... + (v_{f-1}^2)^{(J_t)}) Var(P_t) + Var(\eta_{t+f}^{(J_t)}) \qquad (11)$$

con (J_t) dependiendo de la región en que se encuentre la o las variables indicadoras.

III. EJEMPLOS

Los modelos de FTU descritos se usaron para el pronóstico de caudales a 1 día plazo en algunas cuencas de la zona central de Chile. Las características de las estaciones seleccionadas se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Estaciones seleccionadas.

Río	Estación	Area	Años	Ubicación		
		(Km2)		Latitud	Longitud	Altura
Maipo	El Manzano	4968	1982-1985	33° 35'	70° 24'	850
Colorado	Los Palos	942	1979-1985	35° 16'	71° 01'	600
Bío Bío	Rucalhue	7044	1982-1985	37° 43'	71° 54'	245

Para seleccionar la mejor variable indicadora, así como tener información sobre los umbrales respectivos, si es que son apreciables, se graficó la media y la varianza condicionada en función de diferentes variables: gasto, precipitación y temperatura del día anterior. Estos gráficos se muestran en las Figuras 3 y 4 como ejemplo de dos de las estadísticas utilizadas. Ellos deben compararse para decidir si se trata de procesos no lineales, decidir la mejor variable indicadora, seleccioar el número de regiones y tener una primera aproximación a los varlores de los umbrales. Una vez decididas las regiones y los umbrales las muestras se separan y se estiman los parámetros de las FT al interior de cada región. En algunos casos no queda claro la mejor variable indicadora y por lo tanto se han ensayado alternativas. En la Tabla 2 se muestran para las diferentes cuencas las variables indicadoras seleccionadas, los valores del umbral, los parámetros de modelos FT(1,1,0) en cada región, la varianza de los errores y el valor del NAIC para comparar modelos alternativos.

Se observa que al separar la serie según el umbral se logra diferenciar situaciones que en un modelo lineal pasarían inadvertidas, quedando de manifiesto la diferencia de ellas por los distintos valores que toman los parámetros. Además se aprecian diferencias importantes en la varianza de los ruidos. Los valores del NAIC indicarían qué modelo es preferible de acuerdo a la varianza de los residuos y al número de datos utilizados en la estimación.

Figura 3. Gráficos de media y varianza condicionada para Maipo en el Manzano.

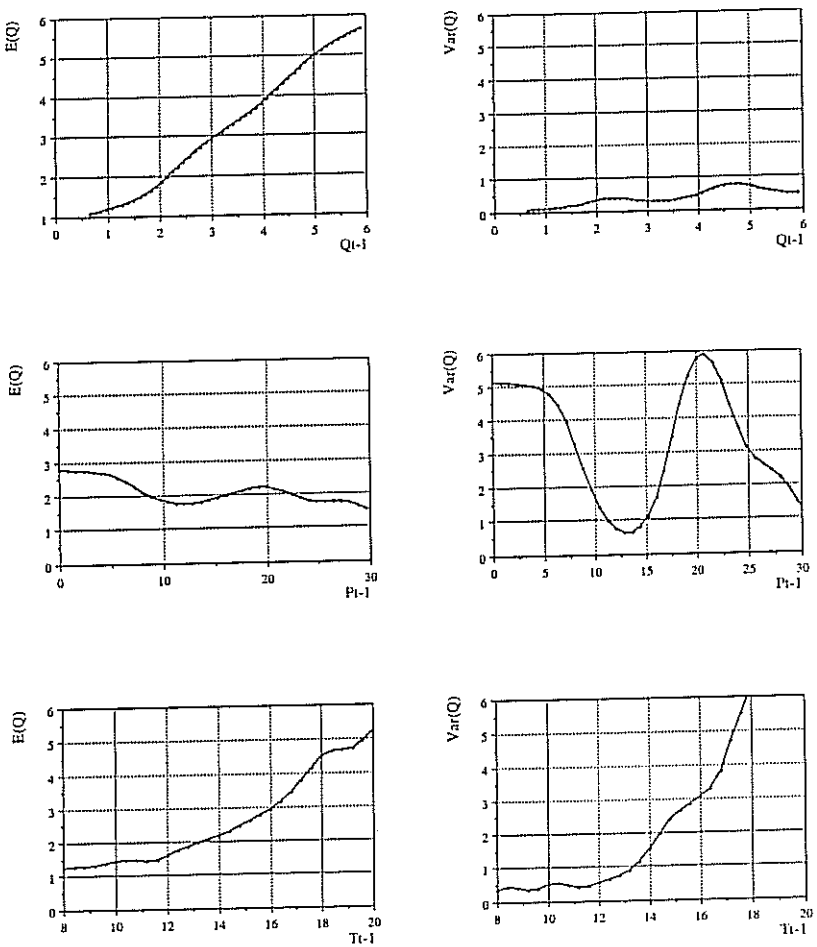
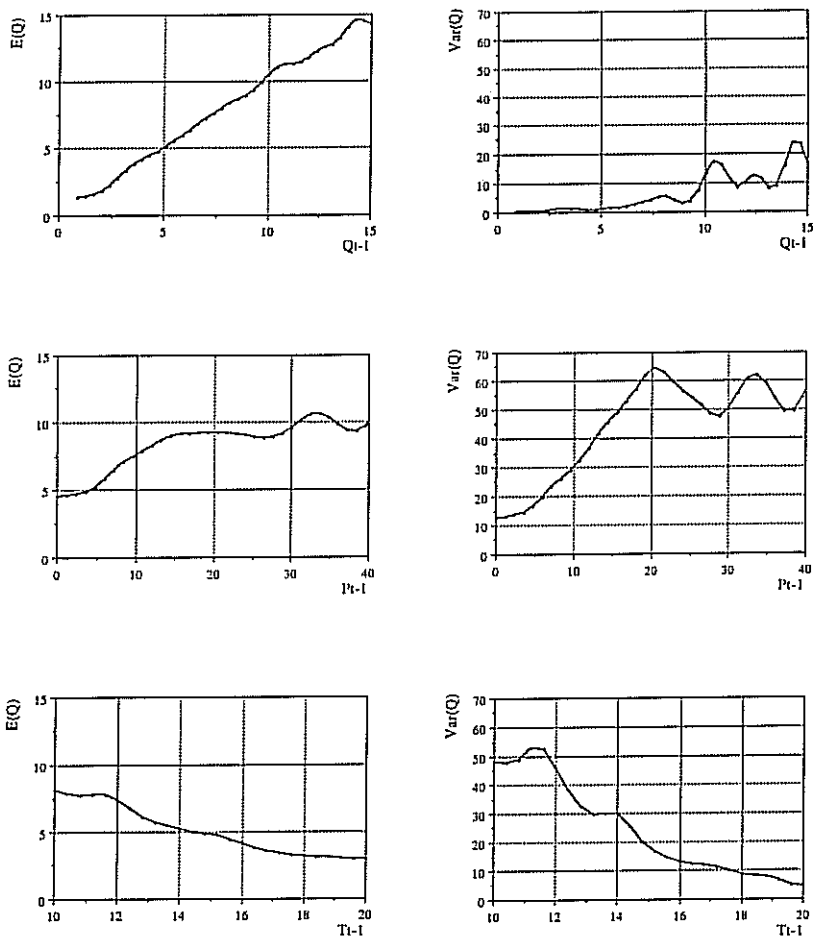


Figura 4. Gráficos de media y varianza condicionada para Bío Bío en Rucalhue



·Tabla 2. Valores de los parámetros de los modelos.

	Región							
	Umbral			Bajo umbral		Sobre umbral		
Río	Q_{t-1} (mm)	P_{t-1} (mm)	T_{t-1} (°C)	parámetro	σ_ε	parámetro	σ_ε	NAIC
Maipo	2,0	-	-	δ_1 : 0,985 ω_0: 0,001 ω_1:-0,008	0,141	δ_1 : 0,989 ω_0: -0,001 ω_1: -0,045	0,510	1457,8
Maipo	-	-	11,5	δ_1 : 0,964 ω_0: -0,002 ω_1: -0,014	0,426	δ_1 : 0,995 ω_0: 0,003 ω_1: -0,004	0,328	1459,1
Colorado	-	-	12,0	δ_1 : 0,823 ω_0: 0,025 ω_1: -0,041	1,423	δ_1 : 0,969 ω_0: 0,029 ω_1: -0,049	1,078	1465,9
Colorado	-	20,0	-	δ_1 : 0,951 ω_0: 0,010 ω_1: -0,011	0,838	δ_1 : 0,780 ω_0: 0,070 ω_1: -0,039	3,798	1467,4
Bío Bío	-	13,0	-	δ_1 : 0,906 ω_0: 0,009 ω_1: -0,031	0,738	δ_1 : 0,816 ω_0: 0,068 ω_1: -0,069	3,506	1473,9
Bío Bío	-	-	13,0	δ_1 : 0,846 ω_0: 0,032 ω_1: -0,079	1,965	δ_1 : 0,957 ω_0: 0,033 ω_1: -0,044	0,847	1473,1

Para el río Bío Bío se ensayó la posibilidad de dividir los datos en cuatro zonas, considerando dos variables indicadoras con un umbral para cada una. Uno de precipitación y temperatura en un caso, y de escorrentía y precipitación en el otro. Los resultados se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Valores de los parámetros de los modelos para Bío Bío en Rucalhue

Región											
Umbral			1		2		3		4		
Q_{t-1} (mm)	P_{t-1} (mm)	T_{t-1} (°C)	parám.	σ_ε	parám.	σ_ε	parám.	σ_ε	parám.	σ_ε	NAIC
-	13	13	δ_1: 0,875 ω_0:0,011 ω_1:-0,047	0,831	δ_1: 0,804 ω_0: 0,058 ω_1:-0,078	3,672	δ_1: 0,959 ω_0: 0,008 ω_1:-0,039	0,535	δ_1: 0,969 ω_0: 0,100 ω_1:-0,024	2,153	1486,6
2,0	13	-	δ_1: 0,979 ω_0: 0,002 ω_1:-0,020	0,087	δ_1: 0,232 ω_0: 0,015 ω_1:-0,056	1,035	δ_1: 0,904 ω_0: 0,010 ω_1:-0,031	0,887	δ_1: 0,776 ω_0: 0,079 ω_1:-0,082	3,591	1481,5

En este caso, nuevamente se utilizó un modelo FT(1,1,0) para cada región para evitar un número excesivo de parámetros.

Se puede observar que si se compara el NAIC de estos modelos con el de los modelos con umbral sólo en 1 variable, el que considera como variable indicadora sólo la temperatura del día anterior es el que resulta mejor.

Por otra parte, utilizando el método expuesto anteriormente se realizó un pronóstico del caudal para el día siguiente (a 1 día plazo) durante 4 años de estadística. Se muestra en la Tabla 4 los resultados de este pronóstico, el error medio anual y al desviación anual del error del pronóstico, entendiéndose este como :

$$\varepsilon = Q_t - Q_t^* \qquad (12)$$

donde Q_t es el valor real del día t y Q_t^* es el valor pronosticado.

Tabla 4. Características del error del pronóstico

	Umbral			Características del error		
Río	Q_{t-1}	P_{t-1}	T_{t-1}	ε	σ_ε	Asim ε
Maipo	2,0	-	-	-0,01	0,37	-3,56
Maipo	-	-	11,5	0,00	0,37	-0,97
Colorado	-	-	12,0	0,02	1,25	1,45
Colorado	-	20,0	-	0,01	1,26	1,60
Bío Bío	-	13,0	-	-0,03	1,53	2,99
Bío Bío	-	-	13,0	-0,01	1,55	3,70
Bío Bío	-	13,0	13,0	-0,04	1,52	2,87
Bío Bío	2,0	13,0	-	-0,29	1,50	2,51

En el río Bío Bío, que es para el que se ensayaron más situaciones, se ve que los mejores resultados se obtienen para el modelo con umbrales de precipitación total y temperatura del día anterior.

En las cuencas donde se usó una sola variable indicadora, para el río Maipo en el Manzano y Colorado en Junta con palos, se obsevó que la diferencia en el error del pronóstico no es significativamente diferente, siendo ambos pequeños.

IV. CONCLUSIONES

El uso de modelos estocásticos no lineales para representar el comportamiento de una cuenca permite acomodar algunas de las no linealidades presentes en el proceso de transformación de precipitación a escorrentía.

La separación de las series en regiones dependiendo del umbral permite poder ajustar mejor el modelo que le corresponde, disminuyendo los errores de estimación. La identificación del modelo y la estimación de sus parámetros es un proceso sencillo en el cual se pueden aplicar algoritmos típicos de optimización.

La aplicación a cuencas de la zona central demostró que existe una no linealidad del proceso identificable mediante los métodos expuestos y que en cada cuenca hay distintas variables importantes para descubrir la no linealidad. Sin embargo, cuando se utilizan dos variables indicadoras, el número de datos disponible en cada región disminuye. Algunas quedan con tan pocos que hace que el ajuste del modelo sea más difícil. Aunque por una parte esto hace que no se disponga de un modelo exacto para esa región, por otra que esos datos al ser removidos del resto, disminuyen el error de estimación de las otras regiones, ya que si se consideran mezclados son muy atípicos.

El pronóstico realizado tuvo buenos resultados con promedios casi nulos y varianzas de los errores bajas. En general, los procesos comunes son muy bien pronosticados, en cambio, crecidas aisladas no quedan bien representadas, produciéndose un desfase del valor máximo.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte del Proyecto FONDECYT 666/93 que cuenta con financiamiento de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, cuyo aporte se agradece.

REFERENCIAS

1. Akaike, H., 1974. A New Look at the Statistical Model Identification. **IEEE Trans. on Automatic Control. AS-19(6)**:716-723.
2. Auestad, B. y Tjøstheim, D. 1990. Identification of nonlinear time series: First order characterization and order of determination. **Biometrika, Vol 77**, Nº4, pp. 669-87.

3. Box y Jenkins, 1976. **Time Series Analysis. Forecasting and Control.** Holden Day, San Francisco.
4. Brockwell, P.J. and Davis, R.A. 1987. Time Series: Theory and Methods. **Springer Series in Statistics**, Springer Verlag, NY.
5. Fernández, B., J. Vial y A. Gebhardt 1990, Efecto de las sequías meteorológicas sobre los caudales. **XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica,** Montevideo, Uruguay.
6. Fernández, B. 1991, Watershed Response to Metheorological Droughts. **XXIV IAHR Congress**, Madrid, España.
7. Fernández, B., Pizarro, G. y Valenzuela, A. 1992. Estimación de Recursos Superficiales con Funciones de Transferencia Precipitacipón Escorrentía. **XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Cartagena, Colombia.** 8-12 Sept. . Vol. 2:353-363.
8. Fernández, B. and Pizarro, G. 1993. Estimation of Monthly Runoff Properties Using Transfer Function Models. **XIII Hydrology Days,** March 30- April 2, Fort Collins, Colorado, EEUU.
9. Lemke, K. 1991. Transfer Function Models of Suspended Sediment Concentration. **W.R.R. Vol. 27,** Nº 3, pages 293-305, March.
10. Sánchez-Peña, D. 1987. **Estadística. Modelos y Métodos. Vol.2** Métodos lineales y series temporales. Alianza Universidad Texto. Madrid.
11. Santa Cruz, J.M. y B. Fernández 1993. Modelos estocásticos no lineales en hidrología. **XI Congreso Nacional, SOCHID.**
12. Snorrason, A., Newbold, P. and Maxell, W.H. 1984. Multiple Input Transfer Function-Noise Modeling of River Flow. In Frontiers in Hydrology. W.Hall C. Maxwell, Editor. **Water Resources Publications.**
13. Tabios, Q. G. 1984. Nonlinear Stochastic Modeling of River Dissolved Oxigen. Unpublished Ph.D. Dissertation, 269 pp. Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
14. Tong, H. 1983. Threshold Models in Non-linear Time Series Analysis. **Lecture Notes in Statistics.** Springer-Verlag, N.Y.
15. Tong,H., B.Thanoon, and G. Gudmundsson. 1985. Threshold Time Series modeling of Two Icelandic Riverflow Systems. **Water Resources Bulletin. Vol. 21,** Nº4, pages 651-661.
16. Vargas, X. , Brown, E. y Naim, A. 1989. Modelos Armax ebn la generación sintética de caudales. Comparación con otras metodologías. **IX Congreso Nacional. SOCHID.** Vol 2.