

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

X CONGRESO NACIONAL

FUNDAMENTOS MECANICOS DE LA INICIACION DEL MOVIMIENTO

DE PARTICULAS ESFERICAS SIMULANDO GRANULOMETRIA FINA EN LECHOS

NATURALES O ARTIFICIALES

SOLANO VEGA VISCHI*

RESUMEN

Se presentan las bases mecánicas puras, en contraposición a criterios exclusivamente experimentales, para la determinación de la iniciación potencial del movimiento. Esto equivale a plantear condiciones de equilibrio límite.

Se puede apreciar, que para partículas esféricas iguales colocadas en una sola capa, estas sobresalen del nivel de estagnamiento una altura de medio diémetro.

El estudio de la rotación potencial sobre las esferas vecinas, para el caso de una esfera colocada en capa simple uniforme, determina un tamaño crítico "d_C" en función de las características hidráulicas del escurrimiento R y J, tal que d_C = 1,18 RJ, a diferencia del valor d_C = 8,65 RJ para granulometria gruesa. (VEGA,1991), lo que se explica por la ausencia de fuerzas ascensionales, como se establece en este trabajo.

Para partícula esférica colocada sobre capa base de esferas del mismo diámetro, se obtiene un tamaño crítico $d_{\rm c}=37,31$ RJ, que es mucho mayor que el propuesto para granulometria gruesa.

Las diferencias entre los valores teóricos aqui presentados para granulometria fina y gruesa son imputables a las diferencias entre el coeficiente de arrastre entre ambos tipos de granos. (0,20 y 0,50 respectivamente).

Para esferas menores que las de la base, colocadas sobre ésta, las fuerzas tractivas que inician movimiento potencial, aumentan con respecto a la de la esfera de igual tamaño. Esto indica un mayor grado de "anidamiento", y la consiguiente protección ofrecida por las esferas de base.

^{*} Ing. Civil U. de Ch. SOLANO VEGA Y ASOCS. INGENIEROS CONSULTORES.

I .- INICIACION DEL MOVIMIENTO DE UNA PARTICULA ESFERICA COLOCADA EN UNA CAPA SIMPLE UNIFORME.

En Fig. 1, se muestra la posición de una capa simple, con la curva de distribución de velocidades en función a la altura desde el nivel de estagnamiento (U=0).

Se calcularán las fuerzas que actuan sobre una partícula esférica, designada como partícula 1 (achurada), de modo que se produzca el movimiento potencial de ésta.

Al existir una velocidad media $U_{\mathbf{y}}$ en el hemisferio superior, se tendrá para y = d/4 una velocidad que se expresará de acuerdo a la distribución logaritmica de von Karman, con las constantes de Keulegan para lecho áspero. (EINSTEIN 1950)

$$U_y = 5,75\log (30,2 \text{ y/ks})U*$$
 (1) $k_g = \text{rugosidad} = d/2$

para y = d/2,
$$k_g = d/2$$
, se tiene : $U* = \sqrt{gRJ}$

$$U_y = 5,75\log(30,2)U*=8,51 U* (2)$$
 R = Radio hidr.
J = Pdte. plano de

La velocidad media en el hemisferio superior de partícula 1 será $U_{y}' = U_{y}/2 = 4,255 U*$.

La esfera estará sometida solamente a F_D y peso flotación F_S , pues dado el pequeño tamaño de las partículas no se producirán cambios de velocidad que se transforman en fuerzas ascensionales como en el caso de granulometrias gruesas (VEGA, 1991).

$$F_D = [0.5C_D \pi d^2/4] [\Upsilon_a/g] [U_y'^2/2] = 0.181 d^2 U *^2$$
 (4)

En expresión anterior C_{D} = 0,50 para R < 300.000; (ROUSE,1950) ya que para el mismo grado de turbulencia, el material fino tiene un R menor y por lo tanto un CD mayor. Uy = 4,225U*

$$F_c = (\Upsilon_{s-} \Upsilon_{a}) \pi d^3/6$$
 (5)

$$F_S^{=} (\Upsilon_{s-} \Upsilon_{a}) \pi d^3/6$$
 (5)
Si en ec. (5), $\Upsilon_{s} = 2,66t/m3$: $F_{S}^{=} 0,869 d^3$ (5)

La distribución en planta de las esferas en la disposición más compacta posible se muestra en Fig. 2a .La partícula 1 en Sección

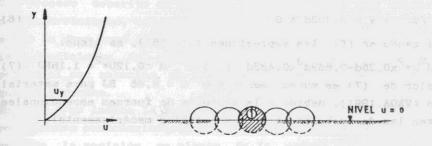


Fig. 2a

Fig. 2b

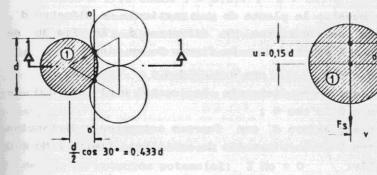
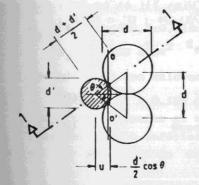
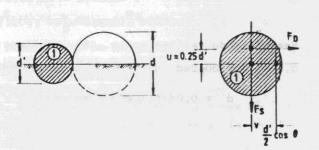


Fig. 3a

Fig. 3 b

Fig. 3 c





1-1 de Fig. 2a, muestra las siguientes fuerzas a que está sometida, y su eje de rotación 0-0, como se indica en Fig. 2b. La situación de equilibrio límite en Fig. 2b es Σ Mo = 0:

(6) $F_D \times 0,25d - F_S \times 0,433d = 0$ Reemplazando en (6), las expresiones (4), (5'), se tiene: $0.181d^2U^*x_0.25d-0.869d^3x_0.433d$ (6') . . . d =0.12U*2 = 1.18RJ (7) El valor de (7) es mucho menor que d = 8.65 RJ para material grueso (VEGA, 1991), debido a la ausencia de fuerzas ascensionales (Existen las de turbulencia, no expresables mecánicamente).

II.- INICIACION DEL MOVIMIENTO DE PARTICULA ESFERICA COLOCADA EN CAPA SIMPLE UNIFORME DE MAYOR DIAMETRO

En Fig. 3a se muestra la planta de una partícula de diámetro d', colocada en una capa uniforme de diámetros d. En Fig 3b se muestra sección 1-1 de Fig. 3a. De figura 3a se tiene :

0,5 (d+d')sen $\theta = d/2$. sen $\theta = d/(d+d')$ La esfera d'tiene como distancia horizontal u al eje 0-0 de $u = 0.5d \cos \theta$;

De Fig. 3c se tiene esfera d' con fuerzas actuantes y distancias a eje de rotación 0-0. La situación de equilibrio límite Σ Mo = 0 se puede escribir:

$$F_D \times 0,25d' - 0,5d' \cos\theta \times F_S = 0$$
 (8)

 $F_D = 0.01 \text{ d}^2 \text{ U}_y^2$; $V_y = 5.75 \log(30.2 \text{xd}^2/\text{d}) \text{ U*}$; $V_y = 0.5 \text{U}_y$;

...
$$F_D = 0.0826d^{-2}[\log(30.2xd^2/d)]^2U*^2$$

Reemplazando valores en ec. (8), se tiene:

$$0.0207[\log(30,2xd^2/d)]^2U*^2 = 0.5\cos\theta x 0.869d^2$$
 (9)

...
$$d' = 0.0476[\log(30.2xd'/d)]^2U*^2/\cos\theta$$
 (9')

TII. -INICIACION DEL MOVIMIENTO DE ESFERA COLOCADA SOBRE CAPA BASE, EN QUE TODOS LOS DIAMETROS SON IGUALES.

Del proceso descrito en Sección I. resulta que por condiciones de escurrimiento, una partícula de diametro d, quede colocada sobre la capa base que tiene los mismos diametros. Se escribirán las condiciones de equilibrio límite para el potencial por rotación de esfera sobre las esferas de la base que la soportan.

En Fig. 4 se indica la posición de esfera 1 y la distribución de velocidades características que actúan sobre ella. En Fig 5a se muestra la posición en planta de la esfera y en Fig. 5b, la sección 1-1 correspondiente a la planta.

De sección 1-1 se tiene: $dcos\theta = d/2cos30^{\circ}$

$$\cos \theta = 1/(2 \cos 30^{\circ}) = 0,577$$
; $\theta = 54,73^{\circ}$
h = dsen θ = 0.816 d:

La distancia horizontal u entre centro de esfera 1 veje potencial de rotación 0'- 0' en esferas inferiores es:

$$u = (0^{\circ}-0^{\circ})\cos 60^{\circ} = 0,5d\cos \theta \cos 60^{\circ} = 0,144d$$

La distancia vertical v entre centro esfera 1 y eje potencial de rotación:

$$v = 0.5dsen\theta = 0.408d$$

En Fig. 5c se muestra esfera 1 con las fuerzas actuantes y puntos O' de eje de rotación potencial: Σ Mo'= 0

$$F_{D}x = 0,408d - 0,144dxF_{S} = 0$$
 (10)

$$F_D = [0.5 \text{ md}^2/4] [\Upsilon_a/g] U_y^2/2$$
 (11)

 $U_v = 5,75\log(30,2x0,816d/0,5d)U* = 9,733U*$

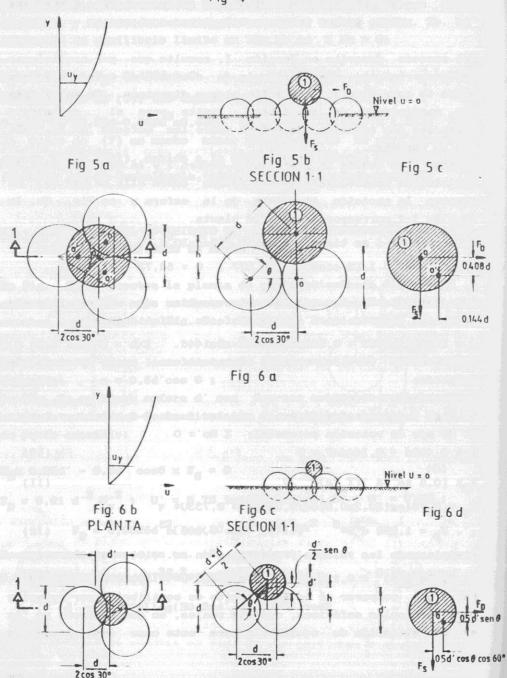
$$F_D = 1,898 \text{ d}^2 \text{U}*^2 \qquad (11^\circ); \quad F_S = 0,869 \text{ d}^3 \qquad (12)$$

Reemplazando los valores precedentes en ec. (10), se tiene:

$$0.774(dU*)^2 = 0.125 d$$
. d = $6.192 U*^2 = 60.68 RJ$ (13)
Habrá que comparar el estado límite de equilibrio por rotación para partículas esféricas, con las reales, en que la forma no lo es. La situación de equilibrio para este caso será la de la

rotación:





696

fuerza tractiva con aquella de fricción sobre la capa de apoyo, es decir: Σ $F_{\rm H}$ = 0.

 $F_D^{=}$ F_S tang Φ en que $\Phi = 30^{\circ}$ y tang $\Phi = 0.577$ 1,898 $d^2U*^2 = 0.869 d^3x 0.577$

. .
$$d = 3,785 \text{ U*}^2 = 37,1 \text{ RJ}$$
 (13)

Se adopta el valor (13') que es menor que el (13) y más realista. Este valor de (13') es mucho mayor que el aceptado para material grueso (d = 15,98 RJ) (VEGA,1991), en que la diferencia es imputable a la diferencia entre coeficientes $C_{\rm D}(0,20~{\rm a}~0,50)$. La ec. (13') indica que para una esfera colocada sobre una capa base del mismo diámetro, para alcanzar el estado, de movimiento.

La ec. (13') indica que para una esfera colocada sobre una capa base del mismo diámetro, para alcanzar el estado de movimiento potencial requiere aproximadamente un 0,032 de la fuerza tractiva para mover una esfera de la base.

IV. - INICIACION DEL MOVIMIENTO DE UNA ESFERA DE DIAMETRO MENOR QUE LA CAPA BASE, COLOCADA SOBRE ESTA.

En Figs. 6a, 6b, 6c, y 6d se muestran las disposiciones generales y secciones típicas correspondientes a este caso.

De Fig. 6c, por definición se tiene:

 $\cos\theta = [d/2\cos 30^{\circ}]/[0,5(d+d^{\circ})] = d/(d+d^{\circ})\cos 30^{\circ};$

$$y = h = 0.5(d+d')sen\theta$$

 $F_D = [0.5 \pi d'^2/4][\Upsilon_a/g]U_y^2/2$ (14)

 $U_v = 5,75 \log(30,2xh/0,5d)U*$

Las distancias horizontales y verticales u y v al eje potencial de rotación de esfera d'sobre esferas base son, de Figs. 6b y 6c:

 $u = (0'-0')\cos 60^{\circ} = 0.5d'\cos\theta\cos60^{\circ}; v = 0.5d'\sin\theta$ La esfera d' queda sometida a las fuerzas y distancias de apoyo que se indican en Fig. 6d, en que Σ Mo' = 0. De Fig.6d:

$$F_D^x = 0.5d \operatorname{sen}\theta - F_S^x = 0.5d \operatorname{cos}\theta \operatorname{cos}\theta \operatorname{cos}\theta = 0$$
 (15)

$$F_{D} = (0.5 \text{ md}^{2}/4)(5.75^{2}/2)[\log\{30.2(d+d')\text{sen}\theta/d\}]^{2}\text{U*}^{2}$$

$$F_{D} = 0.664 \text{ d}^{2}[\log\{30.2(d+d')\text{sen}\theta/d\}]^{2}\text{U*}^{2}$$
(18)

 $F_S = 0.869d^{.3}$ (17)

Reemplazando ecs.(16) y (17) en ec. (15), se tiene: $0.332 \text{sen}\theta \left[\log(30.2(d+d')\text{sen}\theta/d)\right]^2 U*^2 = 0.217 \cos\theta x d'$

... $d' = 1,53 \tan \theta [\log \{30,2(d+d') \sin \theta/d\}]^2 U*^2$ (18) Con la condición de equilibrio $\Sigma F_H = 0$, se tiene:

 $F_D^=\ F_S$ tang Φ , y reemplazando valores :

0,664 $d^2 [log{30,2(d + d^2)sen \theta /d}]^2U*^2 = 0.869 d^3x 0,577$... $d^2 = 1,324[log{30,2(d + d^2)sen\theta/d}]^2U*^2$ (18)

Se adoptará el valor menor de d' calculando las expresiones (18) y (18'), las que se resolverán por tanteos.

REFERENCIAS

Einstein H.A. (1950) "The Bed Load Function in Sediment Transport"

Vega V. Solano (1991) "Fundamentos Mecánicos de la Iniciación del Movimiento en Lechos de Granulometria Gruesa y Extendida"

X Congreso Nacional de Hidráulica.

Rouse H. (1950) "Engineering Hydraulics"

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA X CONGRESO NACIONAL

FUNDAMENTOS MECANICOS DE LA ESTABILIDAD DE ENROCADOS SUPUESTOS ESFERICOS EN FONDOS Y TALUDES DE LECHOS NATURALES O ARTIFICIALES PARA MATERIAL COLOCADO EN CAPAS Y MATERIAL VERTIDO.

SOLANO VEGA VISCHI*

RESUMEN

Se analiza con fundamentos mecánicos puros, las condiciones de estabilidad límite de enrocados en lechos naturales y artificiales, colocados en capas y vertidos, en fondos o radieres, y en taludes.

La colocación en capas, implica poner en su posición definitiva cada roca, a mano o a máquina, y en que la superficie resultante es virtualmente plana y cerrada. Cada elemento de esta superficie se encuentra rodeado por otros semejantes, agrupados en la forma más compacta posible.

Por otra parte, en el material vertido o vaciado, los elementos quedan dispuestos en forma no solidaria, particularmente los expuestos en la cara exterior del relleno, los que no solo deben soportar fuerzas tractivas mayores que los colocados en capas, sino además, su estabilidad depende exclusivamente de la componente de fricción que reciben de los elementos en que se apoyan.

Las diferencias de solicitaciones entre ambas categorías, obliga a un aumento considerable de los diámetros para el material vertido, particularmente en los taludes.

Se presentan los diámetros mínimos para ambos casos en tablas que acompañan este trabajo. Los valores ahí indicados deben ser afectados de un coeficiente de seguridad para ser utilizados en el diseño de protecciones por medio de enrocados.

^{*} Ing. Civil U. de Ch. SOLANO VEGA Y ASOCS. INGENIEROS CONSULTORES.