

ESTUDIO TEORICO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO DE UN ACUIFERO

MEDIANTE LA ANALOGIA DE HELE SHAW

RAUL GALINDO U (1)

LUDWIG STOWHAS B (1)

ALEJANDRO LAGOS (2)

RESUMEN

Mediante la simulación de un sistema acuífero costero libre en base a la analogía pseudo-real Hele Shaw, se estudia el comportamiento en equilibrio y dinámico de este bajo diferentes condiciones de borde, recargas y bombeos. Se trabajó con dos combinaciones de líquidos: agua dulce - agua salada y aceite 1 - aceite 2. Esta última bastante representativa de un acuífero costero real.

Los resultados obtenidos permiten una excelente aproximación cualitativa del fenómeno real facilitando su comprensión y estudio. Interesa especialmente en este caso, la interfase, su forma y ubicación, así como también su vigencia.

(1) Ingeniero Civil . Profesor Titular Depto Obras Civiles Facultad de Ingeniería UTFSM.

(2) Egresado Ingeniería Civil UTFSM

## 1. INTRODUCCION.

La explotación de acuíferos costeros con fines de abastecimiento de agua potable y riego esta siempre amenazada por el riesgo de contaminación salina (intrusión). El fenómeno real resulta altamente difícil de estudiar por la naturaleza misma de éste (dificultades en mediciones de campo). Se propone y desarrolla aquí un estudio experimental análogo mediante un sistema acuífero a superficie libre, homogéneo e isótropo de carácter "pseudo-real" mediante una instalación tipo Hele Shaw.

El "set" de experiencias efectuadas para su posterior análisis y discusión incluye utilización de diversos fluidos, diferentes condiciones de borde, recargas y bombeos. Todas ellas apuntan a obtener datos respecto de la ubicación física de la interfase "agua dulce-agua de mar" su "pie" y alturas piezométricas. Además estos mismos antecedentes podrán ser utilizados paralelamente para el estudio de modelos matemáticos de simulación del mismo fenómeno.

## 2. EL MODELO.

El equipo "Hele Shaw" utilizado representa una analogía viscosa (Yalin)(1) del movimiento del agua subterránea, es decir, entre las ecuaciones de flujo de un fluido viscoso entre dos placas paralelas muy cercanas y las ecuaciones básicas de la teoría de potencial (Laplace). La representación de nuestro fenómeno exige trabajar con dos fluidos. Para que el flujo resulte totalmente estratificado es conveniente emplear una combinación del tipo aceite 1- aceite 2 que pueda satisfacer la ecuación de Darcy (Verruljt)(2). Sin embargo, esta situación implica, largos periodos de medición de varias días, los que traen consigo serias dificultades prácticas y experimentales. Por ello, el uso de una combinación agua dulce - agua salada resulta apropiada para obtener resultados cualitativos y estudiar condiciones de equilibrio dinámico en el acuífero representado.

En nuestro caso se hizo uso de una instalación de laboratorio especialmente construido para el Proyecto Fondecyt 90-118 (Galindo et al 1991)(3) en recintos del Departamento de Obras Civiles de la Universidad Técnica Federico Santa María. Sus características físicas son las que se señalan en la fig. nro.1. Permite trabajar a diferentes condiciones de operación tal como las señaladas en la anterior introducción.

## 3. PROPIEDADES ANALOGAS DEL MODELO

El flujo laminar definido entre dos placas paralelas con pequeña separación entre sí, cumple las siguientes condiciones teóricas:

$$t = t_0(1-2y/e) \quad (1)$$

donde:

$t$  : esfuerzo cortante en cualquier punto de la sección transversal.

$t_0$ : esfuerzo cortante en la pared.

$e$  : espesor entre placas.

$y$  : distancia variable entre las placas.

Para un fluido newtoniano:

$$t = \mu (dv/dy) \quad (2)$$

donde:

$\mu$ : viscosidad dinámica del fluido.

Ambas ecuaciones combinadas dan:

$$dv = (t_0/\mu)(1-2y/e)dy \quad (3)$$

Ahora, para estudiar la velocidad media en la sección transversal del modelo podemos integrar de la siguiente manera:

$$\bar{v} = (1/e) \int_0^e v dy \quad (4)$$

de donde:

$$\bar{v} = t_0 e/6\mu \quad (5)$$

Sabemos además que:

$$t_0 = \gamma R J \quad (6)$$

Para el caso de escurrimiento entre placas paralelas de muy pequeña separación entre sí se puede demostrar que el radio hidráulico  $R$  es muy aproximadamente igual a  $e/2$ . Es decir:

$$\bar{v} = (\gamma e^2 J) / (12\mu) \quad (7)$$

Por la ley de Darcy (Verruljt)(2) sabemos que:

$$v = KJ \quad (8)$$

siendo:

K: la conductividad hidráulica

Por lo que finalmente tenemos:

$$K = (\gamma e^2) / (12\mu) \quad (9)$$

Esta relación (Bear)(4) nos permite simular la experiencias del Hele Shaw vía espesor entre capas y tipo de fluido con el fenómeno real vía conductividades de diferentes clases de suelo.

#### 4. APLICACIONES DEL MODELO

En términos generales se desarrollaron dos clases de experiencias (Galindo et al 1991)(3):

##### a) Con agua (5 experiencias).

Utilizando una combinación de agua de mar ( $\gamma = 1.0255 \text{ gr/cm}^3$ ) y agua potable ( $\gamma = 1.0 \text{ gr/cm}^3$  app.). Estas experiencias de rápida resolución estuvieron encaminadas a estudiar la fenomenología entre dos condiciones de equilibrio dinámico. Una al inicio y otra al final para condiciones de bombeo y recarga variable.

Aplicando la ecuación 9 antes señalada a las dimensiones y características de las experiencias se puede decir que ellas representan un acuífero con una conductividad hidráulica del orden de 2,20-1.90 m/s lo que las sitúa claramente en el rango equivalente a las gravas. Esta condición se aleja de los fenómenos de interés práctico real.

##### b) Con aceite (3 experiencias).

Mezclando una combinación de aceites de dos tipos, uno representativo del agua de mar ( $\gamma_m = 0.918 \text{ gr/cm}^3$  y  $\mu = 1.7742 \text{ Kgmasa/mes a } 23^\circ\text{C}$ ) y otra componente de agua dulce ( $\gamma_d = 0.893 \text{ gr/cm}^3$  y  $\mu = 1.4788 \text{ Kgmasa/mes a } 23^\circ\text{C}$ ).

Estas experiencias son de muy lenta resolución permitiendo estudiar analogías y situaciones de no equilibrio. Sin embargo, esta condición dificulta enormemente el trabajo práctico de laboratorio especialmente por la vía de control de espesores entre placas y control de la temperatura de las instalaciones.

Aplicando la ecuación 9 antes señalada se puede decir que estas experiencias representan un acuífero con una conductividad hidráulica del orden de  $7e-4$  a  $1.5e-3$  m/s lo que las sitúa en el rango de las arenas de playa.

#### 5. RESULTADOS OBTENIDOS

Cada una de las experiencias fue cuidadosamente controlada dentro de las condiciones propias de las instalaciones disponibles. Los resultados fueron registrados manualmente, mediante fotografía y video (Galindo et al 1991)(3).

A vía de ejemplo para mostrar el tipo de información obtenida de las experiencias se incluyen las figuras nro. 2,3,4,5 representativas del trabajo con agua y las figuras nro. 6a,6b y 7 en aceites.

#### 6. ANALISIS DE LOS RESULTADOS.

Atendiendo el objetivo central de esta investigación orientada a estudiar en una situación "pseudo real" el fenómeno prototipo y obtener resultados válidos para su posterior modelación matemática (Trabajo presentado por los mismos autores a este mismo Congreso (Galindo et al 1991) (5)) el análisis se centrará esencialmente en el:

##### 6.1 Comportamiento general cualitativo del sistema.

Las diferentes experiencias en equilibrio y no equilibrio llevadas a cabo permiten apreciar un comportamiento fenomenológico claro y visualizable. Sorprende la estabilidad de los parámetros, lo que facilita su medición y fotografía.

##### 6.2 Condiciones de equilibrio.

Para el análisis de las experiencias en condición de equilibrio se verificó la hipótesis de Ghyben-Herzberg que relaciona teóricamente la

profundidad de la interfase y alturas piezométricas correspondientes, según la proporción:

$$h_s = (\gamma_d \cdot \theta_d) / (\gamma_s - \gamma_d) \quad (10)$$

siendo:

$h_s$  : profundidad de la interfase bajo el nivel del mar

$\gamma_d$  : peso específico del agua dulce

$\gamma_s$  : peso específico del agua salada

$\theta_d$  : cota piezométrica del agua dulce referida al nivel del mar.

Aplicando esta relación y los  $\gamma$  entregados en el punto 4 fué posible obtener un conjunto de valores y gráficos para las diferentes experiencias efectuadas. A título de ejemplo ilustrativo se han incluido las figuras nro. 8 y 9 para agua y figuras nro. 10 y 11 para aceite para condiciones de equilibrio y las ubicaciones comparadas entre altura piezométrica teórica y medida en cada experiencia. En este caso se tomó como valor de inicio la profundidad de la interfase medida en cada experiencia. Además, se incluyó una combinación entre ambos valores.

El resultado general obtenido fue un exceso en las alturas piezométricas medidas respecto de las teóricas, con valores que fluctúan entre los 8 mm en agua y los 5 mm en aceite. Si bien es cierto esta anomalía no parece significativa a la escala global del sistema, nos preocupó lo suficiente como para intentar buscar una explicación conceptual de ella.

La respuesta más factible a ella parece estar por el lado de la tensión superficial entre placas de vidrio muy vecinas. Efectuados los cálculos teóricos a partir de valores bibliográficos aproximados de la tensión superficial para ambos fluidos se llega a 9 mm en agua y 5 mm en aceite. El valor del aceite fue cotejado en laboratorio mediante un simple experimento entre placas de igual separación que las del Hele Shaw.

### 6.3 Curvaturas de líneas de flujo y distribución de velocidad.

Uno de los aspectos fenomenológicos que más interesa para evaluar la calidad y representabilidad de los valores medidos fue el de la distribución de velocidades en la vertical. Esto tiene importancia práctica bajo los supuestos más corrientes de la formulación matemática del fenómeno, donde se asume una distribución uniforme promedio en la

vertical del acuífero.

Trazadas las líneas de flujo en experiencias con agua se apreció una distribución vertical fija parabólica. Estos trazados en todo caso se efectúan con gran dificultad y no se pudo obtener medidas confiables de velocidad y sus componentes. En aceite la medición práctica no fué posible.

### 6.4 Distorsiones en la salida al mar.

La salida al mar en el modelo, por razones constructivas, contribuyó a dificultar las mediciones de la interfase y alturas piezométricas en esta zona (fig. n°1). En todo caso se pudo constatar que la hipótesis teórica que define un punto de convergencia común entre el nivel del mar, el agua libre de llegada y la interfase no se produce en la naturaleza. Este punto presentó alguna movilidad horizontal y alturas verticales variables en la zona de descarga al mar, dependiendo del bombeo aplicado.

Eliminando los efectos de tensión superficial a que antes se hizo referencia y análisis preliminares de los datos de laboratorio disponibles nos llevan a asociar la altura de la superficie libre en el punto de llegada, con la "altura crítica". Esta altura crítica depende del gasto por unidad de ancho y es variable para cada experiencia.

### 6.5 Distorsiones en la zona de bombeo.

En teoría se trató de representar un acuífero libre con bombeo en un pozo de penetración parcial. Las condiciones físicas del modelo por restricciones constructivas parecen corresponder más acertadamente a una captación lineal (dren). Esto se aprecia visualmente en la forma que la interfase adoptada bajo el pozo y en el trazado aproximado de líneas de flujo que se efectuó.

Estas líneas de flujo en las vecindades del pozo si bien comprueban la penetración parcial, muestran distribuciones de velocidades reales bastante diferentes de los supuestos teóricos clásicos.

Por otro lado cuando el fluido que representa al mar llegó a la zona del pozo, se produjeron levantamientos manifiestos del agua de mar, quedando claramente identificada la existencia de flujo vertical, situación que contradice los supuestos clásicos de la modelación matemática.

## 6.6 Dispersión de la interfase.

El supuesto teórico de uso más corriente para la representación del fenómeno en estudio, asume la existencia de una interfase abrupta entre los dos fluidos. Sin embargo, en las experiencias realizadas, se observó un cierto grado de dispersión vertical en algunos rangos del movimiento de la interfase en la modelación con aceites.

Sin embargo, en la realidad es posible que esto también se presente como resultado de una dispersión intergranular en el acuífero prototipo que el Hele Shaw no es capaz de reproducir, ya que su similitud es por equivalencia de conductividades hidráulicas (viscosidades) y no por materiales.

Cabe destacar, sin embargo que se aprecia claramente la división de los fluidos utilizados.

## 7 CONCLUSIONES.

a) Los resultados obtenidos en amplia variedad mediante el método propuesto ayudan a una clara comprensión cualitativa del fenómeno de intrusión salina en un acuífero libre.

b) Algunos aspectos constructivos del equipo en puntos específicos del fenómeno representado estarían creando ciertas anomalías menores (zona de bombeo, zona de descarga al mar.)

c) El supuesto de interfase abrupta entre dos líquidos representados se cumple en general, aunque se advirtió un cierto grado de dispersión en su borde. Esto podría, en el fenómeno real, incrementarse por acción granular.

d) La condición de Ghyben-Herzberg para estado en equilibrio puede ser comprobada sólo aproximadamente en el equipo. Las anomalías observadas se atribuyeron a efectos de tensión superficial entre las placas de vidrio.

e) No obstante lo anterior, la utilización de este criterio puede ser una aproximación práctica apropiada para prevenir contaminación salina en acuíferos reales sometidos a sobre-explotación.

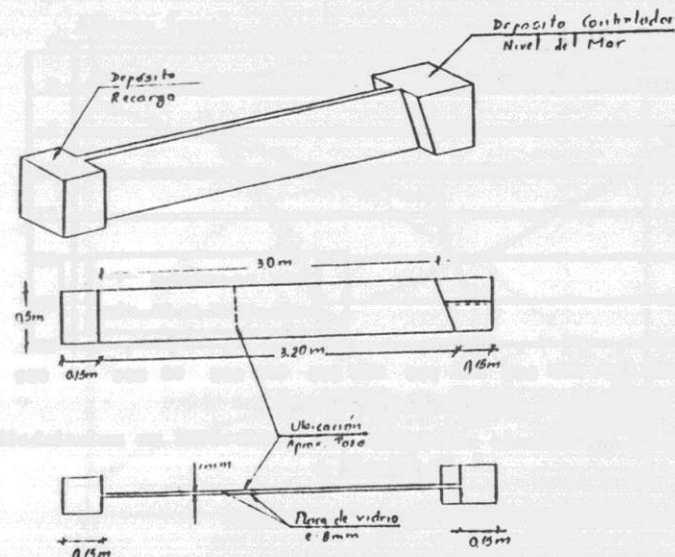
f) En el Hele Shaw y para condiciones típicas de acuíferos reales (mediante aceites) se dan condiciones que imposibilitan la medición idónea de velocidades y su distribución vertical.

g) Un punto de la mayor relevancia experimental que deberá ser estudiado en detalle y de ser factible modelado, es la posible presencia de crisis en escurrimiento laminar en el punto de descarga del acuífero al mar.

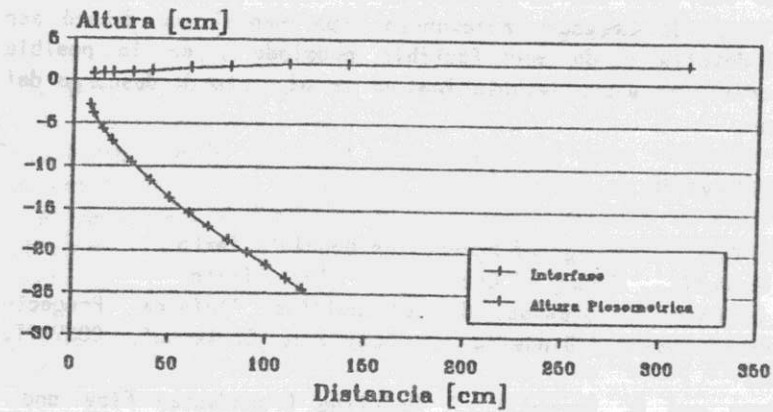
## 8. BIBLIOGRAFIA.

- 1.- H.S. Valin. "Theory of hydraulics Models". Texto
- 2.- A. Verruijt. "Theory of Groundwater Flow". Texto.
- 3.- R. Galindo, L. Stowhas, G. Galleguillos. "Informe Proyecto Fondecyt 90-0118: Dinámica de Acuíferos Costeros". CONICYT. 1991.
- 4.- J. Bear and A. Verruijt. "Modeling Groundwater Flow and Pollution". D. Reidel Publishing Company. Texto.
- 5.- R. Galindo, L. Stowhas, A. Lagos. "Modelación matemática de un acuífero costero a superficie libre a partir de datos experimentales del Hele Shaw". Trabajo presentado al X Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica. Valparaíso. 1991.

Fig. 1.-

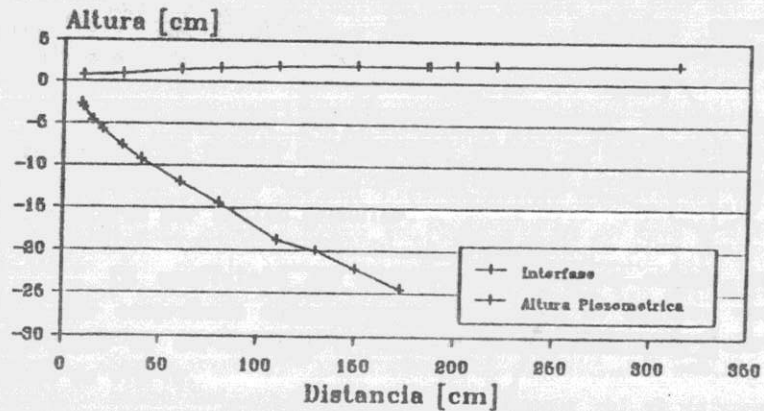


**Modelo Hele Shaw**  
**Estado Inicial Exp 1**  
**T= 0 Hr**



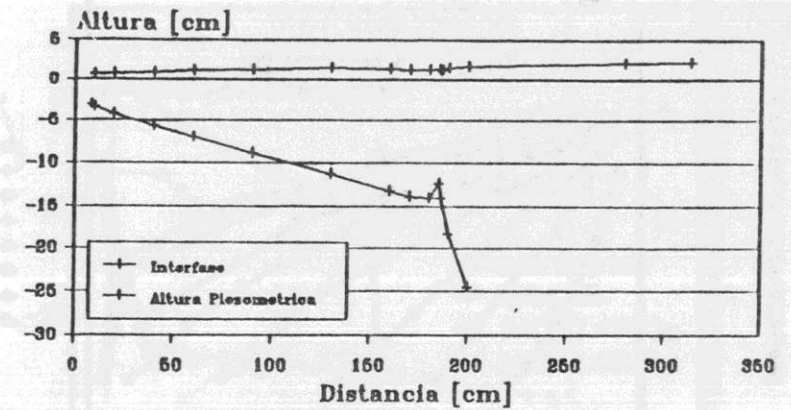
Modelacion en laboratorio con Agua  
 Figura N 2

**Modelo Hele Shaw**  
**Estado Final Exp 1**  
**T= 20 min**



Modelacion en laboratorio con Agua  
 Figura N 3

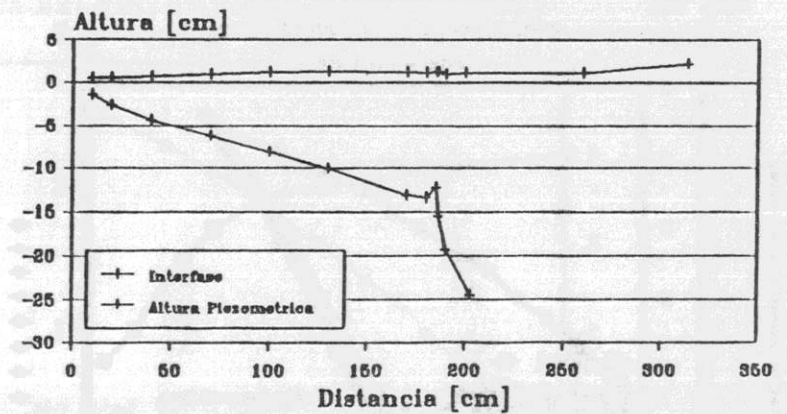
**Modelo Hele Shaw**  
**Estado Final Exp 2**  
**T= 17 min**



Modelacion en laboratorio con Agua  
 Figura N 4

FIG. 3

**Modelo Hele Shaw**  
**Estado Final Exp 3**  
**T= 18 min**



Modelacion en laboratorio con Agua  
 Figura N 5

FIG. 6a)

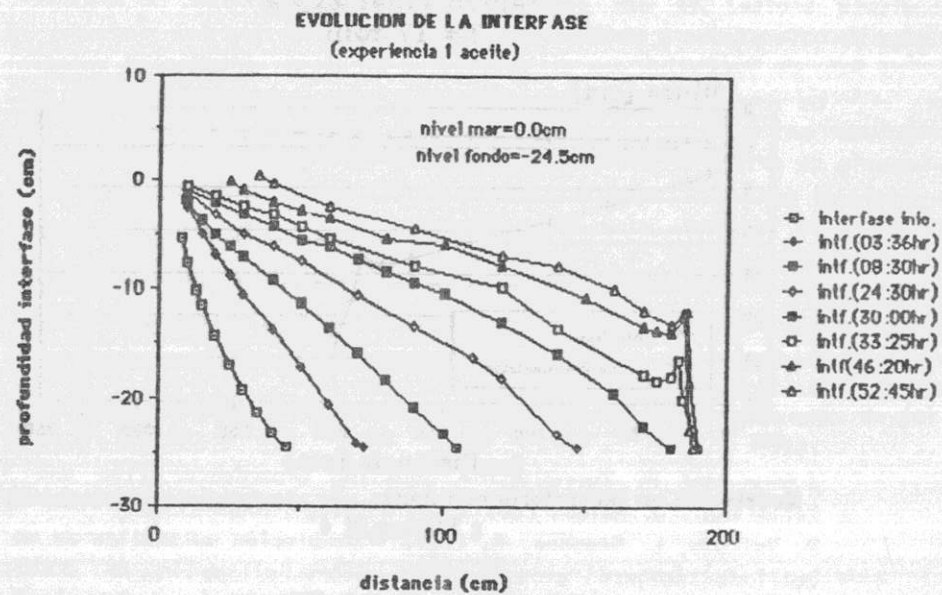


FIG. 6b)

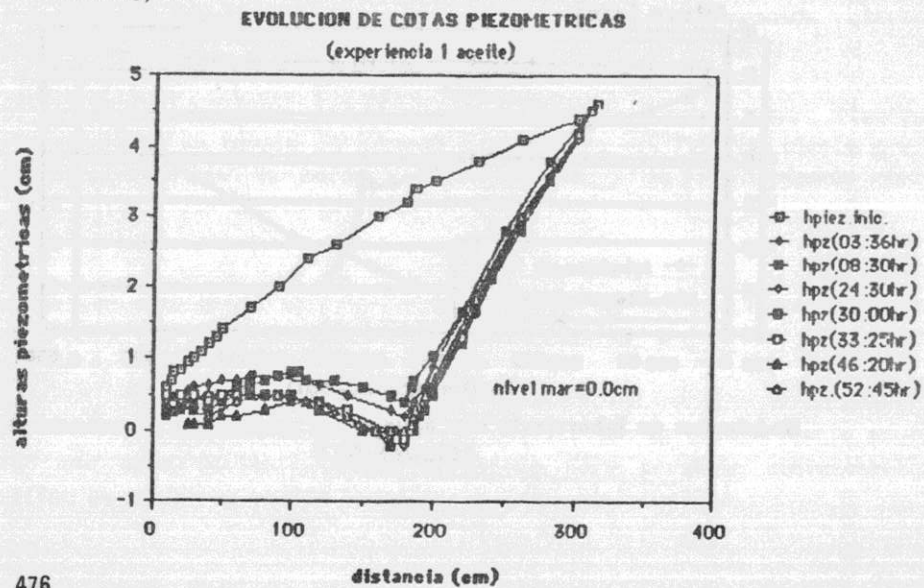


FIG. 7

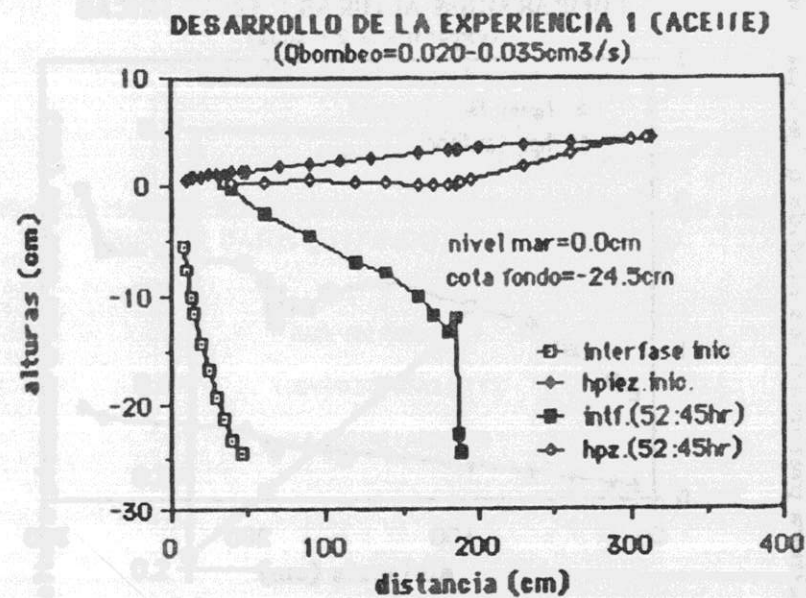


FIG. 8

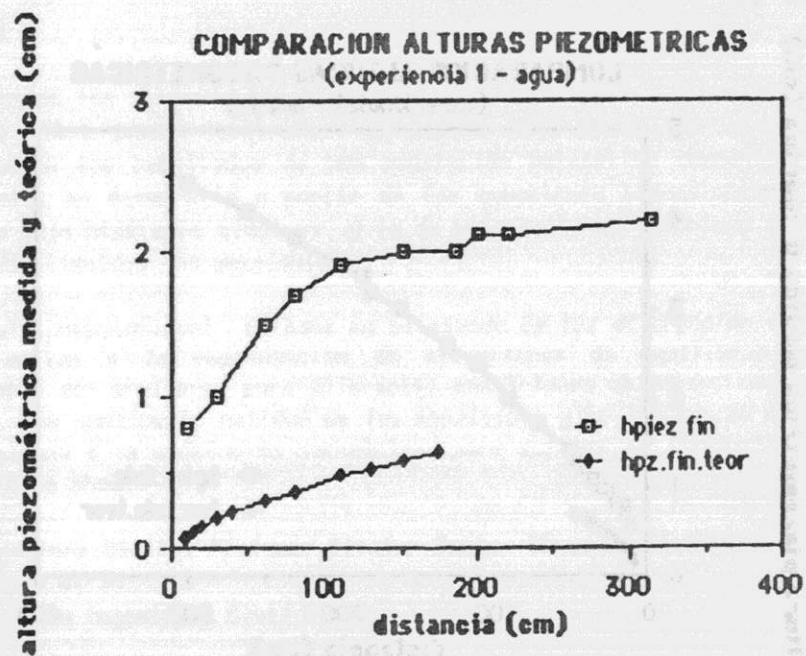


FIG. 9

altura piezométrica medida y teórica (cm)

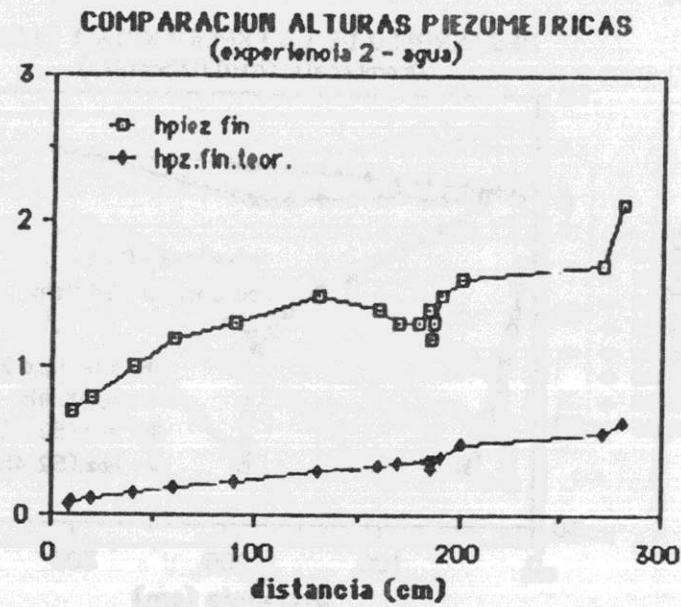


FIG. 10

altura piezométrica medida y teórica (cm)

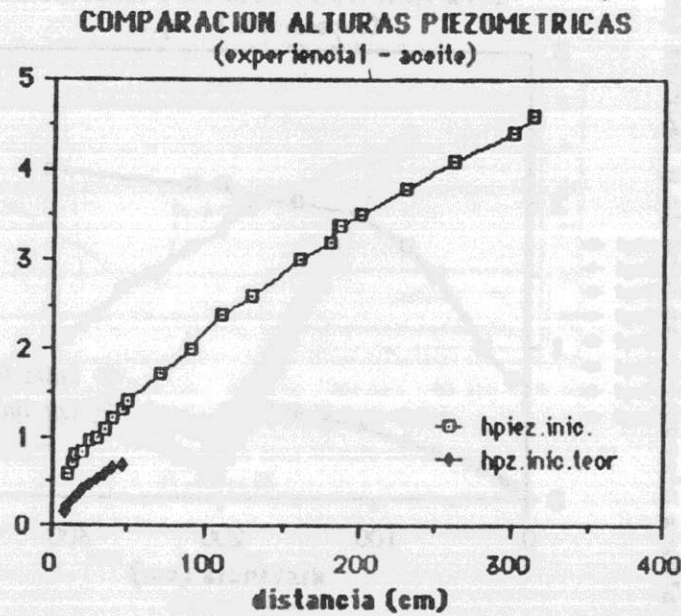
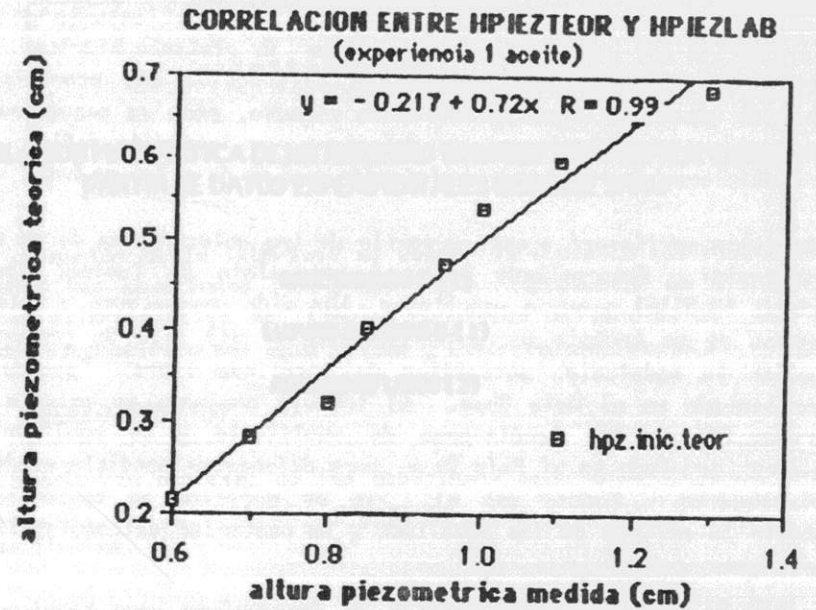


FIG. 11



Ingeniero Civil . Profesor Titular Depto. Obras Públicas  
 Universidad UCV  
 Escuela Ingeniería Civil UCV