

AGRADECIMIENTOS

Este artículo resume parte de los trabajos desarrollados en el contexto del proyecto de investigación FONDECYT 689/91 que cuenta con el aporte del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, el cual se agradece. También se agradece a la Dirección General de Aguas la información sobre escurrimientos y precipitaciones utilizadas en este trabajo.

REFERENCIAS

- Box y Jenkins**, 1976. Time Series Analysis. Forecasting and Control. Holden day, San Francisco.
- Fernández, B.** 1991, Watershed Response to Meteorological Droughts. XXIV IAHR Congress, Madrid, España.
- Fernández, B. Vial, A. y A. Gebhardt**, 1990. Efecto de las Sequías Meteorológicas sobre los caudales. XIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Montevideo, Uruguay, Vol 2, 815-826.
- Fernández, B.** 1985, Análisis de la Periodicidad en Series Hidrológicas. Estudios en Honor de Francisco J. Domínguez. Anales de la Universidad de Chile. Quinta Serie, N°8, Agosto, pág.635-653.
- Gebhardt, A. y A. Vial**, 1990, Sequías hidrológicas en la Zona Central de Chile. Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil con Mención en Hidráulica. Universidad Católica de Chile.
- Peña, D.** 1987. Estadística. Modelos y Métodos. Vol 2. Métodos Lineales y Series Temporales. Alianza Universidad Texto.
- Rosenbrock, H.H.**, 1960, An Automatic Method for Finding the Greatest or the Least Value of a Function. The Computer Journal, Vol. 3, N°175.
- Salas, J.D. y B. Fernández.** 1989, Models for Data Generation of Time Series. Univariate Techniques. International Meeting NATO, Valencia, España.
- Salas, J. D., Delleur, J.W., Yevjevich, V. y W.L.Lane** (1981), Applied Modeling of Hydrologic Time Series. Water resources Publications, Littleton, Co.
- Vargas X., Brown, E. y Sandoval, G.**, 1986, Un modelo de Función de transferencia para el pronóstico de caudales en tiempo real. XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Sao Paulo, Brasil, Vol. 2 168-199.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA X CONGRESO NACIONAL

REPRESENTACION DE TORMENTAS HORARIAS

EDUARDO VARAS C. (*)

ORLANDO LOPEZ U. (**)

RESUMEN

Este trabajo presenta el modelo de pulsos rectangulares de Neymann-Scott aplicado a la representación de tormentas a nivel horario y su utilización y validación usando datos históricos de 526 tormentas registradas en la zona central y sur de Chile.

Se concluye que este modelo constituye una valiosa herramienta para modelar tormentas, ya que requiere estimar sólo 5 parámetros y preserva adecuadamente las características principales de las tormentas. El modelo mantiene la intensidad media y la varianza horaria de las lluvias registradas, así como la magnitud media, la duración media y la varianza de la duración de las tormentas. El trabajo incluye la comparación entre los estadígrafos anteriores para los registros observados y registrados en 9 estaciones pluviográficas. Adicionalmente, se ilustra el uso de este modelo de tormentas como una herramienta para estimar las probabilidades asociadas a las crecidas de un lugar.

(*) Prof. Depto. Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Decano Facultad de Ingeniería, Casilla 306-Correo 22, Santiago, Chile.

(**) Investigador Depto. Ing. Hidráulica y Ambiental,

1. INTRODUCCION

Desde la aparición del hidrograma unitario (Sherman, 1932) el uso de modelos lluvia-escorrentía se ha convertido en una metodología de gran aceptación en el ámbito de la hidrología cuantitativa, en especial en aquellas situaciones donde la información disponible es escasa o incluso inexistente. En los últimos treinta años diversos autores (Crawford y Linsley, 1962; Laurenson y Mein, 1983; Abbot et al, 1986a, b) han propuesto modelos matemáticos para abordar desde un punto de vista físico el problema de transformación de la precipitación en escurrimiento a nivel de una cuenca hidrográfica. Asimismo, la introducción y generalización del uso de los computadores digitales ha permitido a la hidrología contar con procedimientos de modelación cada vez más complejos y completos incorporando en ellos el avance que han tenido las diversas disciplinas de las ciencias de la tierra. Sin embargo, estas herramientas requieren disponer de datos de precipitación representativos de la zona de interés medidos a nivel horario. Este tipo de registros es escaso en los países en desarrollo, y es bastante común que el ingeniero o el hidrólogo, que quiera utilizar las herramientas de modelación disponibles, no cuente con la información de lluvias horarias necesaria.

Este trabajo presenta una alternativa para la situación descrita, formulando un procedimiento para representar las tormentas horarias en un punto, mediante un modelo de pulsos rectangulares que tiene sólo cinco parámetros. La metodología fue utilizada por Rodríguez-Iturbe y otros autores (1984) para estudiar el efecto que tiene el intervalo de observación en la representación de las lluvias. Esta investigación usa el mismo modelo en un contexto diferente.

El trabajo incluye la aplicación y validación del procedimiento en varias estaciones pluviográficas del centro y sur de Chile, así como su uso para obtener una estimación de la curva de frecuencia de crecidas en un lugar, utilizando las tormentas generadas como valores de entrada de un modelo lluvia-escorrentía.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

2.1. Planteamiento

El modelo de pulsos rectangulares de Neyman-Scott, (Rodríguez-Iturbe et al, 1984) representa una tormenta como un conjunto de celdas de lluvia que llegan a un lugar. El fenómeno se modela usando cinco variables aleatorias para representar las siguientes características: el instante de tiempo en que se inicia la tormenta; el número de celdas de lluvia que forma cada tormenta, el tiempo de arribo de cada celda medido a partir del inicio de la tormenta; la intensidad y la duración de cada una de las celdas de lluvia. Cada una de estas variables aleatorias se representa mediante una determinada distribución probabilística.

Una suposición conveniente para representar las tormentas, sugerida por Rodríguez-Iturbe y otros autores (1984) consiste en modelar el arribo de las tormentas y el número de celdas que forman la tormenta como procesos de tipo Poisson. Por otra parte, el tiempo de llegada de cada celda de lluvia, la intensidad de su lluvia y su duración se recomienda representarlas por distribuciones exponenciales. Las distribuciones probabilísticas recomendadas tienen sólo un parámetro cada una, de tal forma que al proceder de esta manera, el modelo tiene cinco parámetros que son los parámetros de las dos distribuciones Poisson y los de las tres distribuciones exponenciales. La Tabla 1 resume las características de los procesos, los modelos probabilísticos que los representan y sus parámetros. La Figura 1 muestra una representación gráfica del modelo.

TABLA 1

Parámetros del Modelo

Proceso	Distribución	Parámetro
Llegada de la Tormenta	Poisson	λ
Ubicación de cada celda	Exponencial	β
Intensidad de la celda	Exponencial	μ_c
Duración de la celda	Exponencial	η_c
Número de celdas por tormenta	Poisson	ν

2.2. Estimación de los parámetros

Los parámetros de cada una de las distribuciones de probabilidad que forman el modelo Neyman-Scott descrito, se estiman estableciendo cinco condiciones que deben cumplir las lluvias representadas por él. En este trabajo, se optó por asegurar la igualdad entre los valores observados y calculados de las siguientes características de las lluvias: intensidad media horaria, varianza de la lluvia horaria, magnitud media de las tormentas, promedio y varianza de la duración de las tormentas. Lo anterior da origen a las siguientes 5 ecuaciones para calcular los parámetros de los modelos probabilísticos exponenciales y de Poisson (Rodríguez-Iturbe et al, 1986):

$$E \begin{bmatrix} \text{magnitud} \\ \text{de} \\ \text{tormenta} \end{bmatrix} = m = \frac{E[v]}{\eta_c \mu_c} \quad (1)$$

$$E[x(t)] = i = \frac{\lambda E[v]}{\eta_c \mu_c} \quad (2)$$

$$\text{Var}[x(t)] = v_i = \frac{4 \lambda E[v]}{\eta_c^3 \mu_c^2} (\eta_c - 1 + e^{-\eta_c}) + \frac{\lambda E^2[v]}{\mu_c^2 \beta (\eta_c^2 - \beta^2)} (\beta - 1 + e^{-\beta}) \quad (3)$$

$$E \begin{bmatrix} \text{Duración} \\ \text{de} \\ \text{Tormenta} \end{bmatrix} = d = \frac{\ln\{E[v]\} - 0,423}{b} + \frac{1}{\eta_c} \quad (4)$$

$$\text{Var} \begin{bmatrix} \text{Duración} \\ \text{de} \\ \text{Tormentas} \end{bmatrix} = v_d = \frac{0,644}{\beta^2} + \frac{1}{\eta_c^2} \quad (5)$$

La primera ecuación expresa que el promedio de la magnitud de las tormentas es igual al producto del valor esperado del número de celdas ($E(v)$) que

forma cada tormenta por el valor esperado de la magnitud de la lluvia total en cada celda. Este último valor es igual al producto de los valores esperados de la intensidad ($1/\mu_c$) y de la duración de la lluvia en la celda ($1/\eta_c$).

La segunda relación expresa que la intensidad media horaria es la razón entre la magnitud media de las tormentas y el número esperado de horas de lluvia en las tormentas ($1/\lambda$).

La tercera ecuación se obtiene al calcular la varianza de la intensidad de la lluvia horaria, la cual es función de los parámetros que determinan la intensidad, duración, ubicación de cada una de las celdas y el número esperado de celdas en cada tormenta.

Las siguientes dos ecuaciones igualan los valores observados y calculados de la duración media y la varianza de la duración de las tormentas. La expresión para la duración esperada de la tormenta se obtiene a partir del valor esperado del tiempo transcurrido entre la llegada de la celda que aparece al término de la tormenta y la que llega al inicio, agregado a la duración de la última celda. El tiempo transcurrido entre la celda más tardía y la más cercana al inicio de la tormenta, se obtiene haciendo la diferencia entre el valor esperado del máximo tiempo de llegada y el menor de los tiempos de llegada. Por último al estar representada el número de celdas por una variable de tipo Poisson, los tiempos de arribo son exponenciales y la distribución del máximo de un conjunto de variables aleatorias exponenciales tiende asintóticamente a una distribución de valores extremos tipo I, conocida también como distribución Gumbel. Las consideraciones anteriores dan origen a las últimas dos ecuaciones.

Las ecuaciones planteadas constituyen entonces un sistema necesario para estimar todos los parámetros del modelo de Neymann-Scott. Lamentablemente, la solución de dicho sistema presenta múltiples dificultades dada su complejidad algebraica. Fue posible, sin embargo obtener una ecuación implícita para el parámetro β , que fija el tiempo de arribo de cada celda, en función de las características de las lluvias observadas. Intervienen en la relación las cinco características de las lluvias registradas: la intensidad media horaria (i), la varianza de la intensidad horaria (v_i), la magnitud promedio de las tormentas (m), la duración promedio (d) y la varianza de la duración de las tormentas (v_d):

$$F(\beta) = \frac{1}{\beta} \left[\frac{4R(\beta/R - 1 + \exp(-\beta/R))}{\exp(\beta d - R + 0,423)} + \frac{\beta - 1 + \exp(-\beta)}{1 - R^2} \right] - \frac{v_i}{im} = 0 \quad (6)$$

siendo

$$R = \sqrt{v_d \beta^2 - 0,644} \quad (7)$$

Una vez encontrado en la ecuación anterior el valor β que la satisface, los otros parámetros se calculan utilizando las ecuaciones descritas.

3.- APLICACION DEL MODELO

3.1. Características de las tormentas en la zona

Este modelo se utilizó para representar las tormentas registradas en 9 estaciones pluviográficas ubicadas en la zona central y sur de Chile. Esta región cuenta con un clima mediterráneo caracterizado por tener un período lluvioso en invierno, época en la cual ocurre la mayor parte de la precipitación anual. La lluvia media anual de los puntos seleccionados varía entre 450 mm y 2.500 mm. La ubicación y características de los registros se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Ubicación de Estaciones Utilizadas

Estación	Latitud °S	Longitud °W	Altura m	Período de Registro	Nº Tormentas
Pullinque	39 35	72 13	145	1963-1982	67
Armerillo	35 42	71 05	450	1962-1982	87
Ensenada	41 12	72 32	51	1963-1982	72
San Fernando	34 35	71 00	330	1963-1982	59
Claro en San Carlos	35 42	71 04	550	1971-1982	75
Colorado	35 38	71 16	310	1970-1980	67
Colbún	35 41	71 21	340	1969-1980	20
Quilaco	37 41	71 59	250	1965-1981	45
Rapel	33 56	71 45	50	1963-1982	34

Con el fin de tener un registro más homogéneo se aplicó el procedimiento a las tormentas ocurridas entre Abril y Agosto. Los parámetros principales de las lluvias registradas en el período de interés se muestran en la Tabla 3. Se puede apreciar que las intensidades horarias medias varían entre 2,2 y 4,1 mm/hr con un promedio de 3,16 mm/hr. Los coeficientes de variación de las intensidades son del orden de 1,01 con valores en el rango entre 0,84 y 1,27. Las tormentas tienen una magnitud promedio de 104 mm con valores que oscilan entre 71 mm y 197 mm en las diferentes estaciones. La duración promedio de las tormentas seleccionadas es 33 horas, con variaciones entre 23 hrs. y 41 hrs. Las varianzas de la duración quedan definidas por un coeficiente de variación promedio de 0,53 con valores que fluctúan entre 0,52 y 0,65.

Tabla 3

Estadígrafos Históricos de las Tormentas

Estación	Nº Torm.	Intensidad Lluvia		Magnitud media tormenta mm	Duración media tormenta hr	Varianza duración tormenta [hr]²
		Esperanza mm/hr	Varianza [mm/hr]²			
Pullinque	67	2,2	4,6	88	41	516,4
Armerillo	87	5,3	21,9	197	37	389,0
Ensenada	72	2,3	6,1	71	31	293,9
San Fernando	59	2,7	7,6	100	37	390,0
Claro en San Carlos	75	4,1	16,1	127	31	400,0
Colorado	67	3,2	10,4	100	31	262,7
Colbún	20	4,0	11,0	91	23	86,3
Quilaco	45	2,3	8,3	84	32	236,5
Rapel	34	2,4	6,0	76	31	264,8

3.2. Cálculo de los parámetros del modelo

Una vez calculados los estadígrafos de las tormentas observadas en cada estación, se emplearon las ecuaciones detalladas previamente para calcular los 5 parámetros del modelo en cada uno de los lugares de interés.

La ecuación para encontrar el parámetro β no entregó en ninguno de los puntos estudiados un resultado real y por consiguiente tampoco fue posible calcular valores reales para los otros parámetros del modelo. La solución del sistema fue en

todos los casos imaginaria, lo que indica que no existen valores reales que mantengan todas las propiedades exigidas por un modelo que incluye tan sólo cinco parámetros.

Para mantener los parámetros en el campo de los números reales, se optó por aceptar un pequeño error en la ecuación final y seleccionar el valor real de β que minimizara la función. Procediendo de esta forma, fue posible conseguir un conjunto de parámetros reales para representar las tormentas en los puntos de interés con el modelo de Neymann-Scott. La Tabla 4 presenta los parámetros del modelo para cada lugar, junto con entregar el error absoluto de la ecuación para determinar β .

TABLA 4
Parámetros del Modelo Neymann-Scott

Estación	λ	μ_c	η_c	v	β	error absoluto F (β)
Rapel	0,032	0,613	0,122	5,725	0,057	0,045
Sn. Fernando	0,027	0,549	0,100	5,471	0,047	0,037
Colorado	0,032	0,459	0,122	5,641	0,057	0,046
Colbún	0,044	0,441	0,233	9,352	0,097	0,073
Claro	0,032	0,330	0,095	3,988	0,047	0,046
Armerillo	0,027	0,282	0,100	5,565	0,047	0,044
Quilaco	0,027	0,596	0,132	6,602	0,060	0,032
Pullinque	0,025	0,666	0,086	5,055	0,041	0,035
Ensenada	0,033	0,621	0,114	5,010	0,054	0,041

3.3. Validación del Modelo

Para comprobar el funcionamiento del modelo se generaron 100 tormentas en cada una de las estaciones, utilizando el modelo de Neymann-Scott con los parámetros indicados en la Tabla 4.

En general se observó una buena correspondencia entre los estadígrafos de las lluvias observadas y generadas. Las intensidades de lluvia, las magnitudes de las

tormentas y sus duraciones tienen errores relativos medios para el conjunto de estaciones menores que 10%. Los errores relativos máximos calculados para todas las estaciones en las variables mencionadas son del orden del 25%. Se observan, eso sí, errores relativos mayores para las varianzas de la magnitud de las tormentas, ya que este parámetro no es reproducido por el modelo. Las varianzas de la intensidad de lluvia y de la duración de la tormenta también se reproducen adecuadamente, con errores relativos medios del orden del 20%. Se estima que los errores indicados deben disminuir al aumentar el número de tormentas generadas, ya que ello reduce el ruido debido a la naturaleza aleatoria de las variables.

3.4. Determinación de curvas de frecuencia de crecidas

Para completar la validación del procedimiento para generar lluvias, se utilizaron las tormentas producidas por el modelo como valores de entrada a un modelo computacional del proceso lluvia-escorrentía, basado en los métodos de propagación de crecidas (Laurenson y Mein, 1983). Este modelo de escurrimiento ha sido utilizado con buenos resultados en una variedad amplia de situaciones (Varas, 1986) y constituye una herramienta poderosa y recomendable.

Las simulaciones efectuadas se realizaron para la cuenca del río Claro en San Carlos, afluente de río Maule en la zona de confluencia con el río Melado. Esta cuenca se encuentra ubicada entre los paralelos 35° 44' y 35° 42' de latitud Sur y los meridianos 70° 45'W y 71° 05'W. La superficie de la cuenca es de 335 km² con alturas que varían entre 550 m y 2750 m sobre el nivel del mar. El caudal es controlado a la salida y las crecidas utilizadas para la calibración del modelo estaban en el rango de 330 m³/s a 860 m³/s.

Los caudales máximos simulados con 100 tormentas generadas tienen un promedio de 374 m³/s con un máximo de 1.612 m³/s, un coeficiente de variación de 0,98 y un coeficiente de asimetría de 1,38. Estos valores se comparan favorablemente con los estadígrafos calculados a partir de las tormentas observadas, los cuales presentan una crecida media de 318 m³/s con un máximo de 1.447 m³/s, un coeficiente de variación de 0,91 y una asimetría de 1,46. Los volúmenes escurridos provenientes de las tormentas pseudo-históricas tienen un promedio de 27 millones de m³, con un máximo de 114 millones, un coeficiente de variación de 1,01 y una asimetría de 1,49. Los valores calculados con las tormentas observadas tienen un

volumen medio de 24,6 millones de metros cúbicos, un máximo de 186 millones, un coeficiente de variación de 1,19 y una asimetría de 2,97.

La Figura 2 compara las curvas de frecuencia de las crecidas calculadas con las tormentas históricas y aquellas obtenidas con las lluvias generadas. Se puede apreciar que existe gran coincidencia de ambas curvas.

4.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El modelo de Neymann-Scott descrito constituye una herramienta simple para representar las lluvias a nivel horario, con pocos parámetros y con una adecuada concepción intuitiva. Los cinco parámetros del modelo se estiman exigiendo que se mantengan algunas características de primer y segundo orden de las tormentas.

Aún cuando el modelo es simple, existen complejidades algebraicas que impiden encontrar valores reales para los parámetros en los casos estudiados, lo que obliga a aceptar un error no significativo en la función.

Las tormentas generadas, por el modelo mantienen las características principales de las lluvias y de las tormentas observadas en los nueve estaciones pluviográficas que se usaron para validar el procedimiento. Igualmente, las tormentas pseudo históricas pueden ser usadas para obtener una estimación de las crecidas en un lugar. Los caudales calculados tienen valores máximos bastante cercanos a los observados y las ondas de crecida tienen volúmenes sensiblemente iguales a los observados. Por último la curva de frecuencia de crecidas histórica se reproduce adecuadamente con las crecidas calculadas a partir de las lluvias generadas.

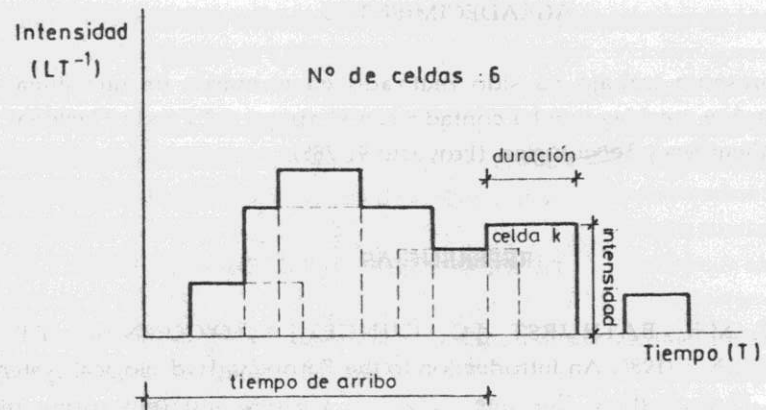
En síntesis, el modelo se recomienda como una herramienta de diseño, relativamente simple de utilizar y con un potencial apreciable.

AGRADECIMIENTOS

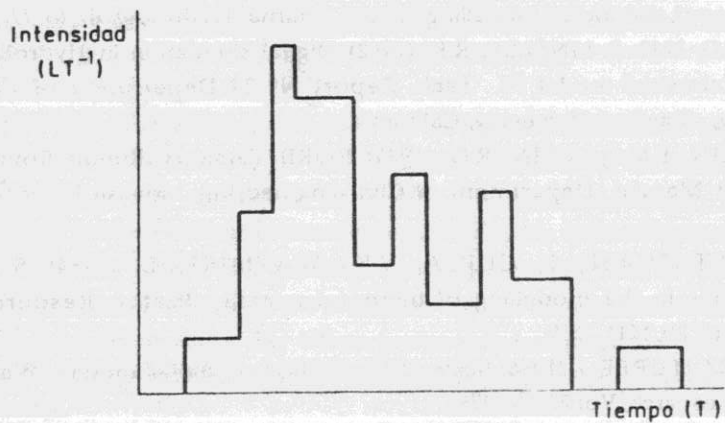
El presente trabajo ha sido realizado en el marco de una línea de investigación sobre crecidas que ha contado con el apoyo del Fondo Nacional de Investigación Científica y Tecnológica. (Proyecto 91-788).

REFERENCIAS

1. ABBOTT, M.B., BATHURST, J.C., CUNGE, J.A., O'CONNELL, P.E. & RASMUSSEN, J. (1986) An Introduction to the European Hydrological system - Systeme Hydrologique Europee, "SHE", 1. History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system. *Journal Hydrology* 87, 45-59.
2. ABBOTT, M.B., BATHURST, J.C., CUNGE, J.A., O'CONNELL, P.E. & RASMUSSEN, J. (1986) An Introduction to the European Hydrological system - Systeme Hydrologique Europee, "SHE", 2. History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system. *Journal Hydrology* 87, 61-77.
3. CRAWFORD, N.H. & LINSLEY, R.K. (1962) Digital simulation in Hydrology Stanford Watershed model IV. *Tech. Report N° 39, Department of Civil Engineering, Stanford University, California.*
4. LAURENSEN, E.M. y MEIN, R.G. (1983) RORB Versión3, Runoff Routing Model. *User Manual. Department of Civil Engineering, Monash University, Australia.*
5. RODRIGUEZ-ITURBE, I., GUPTA, V.K., WAYMIRE, E. (1984) Scale considerations in the modelling of temporal rainfall. *Water Resources Research, Vol. 20*, 1611-1619.
6. RODRIGUEZ-ITURBE, I. (1986) Scale of Fluctuation of rainfall models, *Water Resources Research, Vol 22*, 155-375.
7. SHERMAN, L.K. (1932) Streamflow from rainfall by the unit-graph method. *Engineering News Record, Vol. 108*, 501-505.
8. VARAS, E. (1986) Simulación de hidrogramas mediante un modelo de propagación de crecidas. *Apuntes de Ingeniería, 23*, 5-20.



a) Celdas de lluvia



b) Tormenta formada por superposición de celdas

Figura 1 Modelo de Pulsos Rectangulares de Neymann-Scott

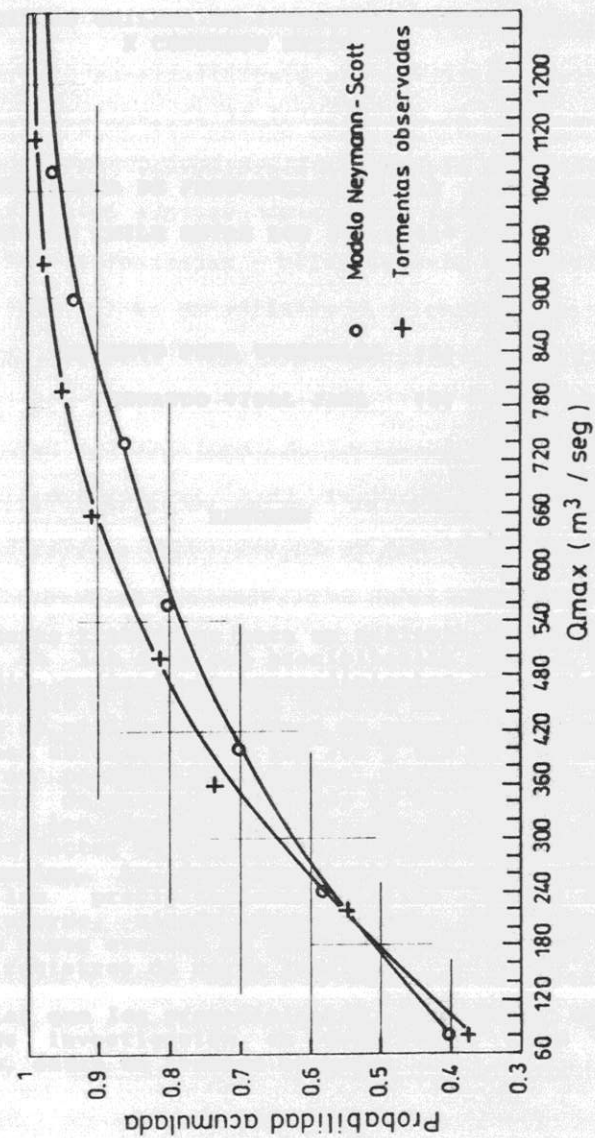


Figura 2 Crecidas en Río Claro en San Carlos