

- Galleguillos G, Zuñiga J., Bertolotto C. y Silva P. (1987). "Explotación de Aguas Subterráneas Mediante Control Optimo". VIII Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica.

- Willis R. (1981). "A Unified Approach to Regional Groundwater Management" Humboldt State University.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus agradecimientos al Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico que financió esta investigación a través del proyecto 1225/88.

APLICACION DE UN MODELO DE OPTIMIZACION-SIMULACION

IMPLICITA A LA CUENCA DE SANTIAGO

GUILLERMO CABRERA F. (1)
MARCELO MATTHEY C. (1)
ALBERTO MARINGER D. (2)

RESUMEN

La aplicación de un modelo de manejo óptimo al acuífero de la Cuenca de Santiago, el más explotado del país, es de gran importancia. Para ello se presenta una metodología que incorpora a la optimización una subrutina de simulación, sin necesidad de plantear explícitamente las ecuaciones de respuesta como restricciones del problema. Esto permite un ahorro considerable de memoria con respecto a los métodos de planteamiento explícito.

Se resuelve un problema cuya función objetivo es minimizar el costo actualizado de la explotación de aguas subterráneas, sujeto a las diferentes demandas y tasas máximas de bombeo, considerando un horizonte de planeamiento de dos años que incluye condiciones de sequía.

-
- (1) Ingeniero Civil e Investigador, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
 - (2) Ayudante de Investigación, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile

1. INTRODUCCION

La optimización de sistemas lineales de gran tamaño y varios períodos de planeamiento ya ha sido abordada, planteando explícitamente las ecuaciones de respuesta como restricciones de igualdad. Por ejemplo Willis (1981) resolvió un problema en la cuenca Yim Lin, de Taiwán, discretizando el sistema en 78 elementos cuadriláteros de 4 x 4 km², con 101 nudos, para 3 períodos de planeamiento de dos meses cada uno. Galleguillos et al (1987) presentaron una aplicación a la cuenca Chacabuco-Polpaico, que posee una superficie total de 616 km², en la que consideran 30 pozos y 6 períodos de planeamiento, de un mes cada uno. En estos trabajos, sin embargo, el número de variables de decisión o de estado, es bajo, lo que limita su aplicabilidad en caso de querer usarlo en sistemas de gran extensión como el de la cuenca de Santiago.

El acuífero de Santiago es un sistema no confinado con espesores promedio de más de 150 m, llegando en algunos casos a 400 m. Considerando estos grandes espesores y por simplicidad, se ha supuesto que su comportamiento es lineal.

El método de optimización-simulación implícita (OSI), cuyo planteamiento y validación teórica se presenta en Cabrera et al (1991), resulta de gran aplicabilidad al sistema de aguas subterráneas de la Cuenca de Santiago, por sus bajos requerimientos de memoria. En este problema se consideran 12 períodos de planeamiento y cerca de 700 pozos, que en la actualidad bombean un total de 3.6 m³/s como promedio anual. Estos son asignados a 288 nudos de una malla de 1358 elementos triangulares y 812 nudos.

(1) Propuesto oralmente por Robert Willis a los autores de este trabajo.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Dado el nivel estático de la napa existente a fines de Abril de 1986 y suponiendo que a partir de ese momento se produjeron las condiciones hidrológicas de los años 66-67 y 67-68 (67-68: año seco), interesa determinar las tasas óptimas de bombeo en la Cuenca de Santiago a lo largo de 12 períodos de 2 meses, que minimizan el costo actualizado de la explotación, dadas las diferentes demandas de aguas subterráneas para fines industriales (I), de agua potable (AP) o de riego (R), y considerando las tasas máximas de bombeo en cada pozo.

Matemáticamente, éste es un problema con función objetivo no lineal sujeto a restricciones lineales, que se puede resumir como sigue:

$$\text{Min } F = (\bar{h}(\bar{Q}), \bar{Q}) \quad (1.1)$$

s.a.

$$\sum_{i \in jk} Q_{ijk}^M = D_{jk}^M \quad (1.2)$$

$$0 \leq \bar{Q} \leq \bar{Q}_{\text{MAX}} \quad (1.3)$$

donde \bar{h} = vector de niveles dinámicos de la napa; \bar{Q} = vector de tasas de bombeo; D_{jk}^M = demanda de aguas subterráneas de uso k en el sector j, durante el período M (k = 1, 2 o 3 según uso I, AP o R, respectivamente); \bar{Q}_{MAX} = vector de tasas máximas de bombeo.

Para resolver este problema se procede primeramente a determinar las recargas R a la napa, y la demanda de aguas subterráneas para riego D_r , mediante un modelo de simulación hidrológico (Baechler, 1991). Para esto se divide la cuenca en 17 sectores hidrológicamente homogéneos, cada uno con 3 tipos de pozos según sea su caso (I, AP o R). Para los pozos tipo I y AP, la

demanda se considera independiente de la situación hidrológica, e igual a la suma de los caudales actualmente bombeados (Parra, 1990). En el caso del riego, sin embargo, la demanda es función de la recarga, la que a su vez depende de las tasas de bombeo, de las condiciones hidrológicas y del estado del suelo. Si se considera que $Q_r = D_r$, para obtener R y D_r se debe resolver un problema iterativo en el modelo hidrológico.

Con las recargas determinadas se procede luego a generar los niveles de la napa h_0 al término de cada uno de los períodos de planeamiento, mediante un modelo de simulación hidrogeológico previamente calibrado y validado (Parra, 1990), en el cual se discretiza el sistema en una malla de 1358 elementos triangulares, con 812 nudos. Para ello se supone una política inicial de bombeo Q_0 .

El paso siguiente consiste en determinar el conjunto de vectores $(\delta h/\delta Q)$ para cada pozo del sistema. Se considera en torno a cada uno de ellos un subsistema de radio 2 km, fuera del cual se asume $\delta h/\delta Q = 0$. Análogamente se considera que un bombeo Q producido en un período j, afecta sólo a los niveles de los períodos j, j+1 y j+2; desde j+3 en adelante $\delta h/\delta Q = 0$.

Con la información generada por el modelo de simulación hidrogeológica y con los vectores $\delta h/\delta Q$, es posible determinar fácilmente los niveles h_1 para cualquier bombeo Q_1 , mediante la relación:

$$\bar{h}_1 = \bar{h}_0 + \frac{\delta \bar{h}_1}{\delta \bar{Q}_1} \cdot (\bar{Q}_1 - \bar{Q}_0) \quad (2)$$

En seguida, se procede a estructurar la expresión matemática de la función objetivo, igual al costo actualizado de la explotación de la napa.

Se considera que para una eficiencia $n = 0.675$, la energía total ocupada para bombear M m³ de agua, a una altura de elevación H(m), está dada por:

$$E = 0.004 \cdot M \cdot H \quad (\text{KW h}) \quad (3)$$

Por lo tanto, si desde un pozo se extrae un caudal Q(m³/s) a lo largo de 2 meses, la energía total ocupada es:

$$E = 20736 \cdot QH \quad (\text{KW h}) \quad (4)$$

En consecuencia, el costo actualizado de la energía, está dado por:

$$F = \sum_{M=1}^{NT} \sum_{i=1}^{NQ} 20736 \cdot Q_i^M \cdot (CT_i - h_i^M) \frac{t_i}{(1+r)} \quad (5)$$

donde:

NT = N° de períodos de planeamiento bimensuales (NT=12)

NQ = N° de pozos (NQ = 288)

Q_i^M = tasa de bombeo en el pozo i durante el período M (m³/s)

CT_i = cota de terreno del pozo i (m.s.n.m.)

h_i^M = nivel dinámico en el pozo i al final del período M (m.s.n.m.)

t_i = tarifa del KW h en el pozo i (\$/KWh) (según CHILECTRA, Abril 91)

siendo $t_i = 34.75$ para agua potable y riego

18.64 para pozos industriales

r = tasa de descuento bimensual (r=0.019 ya que se supuso una tasa anual igual al 12%, y por lo tanto $(1+r)^6 = (1+0.12)$).

El procedimiento global para resolver el problema de manejo óptimo (1), incluidas la modelación hidrológica e hidrogeológica, se presenta en el diagrama de bloques de la Figura 1, y fue implementado en el computador IBM 4361, modelo M05, del Centro de Computación de la Universidad de Chile.

Para el problema de programación no lineal se empleó el paquete MINOS, versión 4.0, 1980.

3. ASPECTOS COMPUTACIONALES

3.1 Solución de las ecuaciones de respuesta

Como es sabido, al resolver la ecuación:

$$A \bar{h} = \bar{b} \quad (6)$$

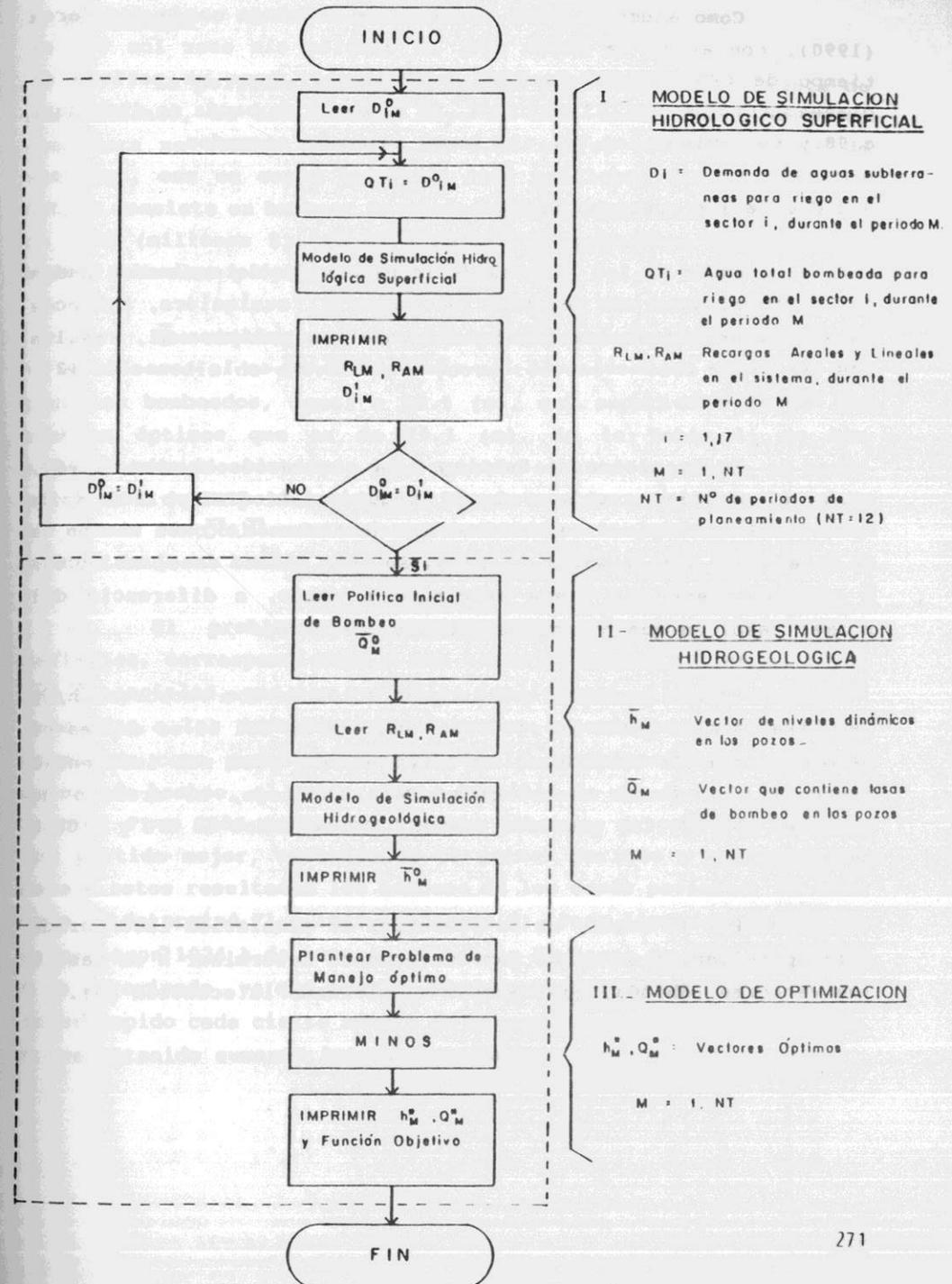
en la simulación hidrogeológica, el tiempo y memoria computacional requeridos son menores cuando el ancho de banda b de la matriz A es menor. Sin embargo, la eficiencia para determinar h en (6) puede mejorarse aún más.

Considérese el método de eliminación de Gauss. Asociando a cada nudo i , su propio ancho de banda b_i y luego definiendo:

$$V_i = \text{Max} (b_1, b_2, \dots, b_i) \quad (7)$$

al resolver (6), las operaciones elementales de cada fila i , se pueden hacer desde la columna 1 hasta la V_i , en vez de hacerla a lo largo de todo el ancho de banda b . Es deseable, por lo tanto, que las zonas de la malla de elementos finitos, que impliquen b_i mayores, estén lo más cerca de los nudos con número de orden superior.

Fig. 1 PROBLEMA GLOBAL DE MANEJO OPTIMO, DIAGRAMA DE BLOQUES



Como ejemplo, para la malla de Santiago usada por Parra (1990), con ancho de banda 114, al simular sin usar los Vi, el tiempo de CPU (Unidad Central de Proceso), para un período de planeamiento, es de 163 segundos. Si el ancho de banda se disminuye a 98 y se emplean los Vi, el tiempo es de 77 segundos.

3.2 Uso de los vectores $\delta h/\delta Q$

- Si se dispone de los niveles de la napa \bar{h}_0 en determinados nudos del sistema, para una política de bombeo \bar{Q}_0 , cualquiera, entonces la determinación de los niveles \bar{h}_1 para una política \bar{Q}_1 , resulta más eficiente obtenerla vía los vectores $\delta \bar{h}/\delta \bar{Q}$ en la ecuación (2), que resolviendo (6).

En la cuenca de Santiago, la simulación basada en (6), para un período, requiere de 77 segundos de CPU y 1400 K de memoria. En cambio, si se utilizan los vectores $\delta \bar{h}/\delta \bar{Q}$, el tiempo es de 2 segundos y la memoria de 300 k. En este último caso, el vector \bar{h} sólo contiene los nudos asociados a pozos, a diferencia del primer caso, en que \bar{h} considera todos los nudos.

Podría pensarse que la generación de los vectores $\delta \bar{h}/\delta \bar{Q}$ requiere un alto gasto de recursos, pero no es así si se emplea el método simple de considerar en torno a cada pozo una influencia espacial y temporal restringida. Para Santiago, el archivo de vectores ($\delta \bar{h}/\delta \bar{Q}$) fue generado usando 1550 segundos de CPU y 1100 k de memoria.

Por lo tanto, en la subrutina de simulación incorporada a la optimización es mucho más conveniente determinar \bar{h} en base a los vectores ($\delta \bar{h}/\delta \bar{Q}$), que hacerlo resolviendo la ecuación (6).

4. RESULTADOS

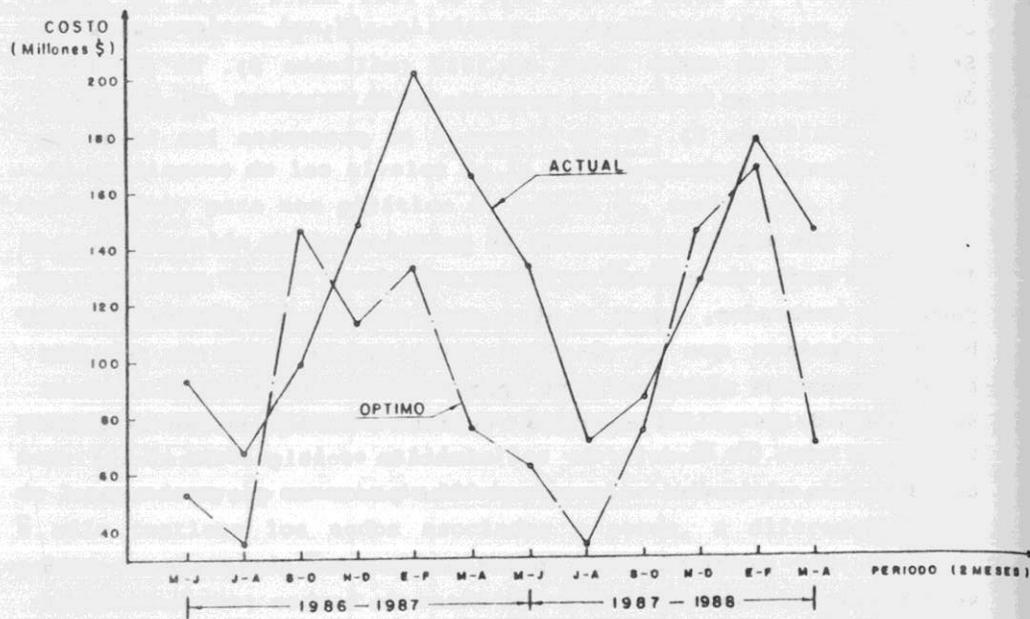
La política actual de bombeo para todo el horizonte de planeamiento, es decir desde mayo de 1986 hasta abril de 1988, considera un bombeo promedio de 3.58 (m³/s) para la cuenca de Santiago, con un costo total de 1516 (millones \$). La política óptima consiste en bombear un promedio de 6.19 (m³/s), con un costo de 1102 (millones \$). En la Figura 2 se presentan las tasas de bombeo actuales y óptimas.

Los mayores costos de la política actual se reflejan en la altura media de elevación H (cota terreno - cota napa) de los caudales bombeados, igual a 58.1 (m), muy superior a la de los bombeos óptimos que es de 25.1 (m). En la Tabla 1, se han seleccionado dos sectores, y se aprecia sistemáticamente, el menor valor de H de la política óptima respecto a la actual. En la Tabla 2, se ve cómo el modelo de optimización consigue disminuir H, concentrando el bombeo sólo en aquellos pozos en que H es menor.

El problema de optimización resuelto tiene 3456 variables, correspondientes a las tasas de bombeo (no se incluyen las potenciales, que son variables implícitas), 612 restricciones asociadas a las demandas y 3456 bordes superiores para Q. Si se considera como punto de partida de la optimización la política actual de bombeo, el primer punto factible da una función objetivo inicial F1 = 1907 (millones \$). Sin embargo, se prefirió obtener una partida mejor, optimizando el primer período y generando en base a estos resultados los bombeos de los demás períodos. En este caso se determinó F1 = 1843 (millones \$). Para llegar al óptimo se necesitaron 1024 k de memoria virtual y 51 horas de CPU. El tiempo t es aproximado, ya que como el proceso global de optimización fue interrumpido cada cierto número de iteraciones para ver su avance, t fue obtenido sumando los tiempos de los subproblemas.

Figura 2

COSTO ACTUALIZADO
POLITICAS ACTUAL Y OPTIMA



CAUDAL BOMBEADO
POLITICAS ACTUAL Y OPTIMA

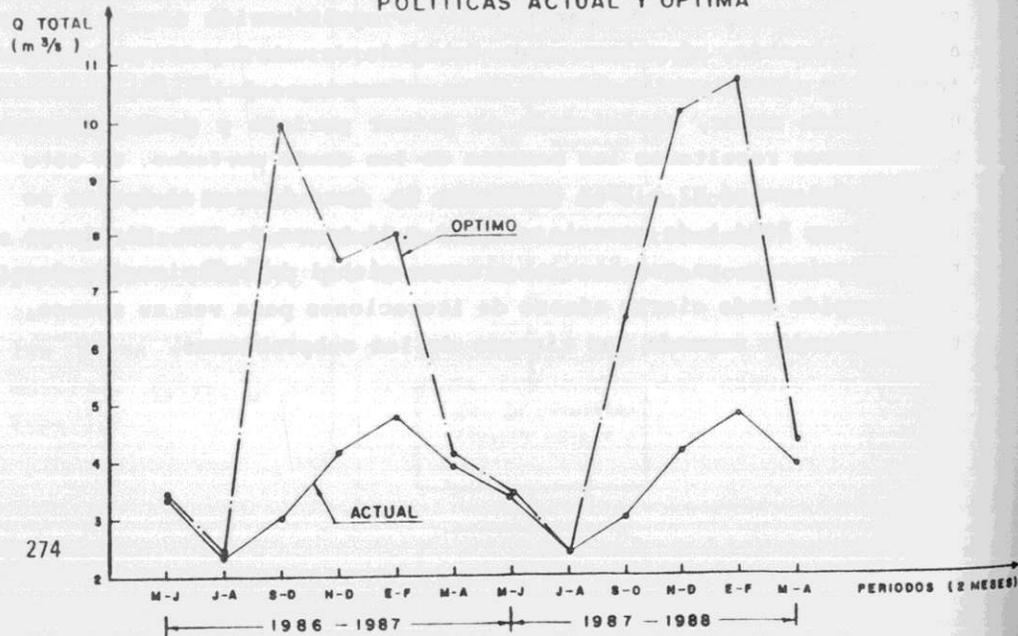


TABLA 1

COMPARACION ENTRE LAS POLITICAS ACTUALES DE BOMBEO Y
LAS POLITICAS OPTIMAS, PARA SECTORES 4 Y 11

SEC	USO	PER	DEMAN (l/s)	Q.AC. (l/s)	Q.OP. (l/s)	H.AC. (l/s)	H.OP. (m)	COST.QAC. (MILL.\$)	COST.QOP. (MILL.\$)
4	1	2	108.0	108.0	108.0	30.81	9.40	1.239	0.378
		4	108.0	108.0	108.0	29.35	9.80	1.136	0.380
		11	108.0	108.0	108.0	26.34	9.07	0.894	0.308
2	2	2	133.0	132.0	133.0	32.03	15.37	2.955	1.418
		4	280.0	279.0	280.0	32.92	24.24	6.152	4.537
		11	354.0	353.0	354.0	33.56	25.62	6.956	5.312
11	1	2	66.4	66.4	66.4	28.62	12.07	0.707	0.298
		4	66.4	66.4	66.4	28.11	13.13	0.669	0.312
		11	66.4	66.4	66.4	25.39	11.40	0.530	0.238
2	2	2	43.8	43.8	43.8	19.60	13.04	0.596	0.396
		4	217.0	217.2	217.0	22.02	16.09	3.198	2.333
		11	282.0	281.6	282.0	24.78	16.52	4.088	2.728
3	2	2	19.4	0.0	12.0	0.0	20.17	0.0	0.168
		4	88.9	0.0	12.0	0.0	21.23	0.0	0.170
		11	1123.8	0.0	24.0	0.0	20.16	0.0	0.284

TABLA 2

POLITICAS OPTIMAS DE BOMBEO PARA SECTORES 4 Y 11, PARA
POZOS DE AGUA POTABLE

SEC	NUD.	Q. MAX (l/s)	H (m)	Q. (l/s)	H (m)	Q. (l/s)	H. (m)	Q. (l/s)	
4	432	50.0	53.99	0.0	53.25	0.0	51.85	0.0	
	476	15.0	6.34	15.0	8.11	15.0	8.16	15.0	
	488	45.0	44.42	0.0	42.97	0.0	37.96	0.0	
	490	27.0	38.73	0.0	34.91	0.0	29.20	27.0	
	511	67.7	31.63	0.0	32.18	67.7	32.30	67.7	
	516	11.5	14.42	11.5	15.38	11.5	15.53	11.5	
	517	11.0	2.25	11.0	0.41	11.0	0.41	11.0	
	525	36.5	0.54	36.5	0.61	36.5	0.61	36.5	
	531	45.1	32.11	0.0	32.65	25.8	32.80	22.0	
	532	277.1	29.46	59.0	30.59	112.5	30.72	101.1	
	533	141.1	30.42	0.0	30.47	0.0	31.16	62.3	
	544	44.0	55.42	0.0	54.07	0.0	50.52	0.0	
	11	667	123.5	50.64	0.0	48.71	0.0	44.71	0.0
		668	19.7	50.63	0.0	48.83	0.0	44.85	0.0
		676	42.7	16.49	0.0	16.51	0.0	18.41	13.1
678		51.9	18.11	0.0	19.25	12.5	17.51	18.5	
684		147.0	18.60	0.0	20.10	22.7	18.99	20.7	
685		64.5	17.50	0.4	18.40	8.4	19.00	6.7	
687		22.0	17.57	1.8	18.59	10.4	18.59	9.0	
743		148.0	27.57	0.0	26.62	0.0	23.94	0.0	
745		35.0	20.22	0.0	19.28	0.0	19.31	12.2	
752		239.0	12.76	31.9	14.95	133.1	15.81	163.0	
755		526.0	12.90	9.7	15.28	29.9	15.25	38.8	

USO: 1 = INDUSTRIAL, 2 = AGUA POTABLE, 3 = RIEGO
 PER = PERIODO H = COTA TERRENO-COTA NAPA
 COST = COSTO ACTUALIZADO

En un estudio últimamente realizado se determinó que un excelente punto de partida se puede obtener optimizando el primer período y suponiendo que el bombeo en los períodos siguientes varía proporcionalmente con la demanda. La función objetivo así generada resultó ser $F1 = 1123$ (millones \$), muy cercana a la óptima.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- El método de optimización - simulación implícita representa un procedimiento muy útil para resolver problemas de manejo óptimo de gran escala.

- Mediante este método los requerimientos de memoria son pequeños en comparación con técnicas alternativas, en las que se deben plantear explícitamente las ecuaciones de respuesta del sistema acuífero. El tiempo computacional, sin embargo, es elevado, y por lo tanto se considera de gran importancia la elección de un buen punto de partida para la optimización. Para ello, se puede resolver primero un subproblema que incluya pocos períodos de planeamiento, y sobre la base de esta solución, generar las tasas de bombeo restantes, mediante algún criterio, como por ejemplo, suponer que el bombeo varía proporcionalmente con la demanda.

- Para minimizar el tiempo de CPU del problema de optimización, la simulación basada en los vectores $(\delta h / \delta Q)$ resulta de gran utilidad y simplicidad.

- La solución del problema de manejo óptimo para la cuenca de Santiago, señala que si a partir de abril de 1986 se dieran las condiciones de los años 66-67 y 67-68, la política óptima permitiría bombear un promedio anual de 6.19 (m³/s) con un costo total de 1102 (millones \$) para dos años de planeamiento, en circunstancias que con la política actual, un bombeo de 3.58 (m³/s) implicaría un costo de 1516 (millones \$).

6. BIBLIOGRAFIA

- Baechler, J. (1991) "Modelación Conjunta de los Sistemas de Aguas Superficial y Subterránea en la Cuenca de Santiago". Universidad de Chile.

- Busch, R. (1988). "Modelo de Optimización de Multiobjetivos para el Aprovechamiento Racional de Recursos de Agua y Suelo en una Cuenca Agrícola". Universidad de Chile.

- Cabrera G., Maringer A. y Matthey M. (1991) "Dos modelos de Manejo Óptimo para Sistemas de Aguas Subterráneas de Gran Tamaño. Aplicación Teórica". X Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica.

- Galleguillos G., Zuñiga J., Bertolotto C. y Silva P. (1987). "Explotación de Aguas Subterráneas Mediante Control Óptimo". VIII Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica.

- Matthey M. y Cabrera G. (1987). "Modelos de Optimización para Sistemas de Aguas Subterráneas". Universidad de Chile.

- Parra H. (1990) "Modelo de Simulación Hidrogeológica Aplicada a la Cuenca de Santiago". Universidad de Chile.

- Willis R. (1981) "A Unified Approach to Regional Groundwater Management". Humboldt State University.

7. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus agradecimientos al Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico que financió esta investigación a través del proyecto 1225/88.