

## 4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ALFARO, M. (1979). "Etude de robustesse des simulation des fonctions aleatoires. These de Docteur Ingenieur. Ecole de Mines de Paris.
2. JOURNEL, A.G. y CH. J. HUIJBREGTS (1978). "Mining geostatistics". Academic Press, New-York.
3. MATHERON, G. (1965). "Les variables regionalisees et leur estimation". Ed. Masson. Paris.
4. MATHERON, G. (1970). "La theorie des variables regionalisees et ses applications". Centre de morphologie mathematique de Fontainebleau. Fac. Nº5.
5. MUÑOZ-PARDO, J.F. (1987). "Approche geostatistique de la variabilite spatiale des milieux geophysiques. Application a l'echantillonnage de phenomenes bidimensionnels par simulation d'une fonction aleatoire". These de Docteur-Ingenieur, Université de Grenoble, Francia.
6. RUSSO, D. y E. BRESLER, (1982). "Soil hydraulic properties as stochastic processes II: Errors of estimates in a heterogeneous field. Soil. Sci. Soc. Am. J. 46: 20-26.
7. WARRICK, A.W. y D.R. NIELSEN, (1980). "Spatial variability of soil physical properties in the field". Dans applications of Soil Physics. D. Hillel, Academic Press.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA  
VIII CONGRESO NACIONAL

APLICACION DE LA GEOESTADISTICA EN EL ANALISIS DE LA  
VARIABILIDAD ESPACIAL DE LA CONDUCTIVIDAD HIDRAULICA SATURADA

JOSE FCO. MUÑOZ PARDO (1)

MICHEL VAUCLIN (2)

RESUMEN

La variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada en una zona a drenar es analizada a partir de un muestreo de 77 observaciones sobre una parcela de 3 há.

Se presentan las expresiones que permiten calcular las varianzas de fluctuación y de estimación del valor medio en términos de funciones auxiliares.

Se muestra el interés del análisis geoestadístico que permite estimar la precisión de la estimación del valor medio de esta propiedad considerando la dependencia espacial de las observaciones.

(1) Ingeniero Civil. Dr. Ing. Profesor de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

(2) Directeur de Recherche, CNRS, Institut de Mecanique de Grenoble, Francia.

## 1. INTRODUCCION

Los objetivos de un plan de muestreo de una variable regionalizada se pueden resumir de la siguiente manera: a partir de NP valores experimentales ( $z(x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, NP$ ) medidos sobre una superficie S se desea estimar un valor medio (en una zona o puntualmente) de la propiedad y conocer además la precisión del estimador. Una medida de la calidad del estimador está dada por el conocimiento de su valor esperado y de la varianza del error de estimación (Muñoz, 1987).

En este trabajo se presentan expresiones que permiten obtener los valores de las varianzas de fluctuación y de estimación para el valor medio de una propiedad. Todos los cálculos son hechos suponiendo una función aleatoria estacionaria de segundo orden y de ley espacial normal.

Se presenta además un análisis de una experiencia de terreno concebida para estudiar la conductividad hidráulica saturada de un suelo en una zona con el objeto de diseñar un sistema de drenaje.

## 2. CONDUCTIVIDAD HIDRAULICA SATURADA

### 2.1. Antecedentes experimentales

Un estudio experimental de la conductividad hidráulica saturada se realizó en el sector de referencia de Courmemin (Francia) con el objeto de diseñar un sistema de drenaje de esta región. La experimentación ha sido realizada en una superficie de muestreo de  $S = 3,08$  há (rectangular de  $L_S = 140$  m x  $l_S = 820$  m) supuesta representativa del sector de manera de estudiar la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada.

La conductividad hidráulica se midió en 77 nodos de una malla rectangular de 20 m de lado (Figura 1), por el método de Auger-Hole. La profundidad del estrato impermeable es de 70 cm y el nivel de la napa con respecto al suelo es prácticamente constante.

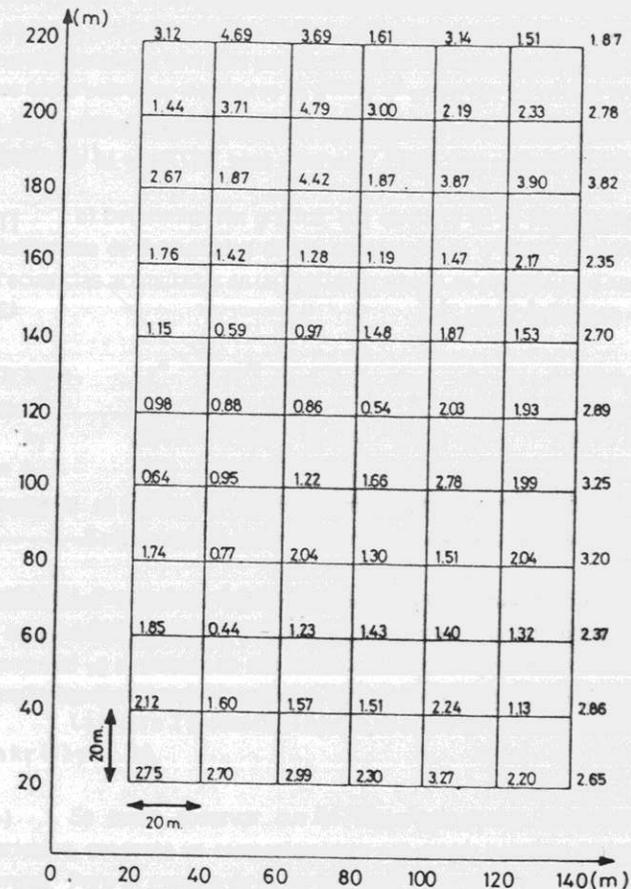


Figura 1.- Esquema de muestreo de la conductividad hidráulica saturada (m/día) (González, 1985).

## 2.2. Análisis estadístico clásico

Se consideraron tres tipos de variables para este análisis de manera de elegir aquella que presente un comportamiento que se ajuste mejor a una ley de distribución normal. Las variables estudiadas son las siguientes:

$k_T$  = conductividad hidráulica saturada (m/día)

$\ln k_T$  = logaritmo de  $k_T$

$\alpha_T$  = factor de escala

Por definición el factor de escala de la conductividad hidráulica saturada se puede calcular (Nielsen y asoc. 1973, Warrick y asoc. 1977) por la expresión:

$$\alpha_{Ti}^2 = k_{Ti}/k_T^* \quad (1)$$

$$\text{donde } k_T^* = (1/NP^2) \left[ \sum_i^{NP} \sqrt{k_{Ti}} \right]^2 \quad (2)$$

$$\text{y } (1/NP) \sum_i^{NP} \alpha_{Ti} = 1 \quad (3)$$

El valor  $k_T^*$  se denomina el valor medio de escala de la propiedad (conductividad hidráulica saturada en este caso) sobre la superficie S.

La Tabla Nº1 entrega para las diferentes variables analizadas los parámetros estadísticos clásicos: valor medio  $z^*$ , varianza experimental  $\sigma^{2*}$ , coeficiente de variación CV y también el coeficiente de asimetría  $g_1$  (skewness) y el coeficiente de Kurtosis  $g_2$  (aplanamiento) calculados como (Shedecor y Cochran, 1980):

$$g_1 = (1/NP) \sum_i^{NP} [z^* - z(x_i)]^3 / (\sigma^{2*})^{1.5} \quad (4)$$

$$g_2 = (1/NP) \sum_i^{NP} [z^* - z(x_i)]^4 / (\sigma^{2*})^2 \quad (5)$$

Para determinar la naturaleza de la ley de distribución se utilizaron dos métodos:

a) Tests estadísticos que consisten en verificar que una muestra de NP observaciones proviene o no de una variable aleatoria de distribución conocida. Los tests utilizados fueron el test  $\chi^2$  que compara los histogramas de frecuencia experimental y teóricos para k clases de frecuencias elegidas arbitrariamente y los tests sobre los momentos de 3<sup>er</sup> y 4<sup>o</sup> orden que consisten en determinar si  $g_1$  y  $g_2-3$  son significativamente diferentes de 0, a un nivel de probabilidad  $\alpha_p$  (Tabla Nº1).

b) Determinación gráfica, que consiste en el examen de la asimetría del histograma de frecuencias de las observaciones o en el examen del diagrama de frecuencias acumuladas en un gráfico graduado en probabilidad normal.

Variable	$z^*$	$\sigma^{2*}$	C.V.	$g_1$	$\alpha_p$	$g_2$	$\alpha_p$	$\alpha_p(\chi^2)$
$k_T$	2.0955	0.993	0.476	0.708	0.6	3.17	3.8	1.8
$\ln k_T$	0.62	0.264	0.829	-0.497	3.6	3.21	3.5	51.6
$\alpha_T$	1.00	0.0598	0.245	0.153	2.9	2.58	3.1	95.8

Tabla Nº1. Parámetros estadísticos de la función distribución de la conductividad hidráulica saturada.

La Figura 2 presenta el ajuste en papel de probabilidades de las variables  $\ln k_T$  (1) y  $\alpha_T$  (b).

Se puede observar que el factor de escala, en relación a las otras variables, presenta un comportamiento con mejor ajuste a la ley de distribución normal. Para el estudio de la variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada se utilizará entonces esta variable.

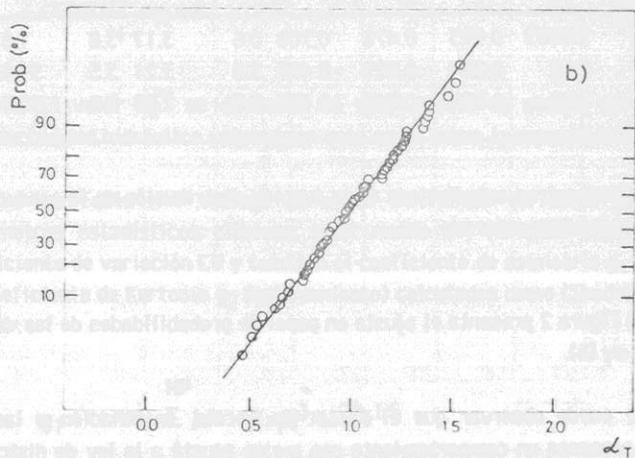
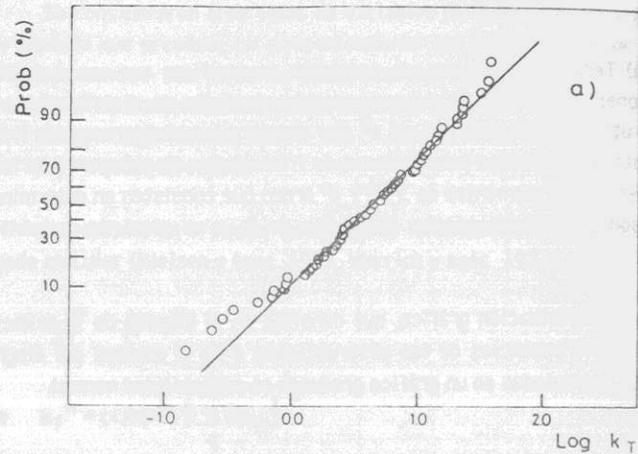


Figura 2. Ajuste gráfico a una distribución normal de las variables a)  $\ln k_T$  y b)  $\alpha_T$

### 2.3. Análisis geoestadístico del factor de escala

El variograma medio del factor de escala, ha sido calculado considerando los promedios de todas las direcciones ( $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  y  $135^\circ$ ) y utilizando solamente distancias de cálculo iguales (múltiplos de 20 m). En la Figura 3 se presenta el variograma experimental y el modelo ajustado (tipo esférico) normalizados por la varianza experimental.

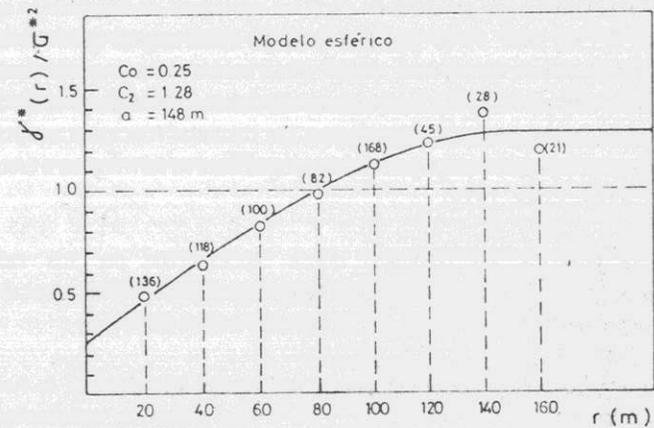


Figura 3.- Variograma medio de  $\alpha_T$  normalizado por la varianza experimental. Entre paréntesis el número de parejas utilizado en el cálculo de cada punto.

El análisis de estos resultados sugiere los siguientes comentarios.

-El variograma presenta una meseta ( $C_2$ ) superior a 1 que se logra a partir de los 148 m (alcance  $a$ ). Este hecho, pone de manifiesto la existencia de una varianza finita en el fenómeno.

-El efecto pepita ( $C_0$ ) bastante elevado indica que existe una fuerte variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada a una escala inferior al paso de muestreo (20 m) que no puede ser detectada.

-La relación  $L_S/a$  varía entre 1,4 y 2,35 lo que indica que la varianza de fluctuación del valor medio será importante y además que la varianza experimental será un estimador sesgado, de la varianza teórica del fenómeno (Muñoz y Vauclin 1987).

### 3. CALCULO DE LAS VARIANZAS

Las expresiones que se obtienen para las varianzas de fluctuación  $\sigma_F^2$  y de estimación  $\sigma_E^2$  del valor medio (Muñoz y Vauclin, 1987) quedan en términos de la cantidad  $\gamma$  denominada variograma medio. Esta cantidad es muy utilizada en todos los cálculos de geoestadística y se ha resuelto para ciertos tipos de modelos de variograma en forma analítica obteniéndose las llamadas funciones auxiliares, las que se encuentran ampliamente graficadas y tabuladas en la literatura (Journel y Huigbregts, 1978, Clark, 1979).

En la práctica, un fenómeno queda representado por los valores experimentales  $z^*$ ,  $\sigma^{2*}$  y por un modelo teórico del variograma ajustado al variograma experimental.

La varianza de fluctuación se puede expresar en términos de la función auxiliar  $F(L/a, l/a)$  por

$$\sigma_F^2 = C_1 \sigma^{2*} [F(L_D/a, l_D/a) - F(L_S/a, l_S/a)] \quad (6)$$

donde  $C_1 = C_2 - C_0$  con  $C_2$  la meseta del variograma,  $C_0$  el efecto pepita y  $l_D$ ,  $l_S$  y  $l_S$  las dimensiones de las superficies D y S consideradas rectangulares (D dominio total y S superficie de muestreo).

Por otro lado la varianza de estimación del valor medio calculado a partir de una malla rectangular de NP puntos de observación se puede estimar como

$$\sigma_E^2 = (1/NP) \sigma_{ES}^2 \quad (7)$$

donde  $\sigma_{ES}^2$  representa la varianza de estimación del valor medio de una propiedad sobre una superficie  $s = L_S l_S$ , a partir de una observación central. Este valor así calculado supone que los errores  $R_S = [Z_{S_i} - Z(x_i)]$  son independientes entre ellos

$Z_{S_i}$  representa el valor medio del fenómeno en la superficie  $s_i$  y  $Z(x_i)$  el valor puntual en el centro de  $s_i$ .

Se puede demostrar que (Journel y Huigbregts, 1978):

$$\sigma_{ES}^2 = 2\bar{\gamma}(0,s) - \bar{\gamma}(s,s) - \bar{\gamma}(0,0) \quad (8)$$

con  $\bar{\gamma}(0,s) = H(L_S/2a, l_S/2a)$

$\bar{\gamma}(s,s) = F(L_S/a, l_S/a)$

y  $\bar{\gamma}(0,0) = 0$

donde  $H(L_S/a, l_S/a)$  es otra función auxiliar.

Luego, la expresión general que resulta para  $\sigma_E^2$  es:

$$\sigma_E^2 = (1/NP) \sigma^{2*} [C_0 + C_1 [2H(L_S/2a, l_S/a) - F(L_S/a, l_S/a)]] \quad (9)$$

### 4. APLICACION AL CALCULO DE LA SEPARACION DE DRENES EN REGIMEN PERMANENTE.

La fórmula clásica de la separación D de drenes paralelos en régimen permanente, establece que:

$$D = \sqrt{4h_0^2 k_T / I} \quad (10)$$

donde  $h_0$  es la altura de la napa sobre un estrato impermeable, I es la lluvia eficaz y  $k_T$  representa la conductividad hidráulica saturada en la zona a drenar.

La variable  $k_T$  puede considerarse como una variable regionalizada lo que implica que la separación D puede también ser considerada como una variable aleatoria regionalizada ( $h_0$  e I se mantienen constantes en todo el dominio). Por otro lado si se utiliza el factor de escala, la separación D entre dos drenes paralelos puede expresarse como:

$$D = \sqrt{4h_0^2 k_T^* / I} E(\alpha_T) \quad (11)$$

y D aparece entonces como una variable aleatoria estructurada cuyo valor esperado es:

$$\bar{D} = E(D) = \sqrt{4h_0^2 k_T^*/l} E(\alpha_T) \quad (12)$$

y su varianza es:

$$\sigma_D^2 = \text{VAR}(D) = (4h_0^2 k_T^*/l) \text{VAR}(\alpha_T) \quad (13)$$

La varianza del factor de escala  $\text{VAR}(\alpha_T)$  se puede estimar de dos maneras al considerar o no la estructura espacial de las observaciones. Si no se considera la estructura espacial el único estimador disponible será la varianza experimental  $\sigma^{2*}$ . Si se considera la estructura espacial la varianza del factor de escala se calcula entonces en términos de las varianzas de fluctuación y de estimación.

En este último caso la varianza del error total se puede expresar como el cuadrado de la suma de las dos desviaciones típicas respectivas (Muñoz y Vauclin, 1987) lo que da un intervalo de confianza para dicho error igual a:

$$t_{1-\alpha_p/2}(\sigma_F + \sigma_E) < R_T < t_{1-\alpha_p/2}(\sigma_F + \sigma_E) \quad (14)$$

El cálculo de la varianza de fluctuación (Ec.6) se efectuó en este caso considerando que D es muy grande luego  $F(L_D/a, l_D/a) \rightarrow 1$ . Por otro lado, dado que el plan de muestreo efectuado es regular, la varianza de estimación  $\sigma_E^2$  se determinó considerando que los errores elementales son independientes (Ec. 9). Todos los cálculos se realizaron para la variable aleatoria  $\alpha_T$  considerando que  $h_0 = 0,6$  m e  $l = 18 \times 10^{-3}$  m/día. Los resultados obtenidos para las varianzas de fluctuación y de estimación en la estimación de la separación entre drenes, fueron los siguientes:

$$\sigma_F^2 = 4,92 \text{ m}^2$$

$$\sigma_E^2 = 0,036 \text{ m}^2$$

lo que da una varianza del error total  $\sigma_T^2 = 5,8 \text{ m}^2$ .

El valor medio  $\bar{D} = 12,58$  m resulta entonces con un intervalo de confianza para  $\alpha_p = 95\%$  de IC = 4,7 m.

Al ignorar la estructura espacial de la conductividad hidráulica se obtiene un intervalo de confianza para  $\alpha_p = 95\%$  igual a IC = 0,692.

Luego la incertidumbre en el diseño es mucho mayor en el caso en que se considera la estructura espacial, lo que pone de manifiesto la pequeñez de la dimensión de la superficie de muestreo. Un número de puntos inferior pero distribuidos en una superficie de muestreo más grande hubiera dado un estimador del valor medio más preciso.

## 5. CONCLUSION

La utilización de los conceptos de varianza de fluctuación y de estimación en el análisis de los resultados de una experiencia de medida de la conductividad hidráulica saturada ha confirmado la importancia de la dimensión de la superficie de muestreo.

Se ha podido comprobar que para estimar un valor medio regional se dispone de demasiados puntos de medida ( $\sigma_E^2 = 0,036 \text{ m}^2$ ) mientras que para estimar el valor medio en todo el dominio D la superficie resulta muy pequeña ( $\sigma_F^2 = 4,92 \text{ m}^2$ ).

Se ha mostrado también que en el caso de superficie de muestreo con una relación  $L_S/a$  pequeña la varianza experimental es un sub-estimador de la varianza del fenómeno. Este hecho se traduce por un variograma experimental que presenta una meseta superior a la varianza experimental.

## 6. REFERENCIAS

1. GONZALEZ, A (1985) Variabilité spatiale de la conductivité hydraulique saturée horizontale mesurée au champ. These Docteur-Ingenieur, Université de Rennes.
2. JOURNAL, A.G, ET CH. J. HUIJBREGTS, (1978) Mining geostatistics. Academic Press, New-York.

3. MUÑOZ-PARDO, J.F., (1987) Approche geoestatistique de la variabilité spatiale des milieux geophysiques. Application a l'échantillonnage de phenomenes bidimensionnels par simulation d'une fonction aleatoire. These de Docteur-Ingenieur, Université de Grenoble, Francia.
4. MUÑOZ-PARDO, J.F., MICHAEL VAUCLIN. (1987) Consideraciones Básicas para el Análisis Geoestadístico de la Variabilidad Espacial de una Propiedad Geofísica. VIII Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica, Santiago.
5. NIELSEN, D.R. ; J.W. BIGGAR Y K.T. ERH, (1973) Spatlal variability of field measured soil-water properties. Hilgardia 42 (215-260).
6. SNEDECOR G.W. ET W.G. COCHRAN, (1980) Statistics methods. The Iowa State University Press.
7. WARRICK A.W., G.J. MULLEN ET D.R. NIELSEN, (1977) Scaling field-measured soil hydraulic properties using a similar media concept. Water Resour. Res. 13 : 365-362.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA  
VIII CONGRESO NACIONAL

INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA EN CRECIDAS DE CUENCAS  
NIVOPLUVIALES

FRANCISCO VERNI M. (1)

CATALINA BOBENRIETH M. (2)

RESUMEN

En el presente trabajo se cuantifica el efecto de la temperatura en crecidas de invierno de cuencas nivopluviales.

Se analiza el temporal de junio de 1986 y se estudia el fenómeno en tres estaciones pluviométricas seleccionadas de la cuenca alta del río Maule, durante el período 1972 - 1986.

Se concluye que un incremento de la temperatura durante un temporal produce un cambio importante en la respuesta de la cuenca aumentando significativamente el caudal máximo instantáneo.

(1) Jefe de la División Estudios Hidrológicos. ENDESA.

(2) Ingeniero División Estudios Hidrológicos. ENDESA.