4

HIDROMETEOROLOGIA

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
VIII CONGRESO NACIONAL

CONSIDERACIONES BASICAS PARA EL ANALISIS GEOESTADISTICO DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL DE UNA PROPIEDAD GEOFISICA

JOSE FCO. MUÑOZ PARDO (1)
MICHEL VAUCLIN (2)

RESUMEN

Se presenta una breve descripción de la teoría de las variables regionalizadas especialmente en lo que se refiere a las hipótesis básicas y a los conceptos de varianza de fluctuación y varianza de estimación de un parámetro de una función aleatoria. Se muestra la importancia que tiene la dimensión de una superficie de muestreo, el número de puntos de observación y su distribución espacial en la estimación del valor medio de una propiedad sobre una zona determinada.

Se presenta además una comparación entre los intervalos de confianza de una estimación del valor medio, calculados al considerar y al ignorar la dependencia espacial de las observaciones.

(1) Ingeniero Civil. Dr. Ing. Profesor de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile.
(2) Directeur de Recherche, CNRS, Institut de Mecanique de Grenoble

1. INTRODUCCION

Los fenómenos naturales se presentan a menudo con un comportamiento espacial complejo y errático. De hecho casi todas las variables descriptivas de la atmósfera (precipitaciones, temperatura, piezometría de una napa, transmisividad, características físico-químicas del suelo, etc.) presentan una irregularidad y una variabilidad espacial tal, que escapan a cualquier representación funcional simple. El análisis estadístico clásico utilizado desde hace ya bastante tiempo, permite estudiar la variabilidad espacial de una propiedad geofísica por medio de la función de distribución y de sus momentos estadísticos como el valor medio (m) y la varianza (σ^2). Las hipótesis consideradas en este análisis son la estacionaridad, la ergodicidad y la independencia espacial de las observaciones, tanto entre ellas como de su posición en el espacio. La utilización de estas hipótesis y del teorema central límite conducen, por ejemplo, a la relación clásica entre el número de observaciones necesarias para estimar el valor medio de una propiedad y el grado de precisión deseado (Warrick y Nielsen, 1980).

Estos últimos años se han efectuado numerosos análisis de resultados experimentales de fenómenos hidrológicos cuyos resultados muestran claramente una correlación espacial entre las observaciones. Este hecho obliga entonces a utilizar otros métodos de análisis de la variabilidad espacial. Entre estos métodos, la teoría de las variables regionalizadas o geoestadística propuesta por G. Matheron (1965), basado en la teoría de las funciones aleatorias permite estudiar de una manera conceptualmente correcta la variabilidad espacial de estos fenómenos naturales tomando en cuenta la dependencia espacial de las observaciones. Esta teoría, haciendo uso de una interpretación probabilística y razonando en términos de la función aleatoria, proporciona un método de estimación lineal óptimo llamado krigeage (estimación puntual o estimación zonal, a partir de una muestra discreta y única) entregando además la varianza del error de estimación, es decir, una medida de la calidad del estimador.

2. ESTIMACION DE UNA VARIABLE REGIONALIZADA

2.1. Definiciones básicas

Una variable regionalizada caracteriza un fenómeno espacial, y/o

temporal, que presenta una cierta estructura es decir, una variabilidad espacial, y/o temporal, con una dependencia entre sus observaciones.

En este trabajo se aborda el estudio de fenómenos naturales que pueden ser representados en un espacio bidimensional (R^2), donde el problema práctico que se resuelve es la estimación del valor medio de un fenómeno sobre una zona a partir de un muestreo discreto de la variable regionalizada. El muestreo de una variable regionalizada $z(\underline{x})$ ($\underline{x} \subset R^2$) está normalmente definido sobre una superficie de muestreo finita S y consiste en valores numéricos tomados por la variable en NP puntos experimentales $\underline{x}_i$; {i = 1, 2,........, NP.}. A veces, se necesitará extender la información recogida puntualmente en una superficie de muestreo S a un dominio más grande D, es decir estimar el valor medio de la variable regionalizada sobre D a partir de un número finito de puntos de medida sobre la superficie S.

2.2. Interpretación probabilística e inferencia estadística.

La interpretación probabilística que efectúa la teoría de las variables regionalizadas consiste en considerar que la variable regionalizada (V.R.) $z(\underline{x})$ es una realización particular de una función aleatoria (F.A.) $Z(\underline{x})$. Una F.A. se define de la manera siguiente : a cada punto $\underline{x}_0$ del dominio en estudio se le asocia una variable aleatoria (V.A.) $Z(\underline{x}_0)$ y el valor del fenómeno z en el punto $\underline{x}_0$ es entonces considerado como una de sus realizaciones. Esta variable aleatoria $Z(\underline{x}_0)$ es dependiente de las V.A. asociadas a los puntos vecinos de $\underline{x}_0$ y el conjunto de esta infinidad de V.A. constituye una función aleatoria denominada $Z(\underline{x})$. Cada realización de una F.A. define una cierta repartición del fenómeno (estructura espacial) sobre el dominio estudiado (Figura 1).

La estimación de todas las leyes de distribución de la F.A. a partir de la información disponible se llama inferencia estadística y no se puede efectuar cuando se dispone de un solo muestreo. Solamente al introducir hipótesis más o menos estrictas de estacionaridad y de ergodicidad se reducen el número de parámetros de la F.A. y permite la inferencia estadística a partir de una sola realización.

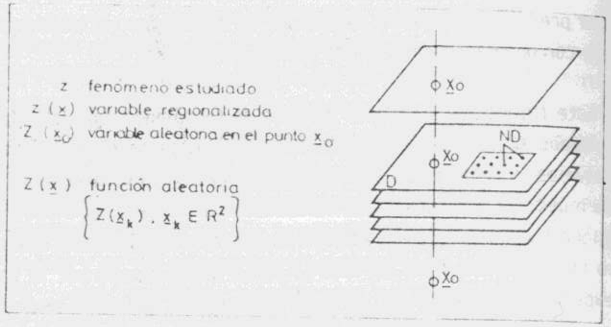

Figura 1.- Interpretación probabilística de un fenómeno estructurado sobre R^2.
D : Dominio a estudiar. S : Superficie de muestreo de NP puntos de observación

La hipótesis de estacionaridad de segundo orden, establece que :
- el valor esperado de la F.A. $Z(\underline{x})$ es constante en todo el dominio

$$E\{Z(\underline{x})\} = m \qquad \forall\, \underline{x} \qquad (1)$$

- la covarianza centrada entre dos puntos $\underline{x}_1$ y $\underline{x}_2$ depende sólo del vector $\underline{h} = \underline{x}_1 - \underline{x}_2$

$$E\{[Z(\underline{x})-m][Z(\underline{x}+\underline{h})-m]\} = C(\underline{h}) \qquad \forall\, \underline{x} \qquad (2)$$

donde m representa el valor medio y $C(\underline{h})$ la función de covarianza. La estacionaridad de segundo orden supone implícitamente que la F.A. $Z(\underline{x})$ tiene una varianza finita $\sigma^2 = C(0)$. Cuando la varianza no es finita, se introduce la hipótesis intrínseca, más débil que la precedente pero de significación análoga. En efecto no se trabaja con los valores de $Z(\underline{x})$ sino con los incrementos $[Z(\underline{x}+\underline{h}) - Z(\underline{x})]$. La hipótesis intrínseca es la hipótesis de estacionaridad de segundo orden aplicada a estos incrementos, luego para estos casos se cumple que :

$$E\{[Z(\underline{x}+\underline{h}) - Z(\underline{x})]\} = m(\underline{h}) \qquad \forall\, \underline{x} \qquad (3)$$

$$VAR\{[Z(\underline{x}+\underline{h}) - Z(\underline{x})]\} = 2\gamma(\underline{h}) \qquad \forall\, \underline{x} \qquad (4)$$

Suponiendo que los incrementos tienen un promedio nulo ($m(\underline{h}) = 0$) se cumple que $E\{[Z(\underline{x}+\underline{h}) - Z(\underline{x})]\} = 0$ y la función $\gamma(\underline{h})$ llamada variograma se escribe

$$\gamma(\underline{h}) = (1/2)\, E\{[Z(\underline{x}+\underline{h}) - Z(\underline{x})]^2\} \qquad \forall\, \underline{x} \qquad (5)$$

Si $Z(\underline{x})$ es una función aleatoria estacionaria de segundo orden, ella verifica igualmente la hipótesis intrínseca y se cumple la relación siguiente :

$$\gamma(\underline{h}) = C(0) - C(\underline{h}) \qquad (6)$$

Es preciso recalcar que aquí se habla de promedios de conjunto (denominados también valor esperado o esperanza matemática E{ }), es decir representativos de una serie de realizaciones. En aquellos fenómenos en los cuales sólo hay disponible una sola realización para efectuar la inferencia estadística es necesario reemplazar estos promedios de conjunto por promedios espaciales, luego de admitir la hipótesis de ergodicidad: la igualdad de los momentos estadísticos de primero y segundo orden calculados por promedio espacial ($D \to \infty$) y por promedio de conjunto (número de realizaciones $\to \infty$). Se admite entonces que :

$$m = E\{Z(\underline{x})\} = \lim_{D\to\infty} (1/D) \int_D z(\underline{x})\, d\underline{x} \qquad (7)$$

$$\sigma^2 = E\{[Z(\underline{x})-m]^2\} = \lim_{D\to\infty} (1/D) \int_D [z(\underline{x}) - m]^2\, d\underline{x} \qquad (8)$$

$$C(\underline{h}) = E\{[Z(\underline{x})-m][Z(\underline{x}+\underline{h})-m]\} = \lim_{D\to\infty} (1/D') \int_{D'} [z(\underline{x})-m][z(\underline{x}+\underline{h})-m]\, d\underline{x} \qquad (9)$$

$$\gamma(\underline{h}) = (1/2)E\{[Z(\underline{x}+\underline{h}) - Z(\underline{x})]^2\} = \lim_{D\to 0} (1/2D') \int_{D'} [z(\underline{x}+\underline{h}) - z(\underline{x})]^2 d\underline{x} \qquad (10)$$

donde D' representa la intersección de D con D trasladada en $\underline{h}$. Estos cuatro parámetros de una F.A. $Z(\underline{x})$ así definidos se denominarán valores teóricos y se designarán por a_T.

Contrariamente a la función de covarianza, el uso del variograma no impone a $Z(\underline{x})$ una varianza finita. El uso de la hipótesis intrínseca permite en estos casos utilizar el variograma $\gamma(h)$. Además, el variograma es una herramienta apropiada para estimar una propiedad utilizando el método del krigeage y también permite tomar en cuenta posibles tendencias de la propiedad en estudio.

Para representar las funciones de covarianza y el variograma en el espacio bidimensional se utilizan comúnmente los siguientes modelos:

- esférico $\gamma(r) = \sigma^2 (C_0 + C_1((3/2)(r/a) - (1/2)(r/a)^3))$ $r < a$

$\gamma(r) = \sigma^2$ $r > a$ (11)

- exponencial $\gamma(r) = \sigma^2 (C_0 + C_1(1 - \exp(-r/ae))$ (12)

donde C_0 representa el llamado efecto de pepita, que refleja la variabilidad de la propiedad al interior del paso de muestreo y la incertidumbre experimental; $C_1 = C_2 - C_0$ con C_2 conocido como la meseta, a corresponde al alcance y a_e es la longitud de autocorrelación. Un fenómeno puede ser representado por ambos modelos (Figura 2) si se cumple que $a = 3.16a_e$.

2.3. Valores regionales de una función aleatoria

Si $z(\underline{x})$ es una variable regionalizada definida en una superficie finita S se llama valor regional a toda magnitud cuyo valor numérico está determinado por el conjunto $\{z(\underline{x})\ \underline{x} \subset S\}$ es decir por el conocimiento perfecto de la V.R. sobre la superficie S.

El valor medio regional de la V.R. $z(\underline{x})$ sobre una superficie S queda definido por:

$$z_R = (1/S) \int_S z(\underline{x})\, d\underline{x} \qquad (13)$$

Los valores regionales de los parámetros de una V.R. z(x) sobre una superficie S $(z_R, \sigma_R^2, \gamma_R(\underline{h})$ y $C_R(\underline{h}))$ se designarán por a_R y si se reemplaza $z(\underline{x})$

por la F.A. $Z(\underline{x})$ se obtienen entonces las variables aleatorias de valores regionales que se designan por A_R.

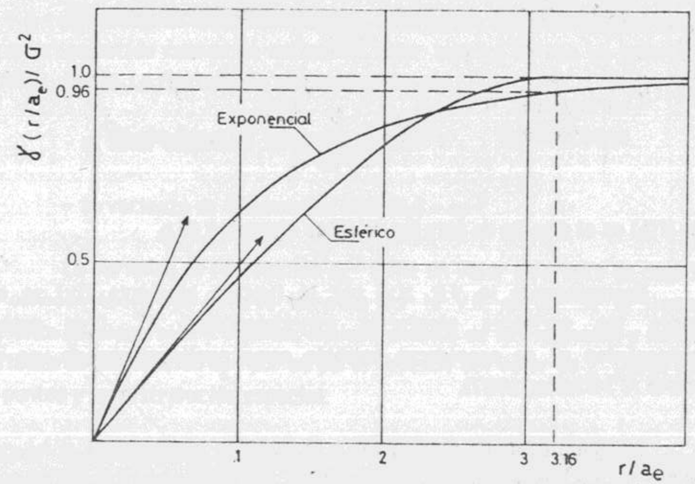

Figura 2.- Modelos de variograma esférico y exponencial que pueden representar el mismo fenómeno ($a = 3.16a_e$).

2.4. Estimación de una variable regionalizada

Un muestreo discreto de una V.R. sobre una superficie S, de NP puntos de medida proporciona los estimadores lineales siguientes (designados por a*):

- valor medio (aritmético) $$z^* = \frac{1}{NP} \sum_{i}^{NP} z(\underline{x}_i) \qquad (14)$$

- valor medio (ponderado) $$z^* = \sum_{i}^{NP} \lambda_i z(\underline{x}_i) \qquad (15)$$

- varianza experimental $$\sigma^{2*} = \frac{1}{NP-1} \sum_{i}^{NP} (z^* - z(x_i))^2 \qquad (16)$$

- covarianza experimental $$C^*(\underline{h}) = \frac{1}{N'(\underline{h})} \sum_{i}^{N'(\underline{h})} [z(\underline{x}_i+\underline{h})-z^*][z(\underline{x}_i-z^*]$$ (17)

- variograma experimental $$\gamma^*(\underline{h}) = \frac{1}{2N'(\underline{h})} \sum_{i}^{N'(\underline{h})} [z(\underline{x}_i+\underline{h})-z(\underline{x}_i)]^2$$ (18)

donde $N'(\underline{h})$ es el número de parejas de datos distantes de $\underline{h}$.

Reemplazando la V.R. $z(\underline{x})$ por la función aleatoria $Z(\underline{x})$ se obtienen entonces las variables aleatorias experimentales A^*. (Los estimadores experimentales a^* se consideran también como realizaciones de una variable aleatoria A^*) (Muñoz, 1987).

Se llama error de estimación a la variable aleatoria $R_E = A_R - A^*$ y el error $r_E = a_R - a^*$ es una de sus realizaciones. Si $Z(\underline{x})$ es una F.A. estacionaria, R_E es también estacionario y se puede caracterizar su repartición por

- el valor esperado $E[R_E] = m_E$ (19)

- la varianza $VAR[R_E] = \sigma_E{}^2$ (20)

$\sigma_E{}^2$ se llama varianza de estimación y representa una medida de la dispersión que se produce al estimar el valor regional A_R con el valor experimental A^*. Un buen procedimiento de estimación (eficaz) de un parámetro regional debe asegurar que $m_E = 0$ (estimador insesgado) y que su varianza $\sigma_E{}^2$ es mínima (Journel y Huijbregts, 1978).

2.5. Estimación del valor teórico de una F.A.: varianza de fluctuación

La interpretación probabilística que se ha dado a las variables regionalizadas obliga a razonar en términos de la F.A. $Z(\underline{x})$ y a trabajar con magnitudes aleatorias. Esto requiere en consecuencia, el conocimiento de los valores teóricos de los parámetros, de los cuales en la mayoría de los problemas

prácticos sólo se dispone de un estimador experimental a^*.

Se denomina fluctuación a la variable aleatoria $R_F = A_T - A_R$ de la cual $r_F = a - a_R$ es una de sus realizaciones. Ella puede ser considerada también como el error cometido cuando se estima un valor teórico a_T con un valor regional a_R (Alfaro, 1979). La fluctuación se caracteriza por :

- el valor esperado $E[R_F] = m_F$

- la varianza de fluctuación $VAR\ [R_F] = \sigma_F{}^2$

La varianza de fluctuación $\sigma_F{}^2$ tiene un valor diferente de cero incluso si se conocen todos los valores tomados por la V.R. en S. Se le llama también varianza de dispersión y depende exclusivamente de la dimensión y forma de S. La varianza de estimación $\sigma_E{}^2$ por su parte depende del valor de z^* luego del número de puntos y su distribución espacial.

2.6. Intervalos de confianza en la estimación de un valor medio

La función de distribución más utilizada en geoestadística para caracterizar un error es la ley normal. Para un nivel de probabiidad dado α_p, el intervalo de confianza de un estimador se expresa por :

$$I.C. = (Z_{1-\alpha p/2})\,\sigma_R$$ (21)

donde $(Z_{1-\alpha p/2})$ es una variable aleatoria normal N(0,1) para un riesgo $1-\alpha p/2$ (Figura 3) y σ_R es la desviación del error.

En el caso del valor medio de una población m, estimado a partir de una muestra de NP observaciones se pueden presentar dos casos :

a) variable no estructurada (independencia espacial). En este caso, la independencia de las observaciones permite utilizar el teorema central límite que estipula que para cualquier tipo de población z(x) la ley de distribución del valor medio de una muestra de NP observaciones tiende a una ley normal si NP aumenta.

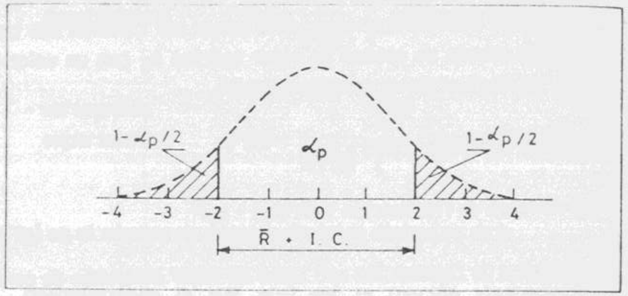

Figura 3.- Distribución normal de un error de estimación R. Intervalos de confianza para un nivel de probabilidad α_p.

Si $m = E[z(\underline{x})]$ y $\sigma^2 = VAR[z(\underline{x})]$ la ley de distribución de z^* es asintóticamente normal $N(m, \sigma^2/NP)$. Esto permite expresar la varianza del error total $R_T = m - z^*$ como:

$$\sigma_T{}^2 = VAR\ [R_T] = \sigma^2/NP \quad (22)$$

y el intervalo de confianza con un riesgo $1-\alpha p/2$ como

$$-(Z_{1-\alpha p/2})\ \sigma/\sqrt{NP} < R_T < (Z_{1-\alpha p/2})\ \sigma/\sqrt{NP} \quad (23)$$

b) variable estructurada (dependencia espacial).

En el caso de una variable regionalizada, el error total de estimación del valor medio teórico de una población $Z(\underline{x})$ puede expresarse por:

$$R_T = R_F + R_E \quad (24)$$

con $R_F = m - Z_R$ y $R_E = Z_R - Z^*$ (25)

Para cada uno de estos errores se puede calcular un intervalo de confianza si se conocen las varianzas respectivas $\sigma_F{}^2$ y $\sigma_E{}^2$:

$$I.C.\ (R_F) = |(Z_{1-\alpha p/2})\ \sigma_F| \quad (26)$$
$$I.C.\ (R_E) = |(Z_{1-\alpha p/2})\ \sigma_E| \quad (27)$$

En el caso más desfavorable se puede aceptar (Russo y Bressler, 1982) que R_F y R_E están correlacionados a +1 y se tiene

$$VAR[R_T] = \sigma_T{}^2 = (\sigma_F + \sigma_E)^2 \quad (28)$$

y el intervalo de confianza del error R_T se expresa entonces por:

$$-Z_{1-\alpha p/2}\ (\sigma_F + \sigma_E) < R_T < Z_{1-\alpha p/2}\ (\sigma_F + \sigma_E) \quad (29)$$

2.7. Expresiones para calcular las varianzas de fluctuación y de estimación del valor medio

2.7.1. Varianza de fluctuación

Si se considera que el valor medio teórico de una población $z(\underline{x})$ está dado por el promedio espacial sobre el dominio D(Eq 7), la varianza de fluctuación del valor medio se puede calcular en términos del variograma (Journel y Huigbregts, 1978) suponiendo que D está formado por la unión de un gran número de superficies S disjuntas por la expresión

$$\sigma_F{}^2 = \bar{\gamma}\,(D.D) - \bar{\gamma}\,(S.S) \quad (30)$$

donde $\bar{\gamma}(S.S) = (1/S^2) \int_S \int_S \gamma(\underline{x} - \underline{y})d\underline{x}\ d\underline{y}$ (31)

$\bar{\gamma}(S.S)$ representa el valor medio del variograma en la superficie S (o D) cuando un extremo del vector $\underline{h} = \underline{x} - \underline{y}$ describe la superficie S y el otro también, pero en forma independiente. En el caso que $D \longrightarrow \infty$ y el fenómeno presenta una varianza finita σ^2 se cumple que $\bar{\gamma}(\infty,\infty) = \sigma^2$ y se tiene que

$$\sigma_F{}^2 = \sigma^2 - \bar{\gamma}\,(S.S) \quad (32)$$

La Figura 4 presenta las variaciones de la varianza relativa de fluctuación del valor medio σ_F^2 / σ^2 en función de la relación L_S/a donde L_S es una dimensión característica de la superficie S y a es el alcance del variograma.

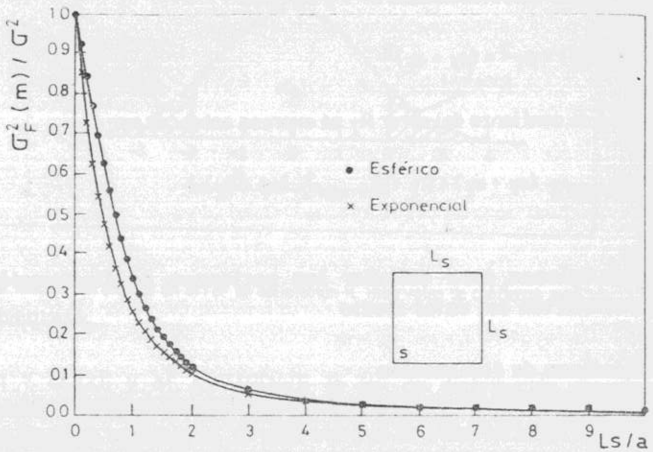

Figura 4.- Varianza relativa de fluctuación del valor medio (teórico) estimado a partir de una superifcie de muestreo cuadrada de lado L_S para los modelos esféricos y exponencial.

Se observa que la varianza de fluctuación puede llegar a ser muy grande cuando la relación L_S/a es pequeña. Se puede constatar que mientras más grande es el alcance del fenómeno en comparación con la dimensión L_S, más grande es la varianza relativa de fluctuación.

Se observa también que esta varianza es más importante en el caso del modelo esférico que en el caso del modelo exponencial para valores pequeños de L_S/a. Esto se explica debido a la pendiente diferente en el origen de los variogramas (Figura 2).

2.7.2. Varianza de estimación del valor medio sobre la superficie S.

La varianza de estimacion del valor medio sobre una superficie S puede ser calculada como :

$$\sigma_E^2 = VAR(Z_R - Z^*) = E\{[Z_R - \sum_{i}^{NP} \lambda_i Z(\underline{x}_i)]^2\} \qquad (33)$$

bajo la hipótesis de estacionaridad se puede expresar como :

$$\sigma_E^2 = \sum_{i}^{NP} \sum_{j}^{NP} \lambda_i \lambda_j \gamma(\underline{x}_i - \underline{x}_j) + 2 \sum_{i}^{NP} \lambda_i \gamma(\underline{x}_i , S) - \gamma(S,S) \qquad (34)$$

donde $\gamma(\underline{x}_i, S) = (1/S) \int_S \gamma(\underline{x}_i - \underline{x}) d\underline{x}$ es el valor medio del variograma entre el punto $\underline{x}_i$ y un punto $\underline{x}$ que describe la superficie S y $\gamma(\underline{x}_i - \underline{x}_j)$ es el valor del variograma a la distancia $\underline{x}_i - \underline{x}_j$.

El método del krigeage por zonas, (Matheron, 1970 ; Delhomme, 1976) utilizando el método de optimización de Lagrange minimiza la cantidad Q = $VAR(Z_R - Z^*)$ bajo la restricción $\Sigma \lambda_i = 1$ (condición de insesgo) obteniéndose un sistema lineal, llamado sistema de krigeage simple del tipo :

$$\sum_{j}^{NP} \lambda_i \gamma(\underline{x}_i - \underline{x}_j) + \mu = \gamma(\underline{x}_i\ S) \quad i = 1, \ldots\ldots NP$$

$$\sum_{j}^{NP} \lambda_j = 1 \qquad (35)$$

donde μ es el multiplicador de Lagrange. Se obtiene un sistema de NP + 1 ecuaciones con NP+1 incógnitas. La varianza en el óptimo, denominada también varianza de krigeage se obtiene como :

$$\sigma_E^2 = \sum_{i=1}^{NP} \lambda_i \gamma(\underline{x}_i, S) + \mu - \gamma(S,S) \qquad (36)$$

A título de ilustración se ha calculado la varianza de estimación del valor medio en una supeficie cuadrada, muestreada con NP = 49 puntos de medida repartidos en una malla regular con los dos tipos de modelos. En la Figura 5 se ha representado la variación de la varianza relativa σ_E^2/σ^2 en función de la relacion L_S/a. Se observa que la varianza de estimación aumenta con L_S/a y tiende asintóticamente al valor correspondiente a la varianza de estimación de un fenómeno no estructurado (Eq. 22) (igual a 1/49). Se observa además que la varianza de estimación calculada con el modelo esférico es inferior a aquella calculada con el modelo exponencial. Esto se explica también por el comportamiento diferente que ambos modelos tienen cerca del origen ($h \longrightarrow 0$).

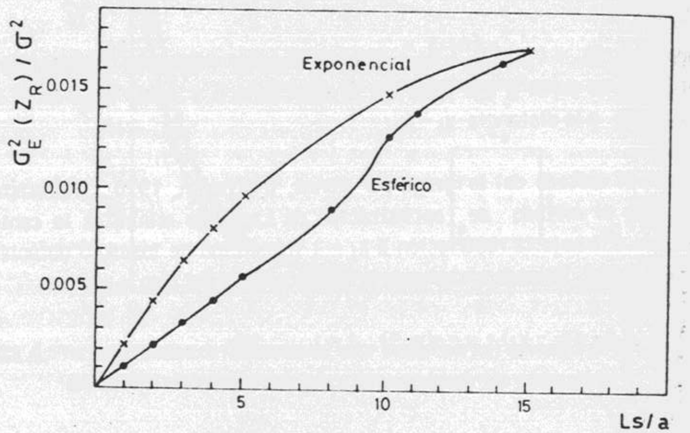

Figura 5.- Varianza relativa de estimación del valor medio (regional) con un plan de muestreo regular cuadrado de NP = 49 puntos de observación.

2.8. Estimación de la varianza de una F.A.

En el caso de la varianza de una F.A. se pueden distinguir también los dos tipos de errores :

fluctuación $\qquad R_F = \sigma^2 - \sigma_R{}^2 \qquad (37)$

y error de estimación $\qquad R_E = \sigma_R{}^2 - \sigma^{2*} \qquad (38)$

Se puede demostrar que para un fenómeno estructurado (Muñoz, 1987) que

el valor esperado del error de fluctuación $E(R_F)$ es diferente de cero, lo que significa que la varianza regional es un estimador sesgado de la varianza de un fenómeno. Por consiguiente, con mayor razón la varianza experimental calculada con NP puntos de medida repartidos sobre S es también un estimador sesgado. Se obtiene que :

$$E(\sigma^2 - \sigma_R{}^2) = E(\sigma^2) - E(\sigma_R{}^2) = \sigma^2 - \gamma(S,S) > 0 \qquad (39)$$

donde $\gamma(S,S)$ constituye el valor esperado de la varianza regional. Es una cantidad siempre inferior a σ^2 luego σ^{2*} será siempre una sub-estimación de σ^2. El valor de $\gamma(S,S)$ se hace cada vez más diferente de σ^2 a medida que disminuye la relación L_S/a (Figura 4). Luego la varianza experimental que se obtiene en superficies de muestreo donde L_S/a es pequeño es una sub-estimación de la varianza teórica del fenómeno.

3. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

El análisis de las expresiones y resultados obtenidos sobre el comportamiento de las varianzas de fluctuación y de estimación del valor medio sobre una superficie S permite hacer los comentarios siguientes :

i) La varianza de estimación $\sigma_E{}^2$ depende de la repartición espacial y número de puntos de observación así como también de la superficie de muestreo S y de la estructura del fenómeno caracterizada por el variograma.

ii) La varianza de fluctuación $\sigma_F{}^2$ depende únicamente de la dimensión de la superficie de muestreo S, de su geometría y de la estructura del fenómeno.

iii) El método del krigeage por zonas, utilizando un promedio ponderado como estimador del valor medio sobre una zona atribuye los valores de ponderación λ_i a cada punto de medida de manera de minimizar la varianza de estimación $\sigma_E{}^2$.

iv) Estas expresiones muestran que es necesario conocer la función de estructura (variograma) especialmente en lo que se refiera al alcance a y al comportamiento en el origen del variograma.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ALFARO, M. (1979). "Etude de robustesse des simulation des fonctions aleatoires. These de Docteur Ingenieur. Ecole de Mines de Paris.

2. JOURNEL, A.G. y CH. J. HUIJBREGTS (1978). "Minning geostatistics". Academic Press, New-York.

3. MATHERON, G. (1965). "Les variables regionalisees et leur estimation". Ed. Masson. Paris.

4. MATHERON, G. (1970). "La theorie des variables régionalisees et ses applications". Centre de morphologie mathematique de Fontainebleau. Fac. Nº5.

5. MUÑOZ-PARDO, J.F. (1987). "Approche geostatistique de la variabilité spatiale des milieux geophysiques. Application a l'echautillonnage de phenomenes bidimensionnels par simulation d'une function aleatorie". These de Docteur-Ingenieur, Université de Grenoble, Francia.

6. RUSSO, D. y E. BRESLER, (1982). "Soil hydraulic properties as stochastic processes II: Errors of estimates in a heterogeneous field. Soil. Sci. Soc. Am. J. 46: 20-26.

7. WARRICK, A.W. y D.R. NIELSEN, (1980). "Spatial variability of soil physical properties in the field". Dans applications of Soil Physics. D. Hillel, Academic Press.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
VIII CONGRESO NACIONAL

APLICACION DE LA GEOESTADISTICA EN EL ANALISIS DE LA VARIABILIDAD ESPACIAL DE LA CONDUCTIVIDAD HIDRAULICA SATURADA

JOSE FCO. MUÑOZ PARDO (1)

MICHEL VAUCLIN (2)

RESUMEN

La variabilidad espacial de la conductividad hidráulica saturada en una zona a drenar es analizada a partir de un muestreo de 77 observaciones sobre una parcela de 3 hás.

Se presentan las expresiones que permiten calcular las varianzas de fluctuación y de estimación del valor medio en términos de funciones auxiliares.

Se muestra el interés del análisis geoestadístico que permite estimar la precisión de la estimación del valor medio de esta propiedad considerando la dependencia espacial de las observaciones.

(1) Ingeniero Civil. Dr. Ing. Profesor de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile.
(2) Directeur de Recherche, CNRS, Institut de Mecanique de Grenoble, Francia.