

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
VIII CONGRESO NACIONAL

PERDIDAS DE CARGA INTRODUCIDAS POR POZOS SURGENTES EN ACUIFEROS
I. COMPATIBILIZACION CON UN MODELO DE SIMULACION DEL FLUJO

GUILLERMO CABRERA F. (1)

FELIX O. PEREZ S. (2)

CARLOS ESPINOZA C. (2)

RESUMEN

De una relación desarrollada por Garg y Lal (1971), para el flujo en un pozo de bombeo, se define una curva de descarga que relaciona el caudal evacuado con el nivel dinámico en su entorno; en ella intervienen factores como permeabilidad del medio, características de la rejilla de captación y un factor f que considera la pérdida friccional en el pozo. Por otra parte, no es posible obtener directamente de la simulación numérica de un sistema confinado con pozos surgentes los niveles dinámicos y los caudales evacuados por los pozos, puesto que estos últimos dependen del estado del sistema. El cálculo simultáneo de ambas variables se conseguiría mediante el acoplamiento del modelo de simulación con las curvas de descarga, lo que no es posible directamente debido a que el flujo en el entorno al pozo no es laminar, resultando que los niveles dinámicos no son comparables.

En este trabajo se presenta una metodología que conduce al ajuste de ambos niveles dinámicos, basada en la determinación de una relación funcional del factor f que depende del caudal y del nivel dinámico simulado, en la cual juega un importante papel la permeabilidad del medio y la cota de entrega de cada pozo. Su aplicación al caso de los pozos de alivio aguas abajo del Pretil El Colorado perteneciente al Complejo Colbún-Machicura, llevó a determinar relaciones confiables para un amplio rango de niveles en el embalse, lo que permitiría su uso en un modelo de predicción del comportamiento de este sistema.

(1) Ingeniero Civil, Profesor e Investigador del Centro de Recursos Hidráulicos, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.

(2) Asistente de Investigación del Centro de Recursos Hidráulicos, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.

1. INTRODUCCION.

En un trabajo anterior (Mery et al., 1987) se comprobó que a partir de las ecuaciones desarrolladas por Garg y Lal (1971) que describen el flujo hacia y dentro de un pozo de bombeo, es posible determinar una permeabilidad en torno al pozo a partir del conocimiento del nivel piezométrico en el punto donde se ubica, de los caudales que evacúa y de las características físicas del pozo, en particular de su tramo de rejilla captante. En ese caso específico se trató con pozos surgentes en que fue posible medir las variables antes indicadas. Esa metodología permite definir una curva de descarga que relaciona el caudal que fluye desde el pozo con el nivel piezométrico en el medio poroso saturado circundante. Es decir, conociendo el nivel dinámico de equilibrio del sistema acuífero en las vecindades del pozo, junto con el caudal que surge de éste, es posible determinar por medio de esta curva de descarga la permeabilidad del medio circundante que aparece como parámetro en las relaciones desarrolladas por Garg y Lal. Sin embargo, la permeabilidad del entorno al pozo así determinada debe considerarse sólo como una aproximación al valor verdadero, puesto que en la derivación de las ecuaciones usadas se supone que es válida la ley de Darcy, lo cual no es correcto en esa zona ya que el flujo no es laminar sino que turbulento, existiendo una relación básicamente no lineal.

Por otra parte, en la representación del comportamiento de un sistema de aguas subterráneas mediante un modelo de simulación, los niveles piezométricos determinados en la ubicación de pozos tampoco reflejan la realidad porque aquí también se supone válida la condición de flujo laminar.

En el caso de un sistema de flujo en el cual los pozos son del tipo surgentes, y por ende el caudal que evacúan no es conocido sino que es parte de la respuesta del sistema ante acciones externas a que se ve sometido, el cálculo simultáneo de los potenciales piezométricos y de los caudales en los pozos sólo se conseguiría mediante el acoplamiento del modelo de simulación

con las curvas de descarga. Para llevar esto a cabo es necesario de alguna manera modificar la curva de descarga de un pozo, de modo que el nivel piezométrico corresponda al nivel distorsionado que genera el modelo de simulación. En las ecuaciones desarrolladas por Garg y Lal intervienen una serie de parámetros susceptibles de ser ajustados para lograr el acoplamiento de ambos modelos. En particular se dispone de un factor de fricción (f) que considera las pérdidas friccionales que se producen dentro de una tubería. Sin embargo, en estricto rigor el significado de tal factor no corresponde al tradicional del cálculo del flujo en contorno cerrado, puesto que para este caso existiría un flujo que aumentando gradualmente interactúa con pequeños flujos transversales tipo "chorro" a lo largo del tubo ranurado o rejilla. Este último hecho permite la posibilidad de calibrar el parámetro f de modo de cumplir con la igualdad mencionada, aún cuando los valores que se obtengan para este factor no correspondan a los usuales asociados con el flujo en tuberías sin alimentación lateral.

En síntesis, la calibración del factor f consiste en establecer correlaciones que permitan relacionar el valor de éste, con el caudal que fluye por el pozo y con el potencial piezométrico obtenido por el modelo de simulación operado para ciertas condiciones externas del sistema, de modo que el nivel obtenido mediante la curva de descarga coincida con el simulado. En este trabajo se presenta la metodología establecida para efectuar tales ajustes y los resultados de aplicarla a 116 pozos que se emplazan dentro de un sistema confinado subyacente a la zona del Pretil El Colorado, que forma parte del complejo Colbún-Machicura perteneciente a la Empresa Colbún S.A.

2. METODOLOGIA EMPLEADA.

2.1 Modelo de simulación.

El modelo elaborado está basado en la metodología propuesta por Pinder y Frind (1972) usando el método residual de

Galerkin aplicado en conjunto con elementos finitos cuadriláteros del tipo isoparamétrico. La configuración en planta de la discretización mediante elementos finitos de la zona modelada se muestra en la Figura 1. En esta malla se han incorporado como nudos tanto los pozos surgentes o de alivio como los piezómetros existentes dentro de la zona de estudio. Para la ejecución del modelo se consideró condiciones de borde de potencial conocido en los nudos que constituyen la frontera de la malla.

La calibración del modelo de simulación se obtuvo de un ajuste de las transmisibilidades de cada elemento sobre la base de la información piezométrica disponible, comparando niveles piezométricos simulados y medidos; de esta calibración se obtuvo valores de transmisibilidad que fluctuaron entre 0.70 m²/s y 0.01 m²/s, adoptándose además un valor único de 0.001 para el coeficiente de almacenamiento. El modelo así establecido quedó en condiciones de ser operado para determinar los niveles piezométricos en todos los nudos de la malla a partir de un cierto nivel de embalse y de los caudales surgentes por los pozos de alivio, en caso de ser estos últimos conocidos.

2.2 Modelo de curva de descarga para un pozo.

De acuerdo con Garg y Lal es posible establecer una relación que permite determinar el nivel dinámico de la superficie piezométrica en el punto donde se ubica un pozo, ya sea de bombeo o surgente, a partir de las características del medio permeable, de las del pozo mismo y del caudal que evacúa. Las suposiciones que lleva implícito el método consisten en considerar: válida la ley de Darcy en todo el medio permeable, flujo radial hacia el pozo, velocidad uniforme dentro del tubo en cada sección transversal, despreciar el efecto de obstrucción producido por el filtro de grava alrededor de la rejilla del pozo, y finalmente, considerar que toda la energía cinética del chorro a través de los ranurados se disipa debido al cambio brusco en la dirección del flujo (Mery et al., 1987).

A partir de la Figura 2, en que se tiene un pozo de bombeo en un acuífero confinado, con un tramo de rejilla de longi-

tud L y radio r_w , de la aplicación de las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y de la ley de Darcy, la ecuación diferencial que describe el comportamiento de la velocidad vertical v en el interior del pozo es la siguiente:

$$\frac{dv}{dz} \frac{d^2v}{dz^2} + \frac{aC_c A_p C_v^2 g r_w}{K} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) \frac{d^2v}{dz^2} = \frac{fv^2}{D^2g} a^2 C_c^2 g + 2a^2 C_c^2 v \frac{dv}{dz} \quad (1)$$

en que, C_c : coeficiente de contracción de los ranurados.

C_v : coeficiente de velocidad.

A_p : relación entre área de ranurados y área total.

r_e : radio de influencia del pozo.

D : diámetro del pozo.

$$a = \frac{4C_c A_p}{D}$$

Haciendo un cambio de variables de modo que $z' = \frac{z}{L}$ y $v' = \frac{v}{V_t}$, donde V_t es la velocidad máxima dentro del tubo (en el extremo superior de la rejilla), se obtiene la siguiente ecuación diferencial adimensional de 2º orden no lineal en v :

$$\frac{dv'}{dz'} \frac{d^2v'}{dz'^2} + EF \frac{dv'}{dz'} - EV' \frac{dv'}{dz'} - EGV'^2 = 0 \quad (2)$$

en la cual las constantes adimensionales E , F , G son:

$$E = \frac{32C_c^2 C_v^2 A_p^2 L^2}{D^2} \quad (3)$$

$$F = \frac{4D^4 g \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)}{64LKQ} \quad (4)$$

$$G = \frac{fL}{4D} \quad (5)$$

Por otra parte de acuerdo con Garg y Lal la pérdida de carga introducida por el pozo H_w , está dada por:

$$H_w = \frac{(C_c A_p u_t - u_{ts}) r_w}{K} \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) + \frac{u_t^2}{C_v^2 2g} \quad (6)$$

donde $u_{ts} = \frac{Q}{2\pi r_w L}$ y u_t es la velocidad a través de los ranurados en la parte superior de la rejilla, obtenida a partir de $u = \frac{1}{a} \frac{dy}{dz}$ y de integrar la ecuación diferencial (2); Q es el caudal que surge del pozo.

De esta forma, el potencial calculado o Bernoulli en el pozo (h_c) está dado por:

$$h_c = Z_p + \left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2 \frac{1}{2g} + H_w + H_B \quad (7)$$

donde Z_p es la cota de entrega del pozo y H_B es la pérdida singular producida por el ensanche brusco entre la rejilla y el ademe del pozo, que puede evaluarse con la fórmula de Borda.

Para efectuar la integración de la ecuación (2) y por ende poder calcular u_t de acuerdo a como se ha indicado, se aplicó un esquema de diferencias finitas a la ecuación diferencial (2) discretizando el tramo L del tubo en intervalos $\Delta z = (z_{i+1} - z_i)$. Con esto se obtiene un esquema iterativo de solución en que el valor de u_{i+2} se calcula a partir de u_i y u_{i+1} , es decir:

$$\alpha u_{i+2}^2 + B u_{i+2} + \gamma = 0 \quad (8)$$

donde

$$\alpha = 0.5$$

$$B = EF(\Delta Z) - u_{i+1} - 0.5E u_{i+1} (\Delta Z)^2$$

$$\gamma = EF u_i (\Delta Z) + u_{i+1} u_i (1 + 0.5E(\Delta Z)^2) - \frac{u_i^2}{2} - 2EF u_{i+1} (\Delta Z) - EG u_{i+1}^2 (\Delta Z)^3$$

Las condiciones de borde conocidas son:

$$u_i = 0.0 \text{ para } i=1$$

$$u_i = 1.0 \text{ para } i = N; \text{ con } N = \frac{L}{\Delta Z}$$

El valor desconocido de u_2 , necesario para efectuar el cálculo de u mediante (8), se estima mediante un método heurístico denominado "disparo al aire" que consiste en suponer un valor de éste, resolver la ecuación diferencial numéricamente y comparar que u_N sea 1.0. De acuerdo a si este valor es mayor o menor que el correcto se corrige u_2 aprovechando la relación directa entre u_2 y u_N , repitiéndose el proceso hasta alcanzar la precisión suficiente para u_N .

2.3 Manejo Conjunto de Ambos Modelos.

Operando el modelo de simulación es posible calcular un valor de potencial (h_s), mientras que con el modelo de la curva de descarga se evalúa otro potencial en el mismo pozo (h_c). La igualdad de los potenciales calculados mediante ambos modelos en cada uno de los pozos de la zona de estudio, a través del ajuste del factor f que interviene en el cálculo de h_c , es la condición que debe conseguirse para relacionar adecuadamente el comportamiento general del sistema con el de cada uno de los pozos que lo integran. Esta integración de los dos modelos resulta particularmente útil en el caso en que en un sistema acuífero con pozos surgentes, se pretenda predecir caudales y niveles piezométricos para condiciones diferentes a las históricas conocidas.

3. CALIBRACION DEL FACTOR f_i .

Mediante el modelo de las curvas de descarga descrito en el punto 2.2, es posible calcular el nivel piezométrico en cada uno de los pozos del sistema, cuantificando las pérdidas de carga existentes hasta la salida del pozo más la altura de velocidad y sumándolas a la cota de entrega de cada uno de ellos. Este nivel calculado debería corresponder al nivel que mediante el modelo de simulación se obtiene en ese punto. Como ya se ha mencionado, debido al no cumplimiento de ciertas hipótesis básicas (ley de Darcy en las cercanías del pozo), se puede obtener que ambos niveles coincidan, sólo si se modifica ciertos parámetros en algunas de las expresiones utilizadas. De acuerdo a esto, en las expresiones (2) a (7) intervienen ciertos parámetros susceptibles de ser calibrados o modificados, tales como:

K_i : permeabilidad del entorno al pozo i

Z_{pi} : cota de descarga del pozo surgente i

f_i : factor de fricción en el pozo i

De entre estos 3 parámetros, dos pueden ser fijados a priori y el tercero de ellos obtenido mediante la igualdad entre niveles calculado y simulado.

El valor K_i de la permeabilidad puede ser definido fácilmente para cada pozo, ya que, a partir del modelo de simulación calibrado se conoce la transmisibilidad puntual ponderada según las áreas de los elementos que rodean al nudo; además se conoce aproximadamente el espesor del acuífero en la ubicación del pozo. El valor Z_{pi} , que corresponde a la cota de entrega del pozo es un dato conocido en cada uno de los pozos; sin embargo, en caso que el potencial simulado sea menor a Z_{pi} y el pozo i presente un caudal surgente, la ecuación (7) no es válida, siendo necesario ajustar el valor de Z_p para que lo sea.

El único parámetro por determinar entonces es f_i ; su determinación se efectúa de manera tal que se cumpla la igualdad de niveles señalada.

Tal como ya se ha mencionado, este factor de fricción no tiene la misma interpretación que el correspondiente a tuberías, y aunque no es en rigor factible definirle un rango de valores posibles, para fines prácticos se intentó limitar de modo que quedara comprendido entre 0.0 y 1.0. Como esta condición no fue posible de cumplir en todos los pozos, en aquellos donde no se cumplía se modificó la permeabilidad dentro de límites aceptables hasta conseguirlo. Debe señalarse que en el ajuste de potenciales simulados y calculados se consideró un error admisible de sólo 0.1 cm entendiéndose que una mayor diferencia entre ambos llevaría a calcular un coeficiente f diferente, lo cual, en el proceso del modelo de predicción podría producir errores en la identificación de los caudales surgentes.

Los datos usados para efectuar la calibración de f_i , provienen de la ejecución del modelo de simulación para 14 períodos de tiempo en condiciones impermanentes, siendo el intervalo de tiempo de 7 días. Dentro de este conjunto de 14 períodos, los caudales surgentes son distintos, así como también lo son los niveles piezométricos en cada pozo. Se obtiene, en consecuencia, un conjunto de 14 diferentes valores para f en cada uno de los pozos de la zona correspondientes a determinados valores del caudal surgente y el nivel simulado. Por lo tanto, se debe postular una relación funcional entre estas 3 variables. Para tal efecto, se tomó 5 pozos del sistema y con ellos se probó 3 distintos tipos de relaciones múltiples, de las cuales mostró un mejor ajuste la siguiente:

$$f_i^t = aQ_i^t + b(h_{si}^t - 400) + c \quad (9)$$

en que t indica un período de tiempo cualquiera, estando Q y h_s expresados en lt/s y m , respectivamente. Esta relación mostró un mejor ajuste en los pozos analizados, especialmente para niveles altos de embalse que generan caudales surgentes altos en los

pozos. Por esta razón, se consideró adecuada para llevar a cabo la calibración y determinación de una relación funcional de f para todos los pozos de la zona de estudio.

En la Tabla 1 se entregan los valores finales obtenidos en 15 de los 116 pozos para las constantes a , b y c de la relación (9), incluyéndose indicadores estadísticos de la bondad del ajuste, además de los rangos alcanzados por los valores de Q y f para el conjunto de datos considerados a partir de los 14 períodos de tiempo. Los resultados para los restantes pozos pueden consultarse en el informe final del estudio (Centro de Recursos Hidráulicos, U. de Chile, 1987). El ajuste para los 116 pozos de la zona, fue en general bastante aceptable ya que los valores del coeficiente de correlación (R) quedaron comprendidos entre 0.938 y 0.999, y la desviación cuadrática media (DC), entre 0.0002 y 0.5450.

En los pozos donde los caudales de alivio son menores, puede apreciarse que los valores de f resultan bastante mayores al resto y en la mayoría de los casos superiores a 1.0, a pesar que el coeficiente de permeabilidad se llevó al límite inferior del rango establecido. Esto podría entenderse al analizar la relación (7) en la cual la pérdida de carga aparece dependiendo directamente del caudal y del factor f ; en efecto, para pequeños caudales el término (H_w) que incluye el factor f es el que debe dar cuenta de la pérdida de carga, para lo cual debe necesariamente aumentar el valor de este factor.

4 CONCLUSIONES.

De acuerdo a lo realizado y a partir de los resultados obtenidos, es posible extraer las siguientes conclusiones:

- a) Se aplicó un método de diferencias finitas para resolver numéricamente la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden no lineal para la velocidad ascendente dentro de un pozo, en conjunto con una heurística denominada "disparo al aire", la

cual consiste en determinar iterativamente el valor de la velocidad a lo largo del pozo, a partir de la suposición que esa es conocida en $Z = \Delta Z$, junto a la condición de borde inferior, de modo de cumplir con la condición de borde superior.

- b) Se determinó que una relación lineal múltiple entre el factor f con los caudales surgentes y niveles simulados era la que representaba un mejor comportamiento para el conjunto de datos correspondientes a 14 períodos en los pozos de alivio considerados.
- c) Al considerar el factor f variable, se consiguió que los niveles piezométricos obtenidos por los modelos del flujo y de curvas de descarga presentan diferencias menores de 0.001 m para todos los pozos del sistema.

Una forma simplificada de enfocar este problema sería la de considerar un factor f fijo dentro del rango definido para distintos caudales, siempre que no alterara de manera importante la reproducción de los niveles dinámicos en los pozos de alivio.

En un trabajo posterior se presenta la formulación y resultados de un modelo integrado que es capaz de determinar simultáneamente niveles piezométricos y caudales, en un sistema cualquiera con pozos surgentes.

5. AGRADECIMIENTOS.

Los autores desean expresar sus agradecimientos a la Empresa Nacional de Electricidad S.A. y a Colbún S.A. por haber dado facilidades para la publicación de este trabajo.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

Centro de Recursos Hidráulicos, U. de Chile (1987). "Modelo Numérico de Aguas Subterráneas del Pretil El Colorado", Proyecto Colbún-Machicura, ENDESA. Contrato OICO-09. 190 pág.

Garg y Lal, J. (1971). "Rational Design of Well Screens", Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE, Vol. 97, N° 1R1, pp. 131-147.

Mery, H., Iragüen, E. y Muñoz, G. (1987). "Análisis Hidráulico en Pozos Surgentes". VIII Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica, Sociedad Chilena de Ingeniería Hidráulica, Santiago.

Pinder, G. y Frind, E.O. (1972). "Application of Galerkin's Procedure to Aquifer Analysis", Water Resources Research, Vol. 8, N° 1, pp. 108-120.

Tabla 1
Resultados del ajuste de f para algunos pozos

Nudo Nº	Pozo Nº	a	b	c	R(1)	DC(2)	Caudal (l/s) $Q_{\min}-Q_{\max}$	Factor f $f_{\min}-f_{\max}$
221	110	-0.0183	0.0260	-3.523	0.999	0.0040	105.8-118.9	0.500-0.800
116	112	-0.0189	0.2716	-3.707	0.998	0.0046	48.4-63.3	0.300-0.550
89	116	-0.0071	0.1248	-1.571	0.997	0.0027	76.8-89.8	0.100-0.300
67	120	-0.0124	0.2874	-4.023	0.997	0.0048	98.1-113.4	0.200-0.450
14	129	-1.7140	7.0138	-142.644	0.991	0.2242	4.7-6.2	3.500-8.000
137	133	-0.0095	0.2448	-3.150	0.997	0.0051	148.5-162.2	0.150-0.400
156	134	-0.0107	0.2990	-4.423	0.991	0.0106	127.9-139.3	0.150-0.450
192	136	-0.0510	0.3957	-5.386	0.998	0.0132	40.4-49.9	0.800-1.700
161	201	-0.0549	0.3219	-1.732	0.981	0.0293	44.8-51.4	0.900-1.400
163	202	-0.0697	0.5348	-4.181	0.996	0.0042	39.7-43.7	1.100-1.400
184	206	-0.0158	0.5487	-5.559	0.997	0.0016	96.7-101.1	0.150-0.250
157	214	-0.0111	0.1617	-1.749	0.995	0.0053	112.0-121.8	0.020-0.250
159	215	-0.0051	0.0711	-0.644	0.993	0.0029	111.6-121.5	0.005-0.100
162	217	-0.0135	0.3187	-3.093	0.998	0.0020	127.8-139.4	0.250-0.400
225	317	-0.0313	0.3518	-7.628	0.997	0.0098	50.6-71.7	0.500-0.900

(1) Coeficiente de correlación.

(2) Desviación cuadrática media.

