C 26 - 9

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

VII CONGRESO NACIONAL

CALCULO DEL GASTO AFLUENTE MAXIMO A UN LAGO CONTROLADO FLUVIOMETRICAMENTE

Emilio Iragüen I. (*)

R E S U M E N

Se propone un método analítico simple para procesar los pares de valores (Z, t) del limnigrama de un lago en vista a calcular el gasto de regulación, a intervalos discretos. El gasto de regulación durante una crecida, puede ser una componente muy importante en el cálculo del gasto afluente al lago, por ello, la necesidad de precisar su magnitud.

(*) Ingeniero Civil (U. Chile) ENDESA, División Estudios Hidrológicos.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se quiere procesar la siguiente configuración, bastante común en la hidrometría nacional. Ella consiste en un lago de superficie importante cuyo desagüe, natural o no, se mide conforme las prácticas usuales en el país.

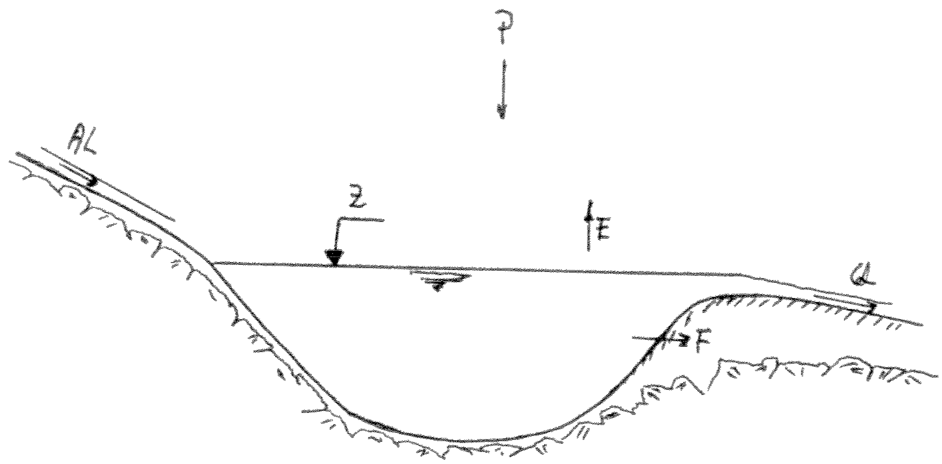

FIG. 1 Balance de aguas en el lago.

En el corto período que toma un temporal, algunos días en ciertos casos, el lago se ve sometido a un cambio de su nivel Z, como consecuencia del balance de aguas afluentes y efluentes.

Dicho balance de caudales puede escribirse:

$$AL + P - (E + Q + F) = Qr \qquad 1)$$

en que :

AL	:	caudal afluente lateral
P	:	caudal debido a la lluvia directa sobre el lago
E	:	evaporación desde su superficie libre
Q	:	caudal evacuado en el desagüe
F	:	eventual caudal de filtraciones
Qr	:	caudal de regulación del lago

La ecuación 1) puede escribirse tam bién como:

$$AL + (P - E) - F = Qr + Q \qquad 2)$$

es decir:

$$AN = Qr + Q \qquad 3)$$

Se ha llamado afluente neto, AN, a la suma:

$$AN = AL + (P - E) - F \qquad 4)$$

El método que se presenta en este trabajo, persigue determinar el máximo de AN, durante un temporal si se conoce el gráfico de la función Z (t) y el gasto en el desagüe.

Cabe señalar, que de lo anterior, resulta atractivo el control hidrológico de un lago natural mediante la instalación de un limnígrafo en el lago y la sección de control fluviométrico (aforos) en el desagüe. La curva de descarga de la sección de control fluviométrico se expresaría, en este caso, a través de los niveles del lago.

2. ALCANCES SOBRE EL NIVEL Z DEL LAGO

Disponer del gráfico de la función Z (t), Z en función del tiempo, permite calcular fácilmente el gasto de regulación Qr; en efecto:

$$Qr\ (t) = \left(\frac{dZ}{dt}\right)_t S\ (Z) \qquad 5)$$

S (Z) : superficie libre del lago la que se supone conocida.

2.1 Magnitud del gasto de regulación

En general, en la magnitud de AN, gravita fuertemente el gasto de regulación, lo que puede ilustrarse con las cifras que siguen para un lago con desagüe superficial.

La variación de 1 cm en Z, en el lapso de 1 hr, significa para 1 km2 de lago, un caudal de regulación:

$$Qr = 2{,}78 \ \ m3/s\ km2$$

En el caso del lago Chapo, para citar un ejemplo, con 45 km2 y variaciones de Z de 5 cm por hora durante una crecida, se llega a caudales de regulación de unos 600 m3/s. Por su parte, los caudales máximos en el desagüe pueden llegar a sólo 150 m3/s. En consecuencia, el máximo caudal afluente está asociado, usualmente, con el máximo caudal de regulación, es decir, con el máximo de dZ/dt.

2.2 Limnigrama del lago

En la práctica, la inscripción del nivel del lago no es tan regular como la que se ilustra en la figura N° 1b, sino que se ve alterada por oleaje, cambios de intensidad del temporal, irregularidad en la marcha del mecanismo del limnígrafo, etc.

Razón por la cual, se hace necesario desarrollar una metodología que permita, de una manera simple, determinar la derivada dZ/dt, en el gráfico disponible y a partir de este valor conocer el gasto de regulación en cada instante (discreto) y su valor máximo.

3. METODO PROPUESTO PARA DETERMINAR dZ/dt

Supuesto que se dispone de los pares de valores (Z, t), a intervalos regulares I, del limnigrama registrado durante una crecida, Fig. 1a.

El método propuesto consiste en obtener la derivada dZ/dt a partir de parábolas de 2° grado de la forma:

$$Z = At^2 + Bt + C \qquad 6)$$

las que pasan por 3 puntos sucesivos $(Z_1, -I)$, $(Z_2, 0)$ y (Z_3, I).

Ahora bien, con la intención de compensar irregularidades de la inscripción, como se explicó anteriormente, se consideran 5 puntos sucesivos. Los puntos $t = 1, 2$ y 3 generan una parábola, para la cual se calcula su derivada dZ/dt en $t = 3$. Los puntos $t = 2, 3$ y 4, a su vez generan otra parábola para la cual se calcula su derivada en $t = 3$ y finalmente, los puntos $t = 3, 4$ y 5 generan una tercera parábola cuya derivada en el punto $t = 3$ se promedia con las dos derivadas anteriores. (Fig. 1b).

Dicha derivada promedio expresará el dZ/dt en el punto $t = 3$. Se pasa al punto siguiente, $t = 4$, considerando los puntos $t = 2, 3, 4, 5$ y 6 y así sucesivamente.

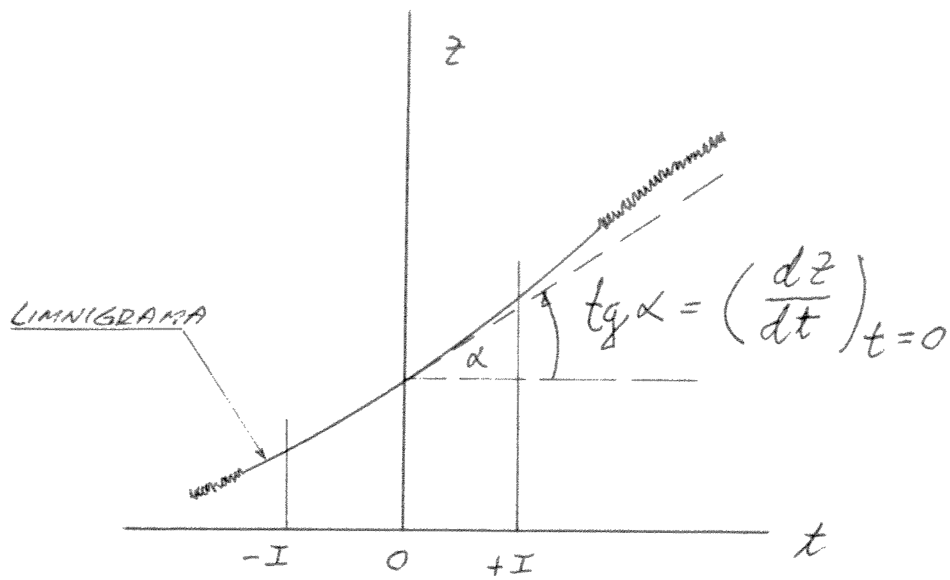

FIG. N° 1a
LIMNIGRAMA (Z, t)

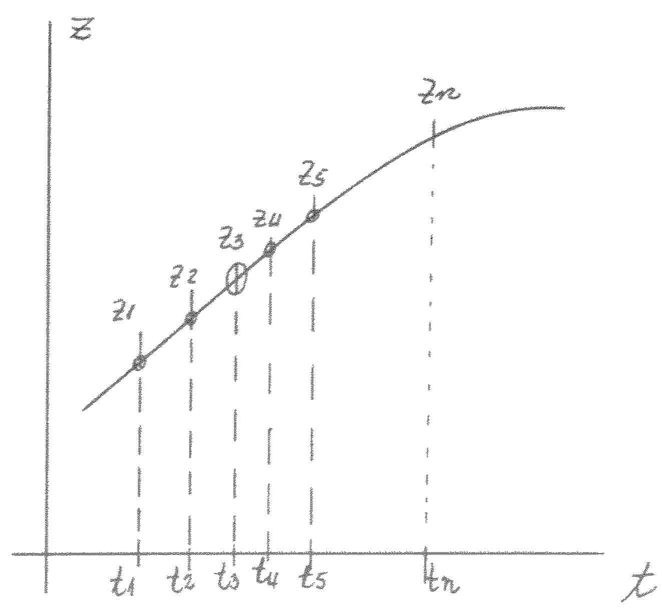

FIG. N° 1b

4. CALCULO DE LOS CEOFICIENTES A, B Y C

Volviendo a la fórmula 6) con I = 1, se puede calcular A, B y C, evaluándola en $t = -1$, $t = 0$ y $t = +1$.

$$t = -1 \qquad Z_1 = A - B + C$$
$$t = 0 \qquad Z_2 = C$$
$$t = +1 \qquad Z_3 = A + B + C$$

Luego:

$$A = \frac{Z_1 + Z_3 - 2\,Z_2}{2}$$

$$B = \frac{Z_3 - Z_1}{2} \qquad 7)$$

$$C = Z_2$$

Por su parte la derivada dZ/dt de esta parábola vale:

$$dZ/dt = 2\,At + B \qquad 8)$$

Luego:

$$(dZ/dt)_{t=-1} = -2A + B$$

$$(dZ/dt)_{t=0} = B \qquad 9)$$

$$(dZ/dt)_{t=+1} = 2A + B$$

5. CALCULO DE LA DERIVADA EN EL PUNTO (Z_3, t_3)

La fórmula 8) deberá evaluarse en el punto $t = +1$ para la parábola que pasa por (Z_1, Z_2, Z_3); en $t = 0$ para la parábola que pasa por (Z_2, Z_3, Z_4) y en $t = -1$, para la parábola que pasa por (Z_3, Z_4, Z_5).

Luego se tendrá el cálculo que se detalla a continuación:

- 1^{ra} parábola (Z_1, Z_2, Z_3)
  Derivada en $t = +1$

$$(dZ/dt)_{t=+1} = 2A + B$$

$$(dZ/dt)_{t=+1} = 2\,\frac{Z_1 + Z_3 - 2\,Z_2}{2} + \frac{Z_3 - Z_1}{2} \qquad 10)$$

- 2^a parábola Z_2, Z_3, Z_4
  Derivada en t = 0

$$(dZ/dt)_{t=0} = B$$

$$(dZ/dt)_{t=0} = \frac{Z_4 - Z_2}{2} \qquad 11)$$

- 3^a parábola (Z_3, Z_4, Z_5)
  Derivada en t = - 1

$$(dZ/dt)_{t=-1} = -2A + B$$

$$(dZ/dt)_{t=-1} = -2\,\frac{Z_3 + Z_5 - 2\,Z_4}{2} + \frac{Z_5 - Z_3}{2} \qquad 12)$$

Promediando los tres valores de dZ/dt estimados se llega a:

$$\overline{(dZ/dt)}_{t_3} = \frac{Z_1 - Z_5 + 5\,(Z_4 - Z_2)}{6} \qquad 13)$$

Si la unidad de tiempo I, se eligiera I = 1 hr, se tendría que:

$$Qr = \overline{(dZ/dt)}_t \times \frac{S}{3\,600} \quad (m3/s) \qquad 14)$$

S : superficie del lago a la cota Z(m) en m2.

6. COMENTARIO

El método propuesto permite obtener el gasto de regulación instantáneo con razonable precisión a partir de valores discretos del nivel Z, utilizando un algoritmo simple y de fácil implementación.

Por otra parte, el cálculo del caudal instantáneo máximo afluente a un lago o embalse requiere conocer el correspondiente caudal de regulación instantáneo. El procedimiento normal de cálculo solamente permite obtener el gasto de regulación medio en el intervalo, lo que podría conducir a errores importantes.

Ejemplo de cálculo :

sean los valores de Z horarios obtenidos del limnigrama del Lago Chapo: 12 y 13 de Julio 1983

(1) Día	(2) hora	(3) Z(m)	(4) Q_r (m3/s)	(5) Q_r (m3/s)	(6) Q (m3/s)	(7) AN (m3/s)
12/7	13	2,50				
	14	2,525	313		66,9	
	15	2,55	313	313		
	16	2,575	313	302	69,2	
	17	2,60	313	344		
	18	2,63	375	385	72,3	
	19	2,66	375	375		
	20	2,69	375	354	75,4	
	21	2,72	375	438		
	22	2,76	500	510	79,1	589
	23	2,80	500	531		
	24	2,845	563	604	84,0	688
13/7	1	2,89	563	469		
	2	2,92	375	344	88,4	432
	3	2,95	375	375		
	4	2,98	375	406	92,2	
	5	3,01	375	281		
	6	3,025	188	156	94,8	
	7	3,04	188			
	8	3,055				

Las columnas 1, 2 y 3 se explican por si solas.

Columna (4) : caudal de regulación calculado en forma discreta :

$$Q_r' = \frac{Zi - Zi\text{-}1}{3600} S \quad (m3/s)$$

S : superficie del lago (m2).

Columna (5) : caudal de regulación calculado en base a las ecuaciones 13)y 14)

Columna (6) : caudal en desague del lago Q, de acuerdo a la curva de descarga.

Columna (7) : caudal afluente neto AN, según la expresión 3)

La fig. 2 muestra, en general, una aceptable concordancia entre los caudales de regulación obtenidos por el método analítico propuesto y los provenientes del método discreto suavizados por la curva segmentada que se ha llamado "curva subjetiva". Este último calificativo proviene del hecho que no está claramente definido el máximo del caudal por este método gráfico.

El método analítico propuesto evita, por lo demás, trazar dicho gráfico y la línea segmentada necesaria para estimar el máximo caudal.

FIG 2

LAGO CHAPO

CRECIDA DEL 12-7-83