## Reconocimiento.

Los autores expresan su reconocimiento al financiamiento parcial con que ha contribuído a este trabajo el Departamento de Investigación y Bibliotecas, Dirección General Académica y Estudiantil, de la Universidad de Chile, a través del Proyecto de Investigación I 1940.

## Apéndice.

Los términos no nulos de la matriz F en el método de las características, con la nomenclatura indicada en la Figura 1, se calculan de la siguiente forma:

$$F_{1,1} = 1 + K1/K0 \qquad F_{1,2} = K1/K2 \qquad F_{1,3} = -K1/K0$$

para $j = 2, 4, \ldots (2N-4)$

$$F_{j,j-1} = -K7\{L\cdot(V+c)-K9\}/2 \qquad F_{j+1,j-1} = -K7/2$$

$$F_{j,j} = \{1+K8\{K9\cdot V-L(V^2+c^2)\}\} \qquad F_{j+1,j} = -K8\cdot V$$

$$F_{j,j+1} = K7(L\cdot V-K9) \qquad F_{j+1,j+1} = 1+K7$$

$$F_{j,j+2} = \{K8(V-c)/2\{L(V-c)-K9\}\} \qquad F_{j+1,j+2} = K8(V-c)/2$$

$$F_{j,j+3} = -K7/2\{L(V-c)-K9\} \qquad F_{j+1,j+3} = -K7/2$$

Si $j > 4$

$$F_{j,j-2} = K8(V+c)/2\{(V+c)L-K9\} \qquad F_{j+1,j-2} = K8(V+c)/2$$

y finalmente

$$F_{2N-2,2N-4} = K6\cdot D \qquad F_{2N-1,2N-4} = K6$$

$$F_{2N-2,2N-3} = K5\cdot D \qquad F_{2N-1,2N-3} = K5$$

$$F_{2N-2,2N-2} = 1-K6\cdot D \qquad F_{2N-1,2N-2} = -K6$$

$$F_{2N-2,2N-1} = -K5\cdot D \qquad F_{2N-1,2N-1} = 1-K5$$



SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

VII CONGRESO NACIONAL

# SINTESIS DE CRECIDAS PLUVIALES

Pablo Isensee Martínez ( 1 )

Guillermo Ortega Mondaca ( 2 )

## R E S U M E N

En este trabajo se presenta un modelo matemático que permite obtener el hidrograma total provocado por una tormenta en una cuenca pluvial, considerando las condiciones iniciales de humedad de los suelos. La lluvia efectiva y la infiltración se determinan con el método de la curva número del U.S.S.C.S. aplicado en forma incremental. Para la escorrentía directa se utiliza el hidrograma unitario adimensional del SCS. El flujo base se representa como la descarga de un embalse lineal cuya recarga es la infiltración pero retardada un cierto número de horas.

El modelo considera seis parámetros independientes, cuyos valores resultan de un proceso de calibración con los datos observados. Para la calibración se emplea el algoritmo de Rosenbrock.

Se presentan los resultados de una aplicación al caso del estero Chimbarongo y se discuten los resultados.

Este modelo forma parte de una tesis de ingeniero civil actualmente en desarrollo, que se concibió para resolver un problema originado en la Dirección de Riego del MOP.

( 1 ) Ingeniero Civil. Depto.Estudios y Proyectos - División Ingeniería Compañía Chilena de Generación Eléctrica S.A.

( 2 ) Alumno cuasi egresado. Escuela de Ingeniería Universidad de Chile

## 1.- INTRODUCCION

Los estudios de crecidas, en ríos de régimen pluvial, demandan la síntesis del hidrograma total provocado por la lluvia que se esté considerando.

Lo normal en estos casos es aplicar la metodología del hidrograma unitario, el cual puede derivarse de los registros existentes o bien obtenerse por medios sintéticos a partir de las características de la cuenca.

Determinado el hidrograma unitario, es necesario conocer la magnitud y distribución en el tiempo, tanto de la lluvia neta o efectiva, como del flujo base.

Para obtener la lluvia efectiva se recurre a curvas de infiltración que deben obtenerse del análisis de un gran número de hidrogramas observados.

Para el flujo base se suele adoptar una magnitud y una distribución en el tiempo de acuerdo con la experiencia que se tenga.

En este trabajo se presenta un modelo matemático, que aborda todas las fases del problema enunciado. Dicho modelo forma parte de una tesis de ingeniero civil, actualmente en desarrollo.

La lluvia neta se determina mediante el método de la curva número del Soil Conservation Service ( SCS ) de U.S.A. aplicado en forma incremental. La infiltración potencial de los suelos, así como la abstracción inicial requerida por dicho método, se calculan mediante la relación de Rafael Heras en la cual interviene el índice de precipitación antecedente. Este índice permite tomar en cuenta explícitamente las condiciones iniciales de humedad de la cuenca.

La escorrentía se calcula mediante el hidrograma unitario adimensional usado por el SCS aplicando el principio de superposición.

El flujo base se representa como el caudal de salida de un embalse lineal cuya recarga es la infiltración de la lluvia pero con un cierto retardo.

El hidrograma total resulta de sumar la escorrentía directa y el flujo base.

El modelo matemático planteado contempla siete parámetros de los cuales seis son independientes. Ellos deben ser determinados mediante un proceso de calibración y validación con los hidrogramas observados.



## 2.- DESCRIPCION DEL MODELO

A continuación se presentan las relaciones matemáticas que integran el modelo construido.

### 2.1. Lluvia efectiva

A partir de la precipitación puntual medida se obtiene la lluvia media sobre la cuenca como.

$$P = Fc * Po \qquad (1)$$

siendo

P = la lluvia media sobre la cuenca
Fc= factor de corrección, parámetro del modelo
Po= lluvia puntual observada .

La lluvia neta se determina con el método de la curva número, empleado por el SCS ( Ven Te Chow, 1964 ). Este procedimiento fue desarrollado para poder calcular la escorrentía diaria provocada por la precipitación diaria.

La ecuación es :

$$Pn= \frac{( P - Ia )^2}{( P-Ia) + S} \quad ; \quad P > Ia \qquad (2)$$

Donde :

Pn= precipitación neta acumulada = escorrentía acumulada
P = precipitación acumulada
Ia= abstracción inicial que incluye la intercepción, el almacenamiento en depresiones y la infiltración previa a la escorrentía.
S = Infiltración potencial

La abstracción inicial Ia, estimada de una relación empírica sobre datos de varias cuencas es :

$$Ia=0.2*S \qquad (3)$$

Sustituyendo la ecuación ( 3 ) en ( 2 ) resulta

$$Pn= \frac{( P - 0.2*S )^2}{P + 0.8*S} \qquad (4)$$

Los números de curva de escorrentía, designados como CN que dan el nombre al método, están definidos en función de S a través de la relación

$$CN = \frac{1000}{S + 10} \quad (5)$$

En los Estados Unidos se ha efectuado una amplia investigación que ha permitido asociar las características de infiltración de los suelos, junto con sus cubiertas vegetales, con los CN correspondientes a una condición de humedad antecedente promedio ( AMC II ).

También se dispone de los CN para condiciones de humedad bajo el promedio ( secos ) o clase AMCI y para condiciones sobre el promedio ( húmedos ) o clase AMC III. La selección del estado de humedad antecedente se efectúa considerando la lluvia acumulada de los cinco días anteriores y tomando en cuenta la época del año otoño-invierno o primavera - verano.

En Chile no disponemos de las clasificaciones de suelos mencionadas que permitirían conocer el valor de CN para una condición media de humedad ( AMC II).

Una manera de resolver este problema consiste en adoptar CN para AMC II como un parámetro del modelo. Los valores de CN para las condiciones de humedad AMC I y AMC III se pueden expresar en función de CN para AMC II. Considerando estas relaciones, la lluvia de los cinco días y los criterios de clasificación según la época del año, se puede determinar cual es el CN que correponde usar.

Otra manera de resolver el problema, que es la que se presenta en este trabajo, es aplicar la relación usada por Heras ( Heras, R. 1976 ).

$$Ia = Ia\ mx - ( Ia\ mx - Ia\ mn ) * \sqrt{1 - ( 1 - IPa/IPa\ mx )^2} \quad (6)$$

siendo :

Ia mx = Abstracción inicial máxima, parámetro del modelo
Ia mn = Abstracción inicial mínima, parámetro del modelo
IPa = Indice de precipitación anterior
IPamx = Indice de precipitación anterior máximo

El índice de precipitación anterior se calcula con las lluvias diarias mediante la ecuación recursiva ( Linsley, et al, 1967 )

$$IPa_t = 0.9 * IPa_{t-1} + Pt_{-1} \quad (7)$$

donde :

t = subíndice para el día
P = precipitación diaria

Un análisis de frecuencia de IPa permite calcular IPa mx, eligiendo un valor con baja probabilidad de excedencia, por ejemplo, 1% ó 2%.



Combinando las ecuaciones ( 3 ) y ( 2) se obtiene la ecuación ( 8 ) que permite calcular la lluvia neta acumulada para cada intervalo de tiempo.

$$Pn_t = \frac{( Pt - Ia )^2}{Pt + 4 * Ia} \; ; \; P_t > Ia \quad (8)$$

donde ahora

$Pn_t$ = lluvia neta acumulada hasta el intervalo t
Pt = lluvia acumulada hasta el intervalo t

La precipitación neta de cada intervalo se obtiene mediante :

$$pn_t = Pn_t - Pn_{t-1} \quad (9)$$

siendo

$pn_t$ = precipitación neta del intervalo t

## 2.2. Infiltración

Una vez satisfecha la abstracción inicial, toda la diferencia entre la lluvia y la lluvia neta debe infiltrarse. La infiltración total debe incluir también aquella parte de la abstracción inicial que corresponde a la infiltración previa a la escorrentía.

En el presente planteamiento se ha considerado que toda la abstracción inicial se infiltra.

## 2.3. Escorrentía directa

La escorrentía directa se calcula con la lluvia neta y con un hidrograma unitario aplicando el principio de superposición.

El hidrograma unitario de una cuenca se calcula como un promedio de todos los deducidos. Esto da un margen suficiente como para aplicar un hidrograma adimensional o bien uno que se pueda expresar matemáticamente. En este caso se ha aplicado el hidrograma adimensional que emplea el SCS ( US SCS," NEH",1972 ) el cual fue deducido de un gran número de hidrogramas correspondientes a cuencas de diferentes tamaños y ubicación.

Las ordenadas de este hidrograma unitario se expresan como fracción del gasto máximo Qp y sus abscisas como fracción del tiempo de ascenso Ta, el cual se define como el tiempo entre el inicio del escurrimiento y el momento del gasto peak. El tiempo base del hidrograma, Tb, es 5 veces el tiempo de ascenso.

Las ordenadas de este hidrograma son las del Cuadro Nº 1 siguiente :

Cuadro Nº 1 Hidrograma unitario adimensional del SCS .

| T/Ta | Q/Qp | T/Ta | Q/Qp | T/Ta | Q/Qp |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0.0 | 1.1 | 0.990 | 2.2 | 0.207 |
| 0.1 | 0.030 | 1.2 | 0.930 | 2.4 | 0.147 |
| 0.2 | 0.100 | 1.3 | 0.860 | 2.6 | 0.107 |
| 0.3 | 0.190 | 1.4 | 0.780 | 2.8 | 0.077 |
| 0.4 | 0.310 | 1.5 | 0.680 | 3.0 | 0.055 |
| 0.5 | 0.470 | 1.6 | 0.560 | 3.2 | 0.040 |
| 0.6 | 0.660 | 1.7 | 0.460 | 3.4 | 0.029 |
| 0.7 | 0.820 | 1.8 | 0.390 | 3.6 | 0.021 |
| 0.8 | 0.930 | 1.9 | 0.330 | 3.8 | 0.015 |
| 0.9 | 0.990 | 2.0 | 0.280 | 4.0 | 0.011 |
| 1.0 | 1.000 | | | 4.5 | 0.005 |
| | | | | 5.0 | 0.000 |

Conocido el tiempo de ascenso, Ta, que es otro parámetro del modelo, el tiempo base es

$$Tb = 5 \cdot Ta \tag{10}$$

El gasto peak resulta de la condición de hidrograma unitario, esto es, que el área bajo la curva corresponda a una lámina unitaria.

$$Qp = \frac{A \cdot Pn}{Ta \cdot 3{,}6 \cdot I} \tag{11}$$

donde :

A = área de la cuenca en ( $km^2$ )
Pn = lluvia neta en ( mm ) ; Pn = 1 ( mm )
Ta = tiempo de ascenso del hidrograma ( horas )
I = integral del hidrograma adimensional.

En este caso I = 1,33537

El hidrograma unitario corresponde a la duración de la lluvia utilizada en su deducción. En este caso se ha empleado una duración D = 1 (hora ). El hidrograma unitario para otras duraciones puede calcularse a partir del de 1 hora aplicando superposición.

La relación entre la duración de la lluvia, el tiempo de ascenso y el tiempo de retardo o desfase es :

$$Ta = 0{,}5 \cdot D + TL \tag{12}$$



en que

D = duración de la lluvia en ( horas )
TL = tiempo de retardo en ( horas ) es el lapso entre el centro de gravedad del hietograma de la lluvia y el momento en que ocurre el gasto peak.

Con las ecuaciones ( 12 ) y ( 11 ) es posible determinar también el hidrograma unitario de duración D, si se conoce el tiempo de retardo TL. Para este último, se han establecido relaciones con las características propias de la cuenca ( Benítez A. Rodríguez C.,1974)

Ellas son del tipo :

$$TL = Ct \left( \frac{L L_g}{\sqrt{S}} \right)^a \tag{13}$$

donde

Ct = coeficiente empírico
a = coeficiente empírico
L = Longitud del cauce principal en km
Lg = longitud del cauce hasta la altura del centro de gravedad
S = pendiente media de la cuenca.

2.4. Flujo base

El caudal base se ha representado como la descarga de un embalse de tipo lineal, es decir, aquél en que la descarga es directamente proporcional al almacenamiento. Así

$$V = K \cdot Q \tag{14}$$

La continuidad establece además

$$I - Q = \frac{dV}{dt} \tag{15}$$

donde :

V = almacenamiento en el acuífero
Q = descarga del acuífero
I = recarga del acuífero
K = constante del acuífero, parámetro del modelo
t = variable tiempo

Combinando estas dos últimas ecuaciones e integrando en el intervalo ( t,t + T ), supuesto I constante en dicho intervalo,resulta la ecuación

$$Q_{t+T} = I_t + (Q_t - I_t)\, e^{-T/K} \qquad (16)$$

La recarga del acuífero corresponde a la infiltración pero retardada en un tiempo TR, que es otro parámetro del modelo.

2.5. Hidrograma total

La escorrentía directa provocada por la lluvia efectiva sumada con el flujo base entrega el hidrograma total.

## 3.- APLICACION Y CONCLUSIONES

Este modelo forma parte de una tesis de ingeniero civil en la cual se pretende establecer un procedimiento para estimar los niveles que alcanzaría un embalse para diferentes precipitaciones que pueden ocurrir durante el desarrollo de un temporal.

El modelo se ha calibrado con diferentes crecidas registradas en el estero Chimbarongo en Convento Viejo utilizando los pluviogramas de la estación San Fernando.

El proceso de calibración, es decir, la búsqueda de la combinación de parámetros que produce el mejor ajuste entre los valores simulados y los observados se ha abordado con el algoritmo de Rosenbrock (FAO,1973) que se ha incluído como subrutina en el programa de computación elaborado.

En la Figura Nº 1 se presentan los valores observados y simulados de la crecida del 22/6/69 conjuntamente con el hietograma de la lluvia que la provocó . Las condiciones de humedad inicial de la cuenca quedan representadas por un valor del índice de precipitación antecedente de 48 mm que corresponde a un estado bajo el promedio. Como puede apreciarse el ajuste logrado es excelente, lo que se refleja en $r^2 = 0.994$. Para este caso se obtuvieron los siguientes parámetros :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ta = 13,2 ( horas ) | | Fc = 0.60 | |
| Qp = 9,2 ( $m^3$/ s ) | | Iamn = 3.4 | ( mm) |
| K = 156,5 ( horas ) | | Iamx = 7.6 | ( mm) |
| TR = 4,3 ( horas ) | | | |

En las demás crecidas analizadas también se han obtenido ajustes muy buenos pero lo valores óptimos de algunos parámetros han presentado variaciones importantes de una crecida a otra.

Las variaciones más fuertes ocurren en los parámetros Iamn e Iamx que se usan para calcular la abstracción inicial, en el factor Fc de corrección de la lluvia y en la constante del acuífero.

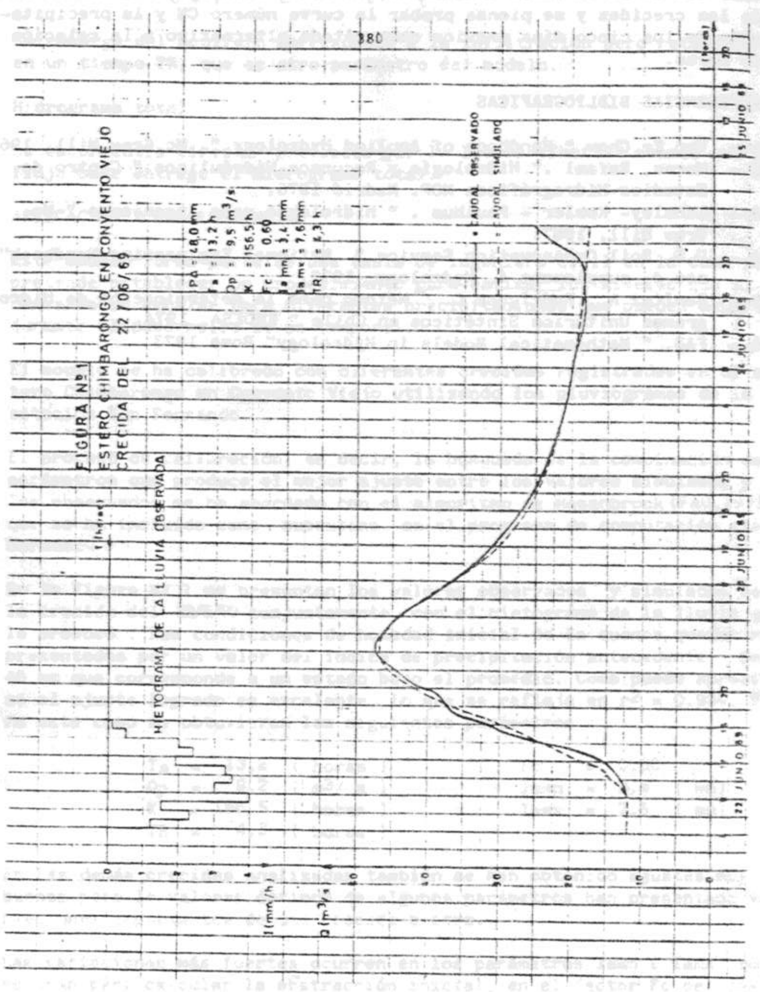
El parámetro Ta del hidrograma unitario y por lo tanto Qp así como el tiempo de retardo TR presentan poca variación de una crecida a otra.



Actualmente se está investigando la distribución espacial de las lluvias con datos de otras estaciones, se están analizando las recesiones de las crecidas y se piensa probar la curva número CN y la precipitación de los cinco días previos como método alternativo a la relación de Heras.

## 4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1.- Ven Te Chow " Handbook of Applied Hydrology ". Mc Graw Hill, 1964
2.- Heras, Rafael ." Hidrología y Recursos Hidráulicos " Centro de Estudios Hidrográficos MOP. Madrid 1976.
3.- Linsley- Kohler - Paulhus . " Hidrología para Ingenieros " Mc. Graw Hill, 1967.
4.- U.S. Soil Conservation Service " National Engineering Handbook". sec 4, supplement A, Hydrology, 1972.
5.- Benítez A., Rodríguez C. " Método para la determinación de Hidrogramas Unitarios Sintéticos en Chile " ENDESA, 1974.
6.- FAO. " Mathematical Models in Hydrology" Roma 1973






SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

VII CONGRESO NACIONAL

# PROCEDIMIENTO PARA LA ESTIMACION DE CRECIDAS EN CUENCAS NIVALES

Humberto Peña T. (1)

Fernando Escobar C. (1)

Fernando Vidal J. (2)

## R E S U M E N

Se propone un método de evaluación de crecidas por derretimiento de nieves para la zona central del país, en cuencas que no dispongan de información fluviométrica. El método propuesto requiere para su uso de escasa información y su aplicación es sencilla, pudiendo ser de utilidad en la evaluación de crecidas para el diseño de obras menores donde no se justifica el empleo de procedimientos complejos, o como una primera aproximación en obras de mayor importancia.

El presente estudio está basado en diversas investigaciones realizadas en la alta cordillera de la cuenca del río Maipo.

(1) Ingeniero Civil. Dirección General de Aguas.

(2) Meteorólogo. Dirección General de Aguas.