

PROPAGACION DE CRECIDAS EN "TIEMPO REAL"

USANDO EL FILTRO DE KALMAN

Ximena Vargas M. (1)

Humberto Zavala Z. (2)

Ernesto Brown F. (1)

RESUMEN

Se presenta el método del filtro de Kalman y se usa en conjunto con métodos de análisis de propagación de crecidas en cauces naturales, comparándose los resultados con aquellos obtenidos por los métodos tradicionales. Se establecen las ventajas de esta metodología en el pronóstico de crecidas en "tiempo real".

- (1) Ingenieros Civiles. Profesores e Investigadores. Centro de Recursos Hidráulicos. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Chile.
- (2) Ayudante de investigación. Centro de Recursos Hidráulicos. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Chile.

1. Introducción.

Con el objeto de predecir las variaciones espaciales y temporales de hidrogramas de crecidas en tramos de canalizaciones abiertas, se utilizan diversos métodos de análisis de propagación de crecidas. Dentro de estos, existen dos grandes grupos, aquellos basados en la solución numérica de las ecuaciones diferenciales de continuidad y cantidad de movimiento, que describen el flujo impermanente en canales abiertos, normalmente denominados métodos hidráulicos, y aquellos llamados métodos hidrológicos, que basados en la ecuación de continuidad y una relación para la función de almacenamiento en el tramo, se aproximan a la solución buscada. El empleo de una determinada técnica, dependerá fundamentalmente del tipo de problema que se está analizando. Uno de los problemas que ha merecido especial atención en años recientes, es el de pronóstico de crecidas en el corto plazo, con el objeto de tomar medidas apropiadas de control y manejo de obras hidráulicas en eventos extremos, a medida que estos se van desarrollando, se emplea usualmente en estos casos el término "tiempo real" en referencia a este tipo de pronósticos.

Para el pronóstico de crecidas en "tiempo real", los procedimientos tradicionales de análisis de propagación de crecidas presentan limitaciones que no hacen posible tomar en cuenta a lo largo del tiempo, la información que puede ir obteniéndose durante la ocurrencia del suceso, a lo largo del tramo en estudio. En este trabajo se analiza una técnica, aplicable en algunos casos, denominada Filtro de Kalman, que es especialmente apropiada para pronósticos en "tiempo real".

El método del Filtro de Kalman supone que un modelo analítico cualquiera, que puede ser planteado para algún problema en estudio, es una imperfecta representación del proceso. El modelo del proceso debe formularse en ecuaciones que se conocen como representación estado-espacio. Esta representación consiste en una ecuación del sistema (o modelo), que representa el proceso en términos de, valores conocidos y de un error que refleja la imperfec

ta representación del sistema por el modelo; y una ecuación de medición, la cual puede ser usada para representar las mediciones de las entradas y salidas del modelo, sujetas a un error de medición. Si se conoce el comportamiento del sistema hasta el tiempo presente, el filtro de Kalman especifica de qué manera pueden efectuarse los pronósticos del comportamiento futuro del sistema y su error asociado, y cómo, a medida que se efectúan nuevas mediciones, estos pronósticos y sus errores pueden actualizarse considerando esta nueva información.

Este procedimiento ha sido aplicado con éxito por Moore y Jones (1977) y Wood (1977), para el rastreo de crecidas en tiempo real en el río Dee, Reino Unido, utilizando modelos del tipo AR(p) con variables exógenas, y otros basados en la ecuación de onda cinemática. En este trabajo se analiza su aplicabilidad cuando se consideran los modelos tradicionalmente usados en nuestro medio, tales como el método de Muskingum (hidrológico) y el método de las características (hidráulico).

2. Filtro de Kalman.

2.1 Metodología.

Sea un proceso discreto que puede ser representado por dos ecuaciones, una denominada ecuación de evolución de estado o ecuación del sistema:

$$X_t = F_{t-1} X_{t-1} + E_t U_t + G_t w_t \quad (1)$$

y la otra, ecuación de mediciones:

$$z_t = H_t X_t + v_t \quad (2)$$

donde X_t corresponde al estado del sistema en el tiempo t , representado por una matriz de dimensión $n \times 1$ o vector columna, U_t es una entrada determinística en el tiempo t y corresponde a un vector de

dimensión s ; z_t es un vector columna de dimensión 1 que incluye las mediciones hechas en el tiempo t de algunas o todas las variables contenidas en el vector de estado, F_{t-1} es una matriz de $n \times n$ denominada función de transición del estado del sistema del tiempo $t-1$ al tiempo t . E_t : es una matriz de $n \times s$ que corresponde a la entrada determinística; H_t es una matriz de $1 \times n$ que relaciona el estado con las mediciones, w_t y v_t son vectores columna de dimensiones m y 1 respectivamente, que representan los ruidos del sistema y mediciones, respectivamente, finalmente, G_t es una matriz de $n \times m$ que se denomina matriz del ruido del sistema.

Las matrices F , E , G y H deben ser conocidas y pueden ser variables o constantes en el tiempo; ello dependerá del proceso que se está modelando y del modelo correspondiente.

La entrada determinística U_t no se considera explícitamente en el desarrollo que sigue, dado que no altera el procedimiento. La metodología supone que los ruidos w_t y v_t son secuencias independientes de impactos aleatorios con distribución normal, denominadas de ruido blanco, con valores esperados \bar{w} y \bar{v} y varianzas T y R respectivamente. El objetivo último del método, es encontrar una estimación del estado X_t cuando z_i ($i = 1, \dots, t$) han sido medidos; esta estimación, $\hat{X}_{t/t}$, se calcula recursivamente y requiere de una predicción $\hat{X}_{t/t-1}$, en el tiempo anterior, la que se obtiene usando la ecuación del sistema (1), la que escrita con esta nomenclatura es:

$$\hat{X}_{t/t-1} = F_{t-1} \hat{X}_{t-1/t-1} + G_t \bar{w} \quad (3)$$

Una vez que se conoce la medida z_t correspondiente al tiempo t , se calcula la innovación v_t , haciendo uso de la ecuación de medición (2):

$$v_t = z_t - (H_t \hat{X}_{t/t-1} + \bar{v}) \quad (4)$$

y luego, es posible actualizar la estimación, afectando el pronóstico por un término correctivo:

$$\hat{X}_{t/t} = \hat{X}_{t/t-1} + K_t v_t \quad (5)$$

en que K_t se denomina ganancia de Kalman, que se define considerando que el filtro debe tener, una varianza mínima y ser insesgado, para que sea óptimo. La ganancia de Kalman queda definida por la matriz de varianza-covarianza de los errores del pronóstico $P_{t/t-1}$ y por la varianza de los errores de la medición $Z_{t/t-1}$:

$$K_t = P_{t/t-1} H_t^T Z_{t/t-1}^{-1} \quad (6)$$

El cálculo de estas matrices y vectores es recursivo, ya que se demuestra que tanto $P_{t/t-1}$ como $Z_{t/t-1}$ dependen de la estimación del estado inicial $\hat{X}_{0/0}$ y de la varianza-covarianza de sus errores $P_{0/0}$. Esto queda de manifiesto de las siguientes definiciones:

$$P_{t/t-1} = F_{t-1} P_{t-1/t-1} F_{t-1}^T + G_t T G_t^T \quad (7)$$

$$P_{t/t} = [I - K_t H_t] P_{t/t-1} \quad (8)$$

$$Z_{t/t-1} = H_t P_{t/t-1} H_t^T + R \quad (9)$$

El conocimiento de todas las matrices anteriores posibilita entonces el pronóstico del estado en el tiempo $t+1$ y el cálculo de la matriz de varianza-covarianza del error correspondiente:

$$\hat{X}_{t+1/t} = F_t \hat{X}_{t/t} + G_{t+1} \bar{w} \quad (10)$$

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + G_{t+1} T G_{t+1}^T \quad (11)$$

Es posible demostrar que si el filtro es óptimo y todas las matrices F_t , H_t , G_t , \bar{w} , \bar{v} , T y R son conocidas, la secuencia de innovaciones del filtro será un proceso independiente gaussiano con las siguientes propiedades:

$$E\{v_t\} = 0 \quad (12)$$

$$E\{v_t^T v_{t-k}^T\} = (R + H_t P_{t-1} H_t^T) \delta_{t,t-k} \quad (13)$$

siendo $\delta_{t,t-k}$ el delta de Kroenecker.

2.2 El filtro de Kalman en el rastreo de Crecidas usando el método de las características.

Para estudiar la propagación de ondas en canales abiertos, tradicionalmente se usan las ecuaciones a derivadas parciales de Saint Venant. Si en ellas se considera un canal prismático en que no hay aportes laterales, las ecuaciones pueden escribirse en la forma básica del método de las características, como sigue:

$$\left[\frac{\partial Q}{\partial t} + (V+c) \frac{\partial Q}{\partial x} \right] - L(V+c) \left[\frac{\partial y}{\partial t} + (V+c) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = gA(S_0 - S_f) \quad (14)$$

$$\frac{dx}{dt} = V+c \quad (15)$$

siendo Q el caudal; t el tiempo; V la velocidad media del escurrimiento; c la celeridad de la onda; y la altura de escurrimiento; x la distancia; L el ancho superficial; A el área de escurrimiento; g la aceleración de gravedad; S_0 la pendiente de fondo y S_f la pendiente de la línea de energía.

En su desarrollo tradicional el método requiere de una condición de borde aguas arriba, en este caso el hidrograma de entrada, y otra aguas abajo, en este caso la ecuación de Manning, las que en conjunto con una discretización adecuada de las ecuaciones características hacia atrás y hacia adelante, respectivamente, permiten resolver en forma explícita el sistema de ecuaciones para los puntos extremos. Para los puntos interiores se ocupan las ecuaciones características hacia atrás y hacia adelante discretizadas de modo de obtener en forma explícita las incógnitas Q e y para el tiempo siguiente en cada punto de interés. Para asegurar la estabilidad del método, Seguel (1978) propone evaluar la pendiente de la línea de energía como:

$$S_f \approx S_0 + \frac{1}{c} \frac{\partial y}{\partial t} \quad (16)$$

Por otra parte la condición de convergencia en este método, queda dada por:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|V|+c} \quad (17)$$

De esta manera, las ecuaciones que se muestran en la Figura 1 definen la altura y el caudal en cualquiera de los N puntos del tramo en estudio.

A base de estas ecuaciones, para aplicar la metodología del filtro de Kalman, se considera que:

- el vector de estado queda definido por las alturas y caudales en los distintos puntos del tramo en estudio:

$$x_t^T = \{y_1^t \ Q_2^t \ y_2^t \ \dots \ Q_N^t \ y_N^t\} \quad (18)$$

- el vector de variables determinísticas corresponde a los caudales en la sección de entrada

$$u_t^T = \{Q_1^{t+1} \ Q_1^t\} \quad (19)$$

- el vector de mediciones sólo contiene el caudal en la sección de salida

$$z_t = \{Q_N^t\} \quad (20)$$

- la matriz F de transición del estado, se define como una matriz de banda de ancho 6, en que, con la notación definida en la Figura 1, los términos no nulos quedan expresados en la forma que se indica en el Apéndice.

FIGURA 1
ECUACIONES METODO DE LAS CARACTERISTICAS

SECCION 1

$$Y_1^{N+1} = Y_1^N (1 + \frac{K1}{K2}) - Y_2^N (\frac{K1}{K2}) + Q_1^{N+1} \cdot (\frac{1-K1}{K2}) + Q_2^N \cdot \frac{K1}{K2}$$

SECCION N

$$Y_N^{N+1} = Y_N^N \cdot K5 + Y_N^N (1-K5) + Q_{N+1}^N \cdot K6 - Q_N^N \cdot K6$$

$$Q_N^{N+1} = Y_{N+1}^N \cdot K5 \cdot D - Y_N^N \cdot K5 \cdot D + Q_{N+1}^N \cdot K6 \cdot D + Q_N^N (1-K6 \cdot D)$$

SECCION K+2 N-1

$$Y_K^{K+2} = -Y_{K-1}^K \cdot \frac{K7}{K2} + Y_K^K (1+K7) - Y_{K+1}^K \cdot \frac{K7}{K2} + Q_{K-1}^K \cdot K8 \cdot \frac{(V+c)}{2} - Q_K^K \cdot V + Q_{K+1}^K \cdot \frac{K8 \cdot (V-c)}{2}$$

$$Q_K^{K+2} = -Y_{K-1}^K \cdot \frac{K7}{K2} \cdot [L(V+c) - K9] + Y_K^K \cdot K7 \cdot (L(V-c) - K9) - Y_{K+1}^K \cdot \frac{K7}{K2} [L(V-c) - K9] + Q_{K-1}^K \cdot \frac{K8 \cdot (V-c)}{2} \cdot [(V+c) \cdot L - K9] + Q_K^K \cdot [1 + K8 \cdot (L(V+c)^2) + K9 \cdot V] + Q_{K+1}^K \cdot \frac{K8 \cdot (V-c)}{2} \cdot (L(V-c) - K9)]$$

EN DONDE LAS CONSTANTES SE EVALUAN EN EL TIEMPO 1

$$K0 = 1 - \frac{A \cdot \Delta t}{c \cdot L(V+c)}$$

$$K4 = 1 + \frac{K1 \cdot \Delta t}{K2}$$

$$K8 = \frac{K8}{V} \cdot \Delta t$$

$$K1 = (V-c) \cdot \frac{\Delta t}{K2}$$

$$K2 = L(V+c) \cdot K0$$

$$K5 = \frac{L \cdot (V^2 - c^2)}{K2} \cdot \frac{\Delta t}{K4}$$

$$K9 = \frac{K8 \cdot \Delta t}{2}$$

$$D = \frac{Q0}{Q1}$$

$$K3 = D \cdot L \cdot (V-c)$$

$$K7 = \frac{V^2 - c^2}{2} \cdot \frac{\Delta t}{K2}$$

- la matriz E que afecta a la variable determinística, contiene sólo 4 valores no nulos:

$$E_{1,1} = \frac{1}{K2} \quad E_{1,2} = -\frac{1+K1}{K2} \quad (21)$$

$$E_{22} = F_{j,j-2} \quad E_{32} = F_{j+1,j-2}$$

- la matriz H depende de la definición del vector z_t y en este caso contiene sólo 1 término no nulo:

$$H = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0] \quad (22)$$

- los ruidos en general se consideran con valor esperado nulo y, las matrices relacionadas con ellos dependen de la aplicación propiamente tal.

2.3 El Filtro de Kalman en el Rastreo de Crecidas Usando el Método de Muskingum.

Uno de los métodos hidrológicos comúnmente usado para el rastreo de crecidas en cauces naturales, corresponde al método de Muskingum, que considera la ecuación de continuidad:

$$I - Q = \frac{dS}{dt} \quad (23)$$

y expresa la función de almacenamiento S del tramo usando dos parámetros k y α , y los caudales de entrada I, y salida Q, del tramo, como sigue:

$$S = k\{\alpha I + (1-\alpha)Q\} \quad (24)$$

Las dos ecuaciones anteriores permiten expresar el caudal de salida en el tiempo siguiente a través de la ecuación:

$$Q^{t+1} = C_0 I^{t+1} + C_1 I^t + C_2 Q^t \quad (25)$$

donde, si Δt representa el intervalo de tiempo de rastreo, se tiene:

$$C_0 = - \frac{k\alpha - 0,5\Delta t}{k - k\alpha + 0,5\Delta t}$$

$$C_1 = \frac{k\alpha + 0,5\Delta t}{k - k\alpha + 0,5\Delta t} \quad (26)$$

$$C_2 = \frac{k - k\alpha - 0,5\Delta t}{k - k\alpha + 0,5\Delta t}$$

Si el tramo de río se divide en $N-1$ subtramos, se tiene que la entrada a cada subtramo corresponde al caudal de salida del tramo anterior ($I_i^t = Q_{i-1}^t$) y por lo tanto si el caudal de entrada en la sección inicial es Q_1 en forma general, el caudal en cualquier sección i puede expresarse como:

$$Q_i^{t+1} = C_0^{i-1} Q_1^{t+1} + C_0^{i-2} C_1 Q_1^t + C_0^{i-3} (C_1 + C_0 C_2) Q_2^t + \dots$$

$$\dots + C_0^0 (C_1 + C_0 C_2) Q_{i-1}^t + C_2 Q_i^t \quad (27)$$

A base de lo anterior, para aplicar la metodología del filtro de Kalman se considera que:

- el vector de estado queda definido por los caudales de salida de cada subtramo:

$$X_t^T = \{Q_2^t, Q_3^t, \dots, Q_N^t\} \quad (28)$$

- el vector de variables determinísticas corresponde a los caudales en la sección de entrada

$$U_t^T = \{Q_1^{t+1}, Q_1^t\} \quad (29)$$

- el vector de mediciones sólo contiene al caudal en la sección de salida.

$$z_t = \{Q_N^t\} \quad (30)$$

- la matriz F se define como una matriz triangular inferior:

$$F = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_1 + C_0 C_2 & C_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_0(C_1 + C_0 C_2) & C_1 + C_0 C_2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_0^2(C_1 + C_0 C_2) & C_0(C_1 + C_0 C_2) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & C_2 & \vdots \\ C_0^{N-3}(C_1 + C_0 C_2) & C_0^{N-4}(C_1 + C_0 C_2) & \dots & \dots & (C_1 + C_0 C_2) & C_2 & \dots \end{bmatrix} \quad (31)$$

- la matriz E que afecta a la variable determinística, se expresa como:

$$E = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 \\ 0 & 0 \\ C_0 & C_0 C_1 \\ 0 & C_0^2 C_1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ C_0^{N-1} & C_0^{N-2} C_1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

- la matriz H contiene sólo 1 término no nulo.

$$H = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] \quad (33)$$

3. Aplicaciones.

La metodología descrita en el punto anterior se ha aplicado a la cuenca del río Tinguiririca que se muestra en la Figura 2. Se utiliza como hidrograma de entrada la suma de los hidrogramas medidos en las estaciones Tinguiririca en Bajo Los Briones y Claro en el Valle; el hidrograma de salida se supone igual al registrado en la estación Tinguiririca en Los Olmos, al cual se le resta, con un desfase de 2 horas, el hidrograma registrado en Chimbarongo en Santa Cruz, el hidrograma resultante se corrige tomando en cuenta los aportes no controlados. Las crecidas pluviales, corresponden a las analizadas por Ortiz (1967) y Seguel (1978), y ocurrieron en los meses de Abril y Junio de 1965.

Para aplicar los métodos se consideró adecuadas las hipótesis efectuadas por Seguel (1978) en cuanto a características geométricas e hidráulicas del tramo. De acuerdo a lo anterior, se supuso el tramo en estudio de sección parabólica y dividido en 8 subtramos de 10 kms. con pendiente de fondo $S_0 = 0,002$, coeficiente de rugosidad de Manning $n = 0,025$, un tiempo de desfase entre la entrada y salida de 10 hrs. y un valor 0,25 para el parámetro α los intervalos de tiempo usados corresponden a 1.200 seg., para el método de las características y 2 hrs. para el método de Muskingum. Los valores de las matrices F y E se calculan internamente en el programa utilizando subrutinas desarrolladas especialmente para ello, mientras que las matrices relacionadas con los ruidos se supusieron constantes en el tiempo y fue necesario definir las por un procedimiento de tanteos de modo de lograr la optimalidad del filtro. De esta manera, se obtuvo lo siguiente:

- la matriz T, que corresponde a la varianza del ruido en la ecuación del sistema, depende básicamente del modelo planteado y de la bondad de ajuste de éste al proceso. Para el método de las características, el suponer la matriz T definida como una matriz de banda de ancho máximo 6, tal que las varianzas de

las variables altura (m) y caudal (m^3/s) tomen valores 0,013 y 10 respectivamente, y las covarianzas tomen valores 0,05, 0,005 y 1,0 para altura-caudal, altura-altura y caudal-caudal respectivamente, entrega resultados satisfactorios.

En el método de Muskingum resultó conveniente expresar la matriz T como una matriz en que las varianzas de los caudales en cada punto toman el valor 5,0 y todas las covarianzas son iguales a 0,2.

- la matriz R, correspondiente a la varianza del ruido en la ecuación de medición se consideró razonable suponerla igual a la unidad.

Para iniciar el proceso de rastreo se supuso que la condición de borde inicial en todo el cauce correspondía al de un régimen de escurrimiento normal y que la matriz de varianza-covarianza de los errores de la estimación $\Gamma_{0/0}$ quedaba representada por una matriz con coeficientes no nulos sólo en la diagonal e iguales a 0,2.

Los resultados obtenidos se muestran en las Figuras 3 a 5 para cada una de las crecidas consideradas utilizando los 2 métodos analizados. En las Tablas 1 y 2, se comparan los resultados desde el punto de vista de errores de estimación del gasto máximo y tiempo de ocurrencia.

Tabla 1
Error de Estimación del gasto Máximo (%)

Método	Crecida		
	13-17 Abril	5-8 Junio	24-27 Junio
Características	8,9	-4,7	-12,8
Características + F.K.	-1,6	-0,9	-3,5
Muskingum	7,5	-3,8	-7,8
Muskingum + F.K.	5,3	5,8	6,0

FIG. 2 ESQUEMA DE UBICACION



FIG. 3 HIDROGRAMA DE ESCORRENTIA TOTAL - TINGUIRIRICA EN LOS OLMOS CRECIDA 13-17 ABRIL 1965

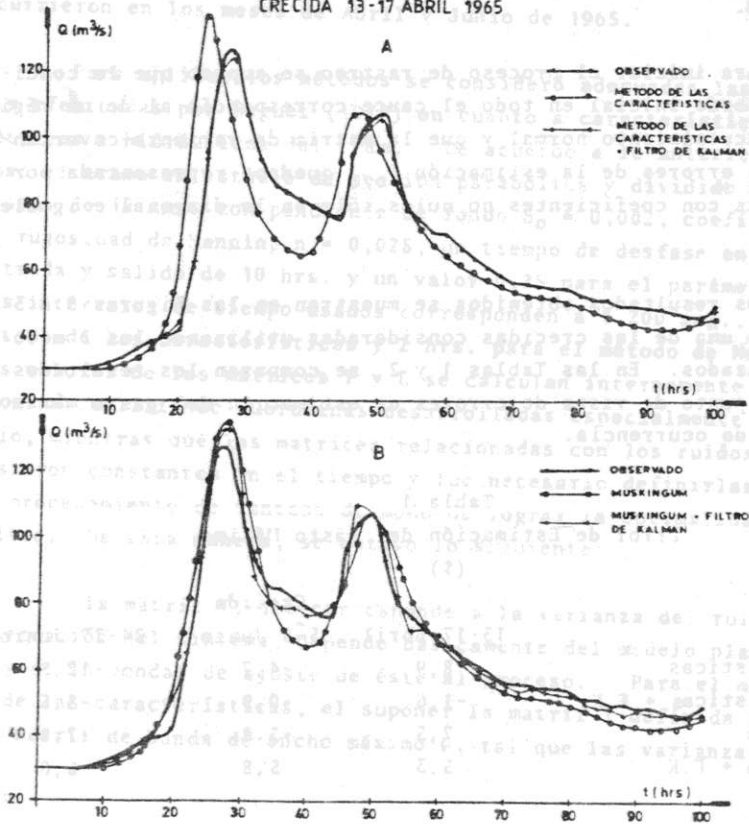


FIG. 4 HIDROGRAMA DE ESCORRENTIA TOTAL - TINGUIRIRICA EN LOS OLMOS CRECIDA 5-8 JUNIO 1965

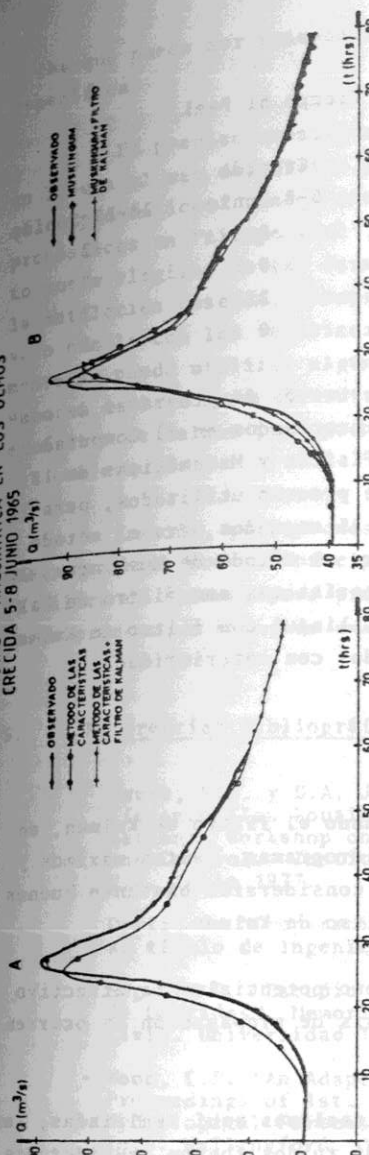


FIG. 5 HIDROGRAMA DE ESCORRENTIA TOTAL - TINGUIRIRICA EN LOS OLMOS CRECIDA 24-27 JUNIO 1965

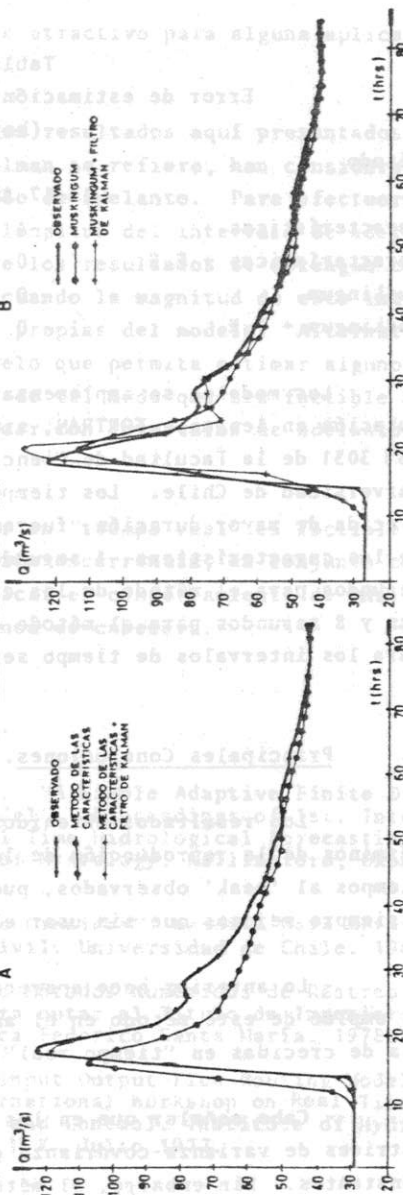


Tabla 2
Error de estimación del Tiempo al Peak
(horas)

Método	Crecida		
	13-17 Abril	5-8 Junio	24-27 Junio
Características	-4	-2	-2
Características + F.K.	0	0	0
Muskingum	0	2	2
Muskingum + F.K.	0	0	2

Los modelos se implementaron a través de programas de computación en lenguaje FORTRAN, siendo procesados en el Computador IBM 3031 de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile. Los tiempos de proceso utilizados, para la crecida de mayor duración, fueron de 15 segundos para el método de las características, 1 segundo para el método de Muskingum, 240 segundos para el método de las características con filtro de Kalman y 8 segundos para el método de Muskingum con filtro de Kalman, para los intervalos de tiempo señalados con anterioridad.

4. Principales Conclusiones.

- Los resultados obtenidos usando el filtro de Kalman, en términos de la reproducción de los hidrogramas, gastos máximos y tiempos al 'peak' observados, pueden considerarse bastante buenos y siempre mejores que sin usar el filtro de Kalman.

- Lo anterior hace aparecer como potencialmente atractivo el empleo de este método en el análisis de propagación de ocurrencia de crecidas en "tiempo real".

- Cabe señalar que en las aplicaciones aquí realizadas, las matrices de varianza-covarianza de los ruidos fueron consideradas constantes. Sin embargo, el método permite considerarlas como variables en el tiempo, lo que da una mayor flexibilidad al método.

hecho que puede ser potencialmente atractivo para alguna aplicación específica.

- Es preciso señalar que los resultados aquí presentados, en lo que al uso del filtro de Kalman se refiere, han considerado sólo "pronósticos" con un intervalo de adelanto. Para efectuar pronósticos en "tiempo real", la longitud del intervalo de adelanto puede elegirse de tal forma que los resultados se obtengan con la antelación deseada, siempre y cuando la magnitud de este intervalo cumpla con las restricciones propias del modelo. Alternativamente se puede utilizar algún modelo que permita estimar algunos valores de la función de entrada, de tal modo que sea factible usar el filtro de Kalman para pronosticar con intervalos de adelanto "1" cualesquiera.

- También, para pronosticar en "tiempo real" es factible usar distintos modelos precipitación-escorrentía, en conjunto con el filtro de Kalman, para pronosticar el comportamiento de una cuenca intermedia, o bien, de una cuenca de cabecera.

5. Referencias Bibliográficas.

- Moore, R.J. y D.A. Jones. "A Simple Adaptive Finite Difference Flow Routing Model". Proceedings of 1st. International Workshop on Real Time Hydrological Forecasting and Control. Institute of Hydrology. Wallingford, Oxon. U.K. Julio 1977.
- Ortiz, J. "Propagación de Crecidas". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile. 1967.
- Seguel, R. "Estudio Sobre Métodos Numéricos de Rastreo de Crecidas". Memoria para optar al Título de Ingeniero Civil. Universidad Técnica Federico Santa María. 1978.
- Wood, E.F. "An Adaptive Input-Output Flow Routing Model". Proceedings of 1st. International Workshop on Real Time Hydrological Forecasting and Control. Institute of Hydrology. Wallingford. Oxon. U.K. Julio 1977.

Reconocimiento.

Los autores expresan su reconocimiento al financiamiento parcial con que ha contribuido a este trabajo el Departamento de Investigación y Bibliotecas, Dirección General Académica y Estudiantil, de la Universidad de Chile, a través del Proyecto de Investigación I 1940.

Apéndice.

Los términos no nulos de la matriz F en el método de las características, con la nomenclatura indicada en la Figura 1, se calculan de la siguiente forma:

$$F_{1,1} = 1 + K1/K0 \quad F_{1,2} = K1/K2 \quad F_{1,3} = -K1/K0$$

para $j = 2, 4, \dots (2N-4)$

$$F_{j,j-1} = -K7(L \cdot (V+c) - K9)/2 \quad F_{j+1,j-1} = -K7/2$$

$$F_{j,j} = \{1 + K8(K9 \cdot V - L(V^2 + c^2))\} \quad F_{j+1,j} = -K8 \cdot V$$

$$F_{j,j+1} = K7(L \cdot V - K9) \quad F_{j+1,j+1} = 1 + K7$$

$$F_{j,j+2} = \{K8(V-c)/2\{L(V-c) - K9\}\} \quad F_{j+1,j+2} = K8(V-c)/2$$

$$F_{j,j+3} = -K7/2\{L(V-c) - K9\} \quad F_{j+1,j+3} = -K7/2$$

Si $j > 4$

$$F_{j,j-2} = K8(V+c)/2\{(V+c)L - K9\} \quad F_{j+1,j-2} = K8(V+c)/2$$

y finalmente

$$F_{2N-2,2N-4} = K6 \cdot D \quad F_{2N-1,2N-4} = K6$$

$$F_{2N-2,2N-3} = K5 \cdot D \quad F_{2N-1,2N-3} = K5$$

$$F_{2N-2,2N-2} = 1 - K6 \cdot D \quad F_{2N-1,2N-2} = -K6$$

$$F_{2N-2,2N-1} = -K5 \cdot D \quad F_{2N-1,2N-1} = 1 - K5$$

SINTESIS DE CRECIDAS PLUVIALES

Pablo Isensee Martínez (1)

Guillermo Ortega Mondaca (2)

R E S U M E N

En este trabajo se presenta un modelo matemático que permite obtener el hidrograma total provocado por una tormenta en una cuenca pluvial, considerando las condiciones iniciales de humedad de los suelos. La lluvia efectiva y la infiltración se determinan con el método de la curva número del U.S.S.C.S. aplicado en forma incremental. Para la escorrentía directa se utiliza el hidrograma unitario adimensional del SCS. El flujo base se representa como la descarga de un embalse lineal cuya recarga es la infiltración pero retardada un cierto número de horas.

El modelo considera seis parámetros independientes, cuyos valores resultan de un proceso de calibración con los datos observados. Para la calibración se emplea el algoritmo de Rosenbrock.

Se presentan los resultados de una aplicación al caso del estero Chimbarongo y se discuten los resultados.

Este modelo forma parte de una tesis de ingeniero civil actualmente en desarrollo, que se concibió para resolver un problema originado en la Dirección de Riego del MOP.

(1) Ingeniero Civil. Depto. Estudios y Proyectos - División Ingeniería
Compañía Chilena de Generación Eléctrica S.A.

(2) Alumno cuasi egresado. Escuela de Ingeniería Universidad de Chile