

Figura 10. Velocidad Local y Esfuerzo de Corte, para flujo pulsante.

Figura 8. Velocidad Media.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
VII CONGRESO NACIONAL

ESTABLECIMIENTO EN EL TIEMPO DE FLUJO TURBULENTO
EN UNA CAÑERIA CIRCULAR

Mario Letelier S. (1)

Alejandro Gutiérrez S. (2)

Resumen: Se estudia el fenómeno de aceleración de flujo turbulento en una cañería circular entre dos estados estacionarios. Se presenta una aproximación lineal para modelar los esfuerzos de Reynolds en el proceso transiente, la cual conduce a una ecuación de movimiento integrable por métodos convencionales. Se contrasta la descripción analítica del campo de velocidades con valores experimentales de velocidad media temporal obtenidos en un reciente y único programa experimental realizado en la Universidad de Toronto. El modelo logra reproducir cualitativa y cuantitativamente el movimiento, dentro de márgenes de error aceptables.

- (1) Ing. Civil U. de Santiago de Chile. M.A.Sc., Ph.D. Universidad de Toronto. Profesor Depto. Ing. Mecánica U. de Santiago de Chile.
- (2) Ing. Civil U. de Santiago de Chile. Profesor Depto. Ing. Mecánica U. de Santiago de Chile.

Introducción

En el presente trabajo se continúa la presentación de resultados en torno a la descripción analítico-experimental del fenómeno de flujo turbulento unidireccionalmente acelerado en una tubería circular.

Ciertos antecedentes iniciales del problema fueron entregados en (Letelier, 1981).

El fenómeno en discusión es de mucho interés per se, dada la gran variedad de situaciones prácticas donde se encuentra flujo turbulento en tuberías, variado en el tiempo. En particular, un caso frecuente de ocurrencia de este tipo de movimiento fluido se da al abrir y cerrar (parcial o totalmente) válvulas de regulación del flujo, lo cual hace que éste se acelere o desacelere más o menos bruscamente sin cambiar su dirección. Es hacia procesos de naturaleza similar donde se enfoca el estudio.

El fenómeno se analiza en forma idealizada, suponiendo se flujo turbulento con sólo componente axial de velocidad media temporal (flujo paralelo), sección circular constante, fluido Newtoniano isotérmico e incompresible y en el cual en el instante inicial ($t = 0$) se cambia instantáneamente el gradiente de presiones, aumentando éste desde un valor inicial (válido para $t < 0$) hasta un valor final constante (válido para $0 \leq t$). Una variación del gradiente de presiones de estas características (a través de una función escalón), se refleja físicamente en que el flujo se acelera desde una velocidad de régimen permanente (gobernada por el gradiente de presiones inicial) hasta otra velocidad de régimen estacionario final, la cual se obtiene a través del proceso de establecimiento de flujo, quedando definida por el gradiente de presiones final impuesto. El proceso en estudio se caracteriza, así, por un aumento gradual de la velocidad, dirigido por una aceleración que es máxima inicialmente y decae asintóticamente a cero para $t \rightarrow \infty$.

En la práctica, el tiempo de establecimiento de flujo es relativamente pequeño, asociándose al tiempo requerido para lograr el 99% de la velocidad media espacial final.

Experimentalmente se ha podido comprobar (Letelier 1979) que el tiempo de establecimiento en flujo turbulento es del orden de la décima parte que el correspondiente al flujo laminar para números de Reynolds del orden de 10.000, suponiendo la posibilidad de flujo laminar en ese rango de números de Reynolds.

Este resultado, que es básico para el estudio que sigue, pudiera aparecer como poco intuitivo. Sin embargo, antecedentes disponibles para el fenómeno en el ámbito de flujo laminar en sí (Letelier & Leutheusser, 1976), es decir, para números de Reynolds no mucho mayores que 2.000, dan un criterio simple para examinar el contraste indicado, al menos en una primera aproximación. En efecto, el tiempo de establecimiento t_e en flujo laminar, suponiendo velocidad inicial nula, es, en función de la viscosidad ν y del radio a del tubo (Letelier & Leutheusser, 1976)

$$t_e = 0,7884 a^2/\nu \quad (1)$$

Si, ahora, el efecto de la turbulencia es expresado a través de la viscosidad de torbellino ν_T , entonces

$$t_e = 0,7884 a^2/(\nu + \nu_T), \quad (2)$$

fórmula que revela que en flujo turbulento debe esperarse menor tiempo de establecimiento que en flujo laminar en equivalentes condiciones.

El fenómeno considerado está complicado, dentro del rango de números de Reynolds utilizados (del orden de 10.000) por el fenómeno de laminarización, que es la tendencia a la disminución de la intensidad turbulenta en los procesos de aceleración.

Nuevos resultados experimentales, complementarios a los

presentados en (Letelier, 1981) se han realizado recientemente (Viola, 1985), (Viola, 1984 a), (Viola 1984 b) en los cuales se ha medido la velocidad media temporal instantánea (perfiles de velocidad) para el proceso de establecimiento de flujo turbulento en lo que, hasta donde es conocido por quienes han participado en esta línea de investigación, sería el primer programa experimental de medición de velocidad local en flujo turbulento unidireccionalmente acelerado en una cañería circular.

El objetivo específico de este trabajo es presentar un modelo de análisis para la descripción de la velocidad media temporal en el fenómeno en discusión, modelo que es utilizado en relación a los nuevos antecedentes experimentales disponibles. Se continúa el procedimiento de modelación para los esfuerzos de Reynolds utilizado en (Letelier, 1981).

La filosofía del estudio se mantiene en cuanto a explorar la posibilidad que un modelo lineal aporte una descripción razonable del fenómeno.

Las características generales del equipo experimental se pueden encontrar en (Letelier, 1981). El equipo fue posteriormente adecuado para medición de velocidades por el método laser-Doppler (Viola, 1985).

2. Análisis

Bajo las restricciones enunciadas en el párrafo precedente, la ecuación que gobierna el movimiento es

$$\nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \sigma + \phi_1 \quad (5)$$

donde u = velocidad media temporal, r es la variable radial, y

$$\phi = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad ; \quad \phi_1 = -\frac{1}{r} \frac{\partial (r \overline{u' u_r'})}{\partial r} \quad (4)$$

$$p = p + \rho g h \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

en esto ρ = densidad, p = presión media temporal, g = aceleración de gravedad, h = coordenada vertical, x = coordenada axial, u' , u_r' son las fluctuaciones de la velocidad en dirección axial y radial, respectivamente, y $\overline{u' u_r'}$ representa el promedio temporal del producto de las fluctuaciones. ϕ es la función forzante, que en el presente trabajo es independiente de h , y ϕ_1 se ha denominado función forzante turbulenta. La modelación de ϕ_1 es el aspecto básico en este estudio.

Las condiciones auxiliares en el problema son

$$u(a, t) = 0 \quad (5)$$

$$u(r, 0) = u_i(r) \quad (6)$$

$$\phi(t < 0) = \phi_i \quad ; \quad \phi(t \geq 0) = \phi_f \quad (7)$$

$$\phi_1(r, 0) = \phi_{1i} \quad ; \quad \phi_1(r, \infty) = \phi_{1f} \quad (8)$$

En lo anterior ϕ_f y ϕ_{1f} son constantes, con $\phi_f > \phi_i$; u_i está dada por

$$u_i = u_{*i} \left[A \ln \frac{u_{*i}(a-r)}{\nu} + B \right] \quad (9)$$

en lo cual se supone tubería lisa y se acepta que (9) es una buena aproximación para $0 < r < a$. u_{*i} es la velocidad de corte inicial, definida por $u_{*i} = \sqrt{a \tau_i / 2}$. A y B son constantes universales, a saber, $A = 2,5$, $B = 5,5$.

Dos aproximaciones para ϕ_1 se han utilizado previamente (Letelier, 1981), las cuales son

$$\phi_1 = \phi_{1f} \quad (10)$$

$$\phi_1 = \phi_{1f} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} \quad (11)$$

desafortunadamente, ninguno de los modelos elementales (10)(11) tiene capacidad para predecir el comportamiento cualitativo de la evolución temporal de la velocidad local. El modelo (11) aporta el antecedente, extraído de valores experimentales, que una predicción correcta del tiempo de establecimiento requiere valores de α del orden de la unidad.

Se plantea a continuación un tercer modelo lineal, inspirado en la nueva información empírica, el que se expresa por la ecuación

$$\phi_1 = \phi_{1f} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} + [\phi_{1i} - \phi_{1f} - \alpha \frac{\partial u}{\partial t}(r,0)] e^{-\lambda t} \quad (12)$$

La ecuación (12) cumple las condiciones (8), mantiene el término $\alpha \frac{\partial u}{\partial t}$ y postula una variación exponencial de ϕ_1 , donde λ es una constante. Al sustituir (12) en (3) se obtiene, luego de reacomodar algunos términos,

$$(1 - \alpha) \frac{\partial u}{\partial t} - v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \phi_f + \phi_{1f} + (\phi_f - \phi_i) e^{-\lambda t} + [(\phi_i - \phi_f) + (\phi_{1i} - \phi_{1f}) - \alpha \frac{\partial u}{\partial t}(r,0)] e^{-\lambda t} \quad (13)$$

Una solución aproximada de (13) es posible si se considera $\alpha = 1$ y

$$\frac{\partial u}{\partial t}(r,0) = \beta = \text{constante} \quad (14)$$

La primera consideración, $\alpha = 1$, está justificada por resultados experimentales, como se ha indicado, en tanto (14) representa una simplificación, la cual es equivalente a reemplazar la función radial que describe la aceleración inicial por su valor medio. La constante λ queda determinada por el requerimiento que exige un establecimiento de todas las variables del flujo para $t = t_e$.

La solución de (13), bajo los supuestos indicados, es

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} C_n J_0(b_n \frac{r}{a}) \exp[-b_n^2 vt/a^2(1-\alpha)] + u_f - (u_f - u_i) e^{-\lambda t} + \frac{a^2}{4v} (\phi_f - \phi_i - \beta) \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) e^{-\lambda t} \quad (15)$$

$$u_f = u_{*f} \left[A \ln \frac{u_{*f}(a-r)}{v} + B \right]; \quad u_{*f} = \sqrt{a \phi_f / 2} \quad (16)$$

donde J_0 es la función de Bessel de orden cero y primera clase, $J_0(b_n) = 0$, y los C_n son coeficientes que se obtienen de (15) al aplicar la condición inicial (6). En este caso, con $\alpha = 1$, la sumatoria es muy pequeña.

5. Contrastación experimental-analítica

En la figura 1, se presenta una secuencia experimental característica de valores de velocidad local, acompañada de la correspondiente secuencia de perfiles de velocidad analíticos, deducidos de la ecuación (15). En el caso indicado, se tienen los siguientes valores de acuerdo a las condiciones de experimentación:

$$\begin{aligned} a &= 2,06 \text{ cm} & v &= 1,1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ \phi_i &= 0,0054 \text{ m/s}^2 & \phi_f &= 0,0514 \text{ m}^2/\text{s} \\ R_i &= 4243 & R_f &= 15337 \end{aligned}$$

donde R_i y R_f son los valores inicial y final del número de Reynolds. La mejor concordancia entre las curvas teóricas de velocidad y los puntos experimentales, se obtiene para $\lambda = 0,3$ y $\beta = 0,0455$. El máximo error que se presenta en este caso es de 7% para la velocidad central. En la cercanía de la pared el error es mayor. Es posible apreciar en la figura 1 que los perfiles de velocidad teóricos presentan aceptable concordancia cualitativa con los perfiles experimentales. No obstante, no existe perfecta concordancia cuantitativa. Una debilidad del modelo lo constituye la falta de argumentos físicos precisos para la evaluación de las constantes α , λ y β .

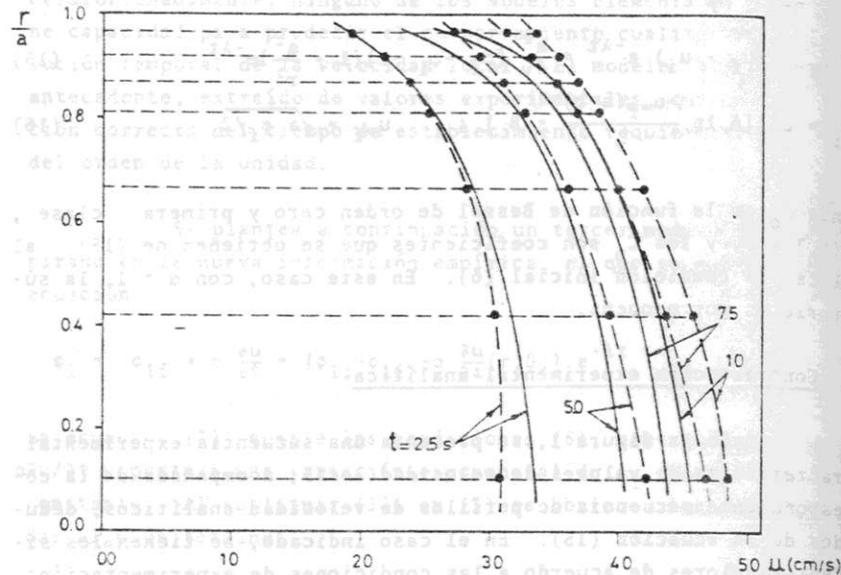


Figura 1. Perfiles de velocidad media temporal: ---•--- valores experimentales, — valores analíticos según ecuación (15), para diversos tiempos. $t_e = 10$ s.

4. Conclusiones

Se ha planteado una aproximación lineal de modelo para los esfuerzos de Reynolds en flujo turbulento acelerado bajo la acción de un gradiente de presiones constante. El modelo se ha aplicado a la interpretación de valores empíricos de perfiles de velocidad instantánea logrados en un programa experimental único realizado recientemente en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Toronto.

Los experimentos revelan que la forma de las curvas de velocidad media temporal no cambia cualitativamente a través del proceso de establecimiento de flujo. Este tipo de conducta se puede reproducir aproximadamente con una variación de la función forzante turbulenta ϕ_1 según la ecuación (12), en la cual ϕ_1 depende de la aceleración local y de un término que varía exponencialmente en el tiempo. El modelo se apoya fuertemente en el antecedente empírico que indica que el tiempo de establecimiento en flujo turbulento es del orden de la décima parte del tiempo correspondiente a un flujo laminar equivalente.

De esta manera se logra que el modelo conduzca a una descripción del campo de velocidades que, como función del espacio y del tiempo, logra reproducir cualitativa y cuantitativamente las características del fenómeno; sin embargo, se estima que en el segundo aspecto es posible aspirar a una mejor concordancia, la que exigiría nuevos refinamientos en la expresión para ϕ_1 . El modelo presentado es asociable a valores de R_f hasta del orden de 15.000, que es el rango dentro del cual se ha investigado. No se tienen antecedentes para mayores valores de R_f .

Reconocimiento

Se agradece al señor John Viola y al profesor Hans J. Leutheusser del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Toronto el acceso a los resultados del programa experimental utilizado en este trabajo, así como su autorización para disponer de ellos libremente.

Referencias

- Letelier S., M.F. (1981) "Modelo para los esfuerzos de Reynolds en flujo turbulento impermanente en cañerías", V Congreso Nacional de Ingeniería Hidráulica, Santiago, Chile.
- Letelier S., M.F. (1979) "An Approach to the analysis of Unsteady Flow in Pipes", XVI International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Vol. 1, pp. 1-10.

Los experimentos revelan que la forma de las curvas de Parallel Flow in Circular Pipes", Ph.D. Thesis, University of Toronto.

- Letelier S., M.F. & Leutheusser, H.J. (1976) "Skin Friction in Unsteady Laminar Pipe Flow", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 102.
- Viola, J.P. (1985) "Experiments on Unsteady Turbulent Flow in Long Smooth Pipes", M.A.Sc. Thesis, University of Toronto.
- Viola, J.P., Letelier S., M.F., Leutheusser, H.J. & Currie, I. G. (1984) "Unsteady Turbulent Flow in Pipes", XVI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Lyngby, Dinamarca.
- Viola, J.P., Letelier S., M.F. & Leutheusser, H.J. (1984) "Characteristics of Unsteady Turbulent Pipe Flow", Forum on Unsteady Flow, ASME, New Orleans, U.S.A.

El modelo de flujo turbulento en la expresión para el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach, f , en función de los números de Reynolds y de la rugosidad relativa, k/D , se ha investigado. No se tienen datos para valores de f en el rango de Re de 1000 a 10000. Este estudio incluye una primera serie de pruebas con pilas sin base, en las que se estudió la influencia de la velocidad de un esturrimiento en régimen bajo el coeficiente de fricción. Se determina la correlación local y una segunda serie de pruebas con base de fundación expuestas en las que se estudió la influencia que dichas bases tienen sobre la correlación local. Los resultados se comparan con fórmulas existentes. Para las bases de fundación expuestas se encuentra una relación entre el coeficiente de fricción local y la velocidad de la corriente en la base de esturrimiento de $f = 0.025 + 0.00015 V^2$, donde V es la velocidad en la base de esturrimiento en m/s. Este modelo se propone para ser empleado con fines de diseño.

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA
VII CONGRESO NACIONAL

SOBREVIVENCIA LOCAL EN PILEAS CILINDRICAS CON BASES DE FUNDACION EXPUESTAS

Luis Ayala Riquelme, Ph.D. (1)
Yanko Nifo Campos (2)

TEMA 2

RESUMEN
HIDRAULICA FLUVIAL Y MARITIMA. TRANSPORTE

DE SOLIDOS

Este estudio se refiere a la correlación local sobre socavación local en pilas cilíndricas de sección circular con bases de fundación expuestas. El estudio incluye una primera serie de pruebas con pilas sin base, en las que se estudió la influencia de la velocidad de un esturrimiento en régimen bajo el coeficiente de fricción. Se determina la correlación local y una segunda serie de pruebas con base de fundación expuestas en las que se estudió la influencia que dichas bases tienen sobre la correlación local. Los resultados se comparan con fórmulas existentes. Para las bases de fundación expuestas se encuentra una relación entre el coeficiente de fricción local y la velocidad de la corriente en la base de esturrimiento de $f = 0.025 + 0.00015 V^2$, donde V es la velocidad en la base de esturrimiento en m/s. Este modelo se propone para ser empleado con fines de diseño.

(1) Investigador del Centro de Estudios Hidráulicos, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
(2) Investigador del Centro de Estudios Hidráulicos, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.