

SIMULACION DE SISTEMAS DE AGUAS SUBTERRANEAS  
SOMETIDOS A EXPLOTACION POR BOMBEO

Guillermo Cabrera F. (1)

Ernesto Menchaca M. (2)

RESUMEN

Se ha desarrollado un modelo matemático de simulación, basado en la técnica numérica de elementos finitos, que permite representar el comportamiento de sistemas acuíferos sometidos a explotación por bombeo desde pozos. En su elaboración se utilizaron elementos cuadriláteros isoparamétricos y el método residual de Galerkin, considerando funciones de aproximación de primer, segundo y tercer grado para representar los niveles piezométricos.

El modelo validado con casos teóricos de solución analítica, se aplicó a la zona Pan de Azúcar-Estero Culebrón ubicada al Sur de la desembocadura del río Elqui, concluyéndose que durante el período de riego, para un año 80% de probabilidad de excedencia de las precipitaciones, es posible aumentar la explotación del recurso subterráneo en un 30% sin provocar depresiones críticas de los niveles al final de la temporada.

---

(1) Ingeniero Civil, profesor e investigador del Centro de Recursos Hidráulicos de la Universidad de Chile.

(2) Ingeniero Civil, actualmente en el Centro de Recursos Hidráulicos de la Universidad de Chile.

## INTRODUCCION

El presente trabajo es una síntesis de los antecedentes, metodología, resultados y conclusiones de un proyecto de investigación desarrollado en el Centro de Recursos Hidráulicos dentro del Programa de Investigación de Zonas Áridas y Semiáridas de la Universidad de Chile.

Su objetivo fue desarrollar un modelo matemático de simulación, basado en la técnica de elementos finitos, que permitiera representar el comportamiento de sistemas acuíferos sometidos a explotación por bombeo desde pozos, para posteriormente determinar la posibilidad de aumento y magnitud de caudales a extraer dentro de rangos de seguridad admisibles. En la elaboración del modelo se utilizaron elementos cuadriláteros isoparamétricos y el método residual de Galerkin, considerando funciones de aproximación de primer, segundo y tercer grado para representar los niveles piezométricos.

El modelo se probó con sistemas acuíferos de solución conocida, aplicándose como caso ejemplo a la zona Pan de Azúcar - Estero Culebrón ubicada al Sur de la desembocadura del río Elqui, debido a las posibilidades que presenta para explotar más intensamente el recurso subterráneo con lo cual podría beneficiarse la agricultura de la zona.

Debe señalarse que una parte de este estudio, en donde se incluye detalladamente la metodología empleada en la elaboración del modelo, fue presentada anteriormente (Cabrera y Menchaca, 1977).

## MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

La modelación matemática que se describe en este punto es un resumen del planteamiento presentado por Cabrera y Menchaca (1977).

La ecuación diferencial que rige el comportamiento de un sistema acuífero sometido a explotación por bombeo desde pozos es la siguiente :

$$L(h) = \frac{\partial}{\partial x} \left( T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} - Q = 0 \quad (1)$$

en que

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_w(x_i, y_i) \delta \left[ (x - x_i)(y - y_i) \right] \quad (2)$$

siendo  $h$  el potencial hidráulico o nivel piezométrico ( $L$ ),  $T$  el coeficiente de transmisibilidad ( $L^2/T$ ),  $S$  el coeficiente de almacenamiento,  $Q_w(x_i, y_i)$  la descarga del acuífero desde el punto de coordenadas  $(x_i, y_i)$  ( $L^3/T$ ),  $\delta$  la función delta de Dirac y  $n$  el número de puntos de bombeo del sistema.

La resolución del problema consiste en encontrar para todos los puntos de la región el valor de  $h$  que cumpla con (1), sujeta a las condiciones iniciales y de borde particulares. Suponiendo dicha región dividida en  $M$  elementos y  $N$  nudos, puede suponerse que en general la solución tiene la forma

$$h'(x, y, t) = \sum_{i=1}^N c_i(t) v_i(x, y) \quad (3)$$

en que  $v_i(x, y)$  es cada componente de un sistema de funciones básicas determinadas linealmente independientes, y  $c_i(t)$  son coeficientes indeterminados que permiten evaluar la solución en los  $N$  nudos de la malla.

La función  $h'(x, y, t)$  será solución de (1) solamente si  $L(h') = 0$ , lo que de acuerdo al procedimiento de Galerkin es equivalente a la condición de ortogonalidad de  $L(h')$  respecto a todas las funciones básicas  $v_i(x, y)$ ; vale decir

$$\iint_D L [h'(x,y,t)] v_i(x,y) dx dy = 0 \quad (4)$$

en que D es el dominio espacial, e  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Suponiendo la región dividida en elementos cuadriláteros isoparamétricos (de lados curvos), y funciones básicas  $v_i(x,y)$  de primer, segundo y tercer grado de manera que se hagan 1.0 en el nudo  $i$  y 0.0 en el resto de los nudos del mismo elemento, al efectuar una transformación de coordenadas para cada elemento  $(\xi, \eta)$  de manera que dicho cuadrilátero se convierta en un cuadrado de lados de longitud 2.0 cuyo centro de gravedad coincide con el nuevo origen de coordenadas, el sistema general de ecuaciones resultante, expresado matricialmente es :

$$[H] \{C\} + [P] \left\{ \frac{dC}{dt} \right\} + \{F\} = 0 \quad (5)$$

en que para nudos  $i, j$  pertenecientes a un mismo elemento los coeficientes de la correspondiente matriz de incidencia valen :

$$h_{ij} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 T \left[ \frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_j}{\partial y} \right] \det [J] d\xi d\eta \quad (6a)$$

$$F_{ij} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (S v_i v_j) \det [J] d\xi d\eta \quad (6b)$$

$$F_i = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 v_i Q_i \det [J] d\xi d\eta - \int_E v_i q ds \quad (6c)$$

donde se considera para cada elemento  $T = T_{xx} = T_{yy}$ . En las expresiones (6) la matriz  $[J]$  ( $2 \times 2$ ) incluye los coeficientes necesarios para la transformación de coordenadas y  $q$  es el caudal por

unidad de longitud sobre el contorno exterior E. La integración de estas expresiones se efectúa sobre cada elemento en base a un método de cuadratura de Gauss.

Para resolver el sistema de ecuaciones (5) con derivadas respecto al tiempo, se discretiza éste y se emplea un esquema de diferencia central para su integración, obteniéndose para cada intervalo de tiempo una relación matricial del tipo :

$$[U] \{C\} = \{W\} \quad (7)$$

en que los valores de  $C_i$ , solución de este sistema lineal, representan los valores del potencial en el respectivo intervalo de tiempo. Puesto que  $[U]$  es una matriz simétrica, la solución se obtiene considerando sólo los elementos del triángulo superior de ésta, y un método modificado de eliminación de Gauss.

Debe señalarse que en este proceso de cálculo es necesario conocer las condiciones iniciales del sistema. Las condiciones de borde, fijas o variables en el tiempo, quedan incluidas explícitamente en el sistema de ecuaciones.

#### VALIDACION PARA EL ESCURRIMIENTO IMPERMANENTE HACIA UN POZO DE BOMBEO

El sistema utilizado para la validación, que se esquematiza en la Figura 1, es el de un pozo de bombeo que penetra completamente un acuífero confinado homogéneo e isotrópico de extensión infinita ( $T = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $S = 0.001$ ), desde el cual se extrae un caudal constante de 15 l/s.

Puesto que se trata de un flujo radial, para la representación de elementos finitos se limitó a un círculo de radio 108 m. Dada esta limitación, se consideró como condición de borde el nivel piezométrico correspondiente a la solución analítica de Theis en todos los nudos ubicados en el contorno exterior del círculo. Así, mientras el cono de depresión teórico no alcanza

FIGURA 1  
SISTEMA ACUIFERO CONSIDERADO

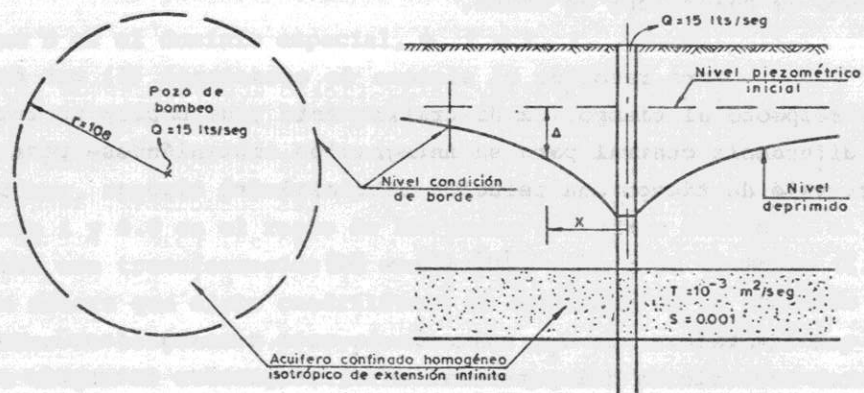
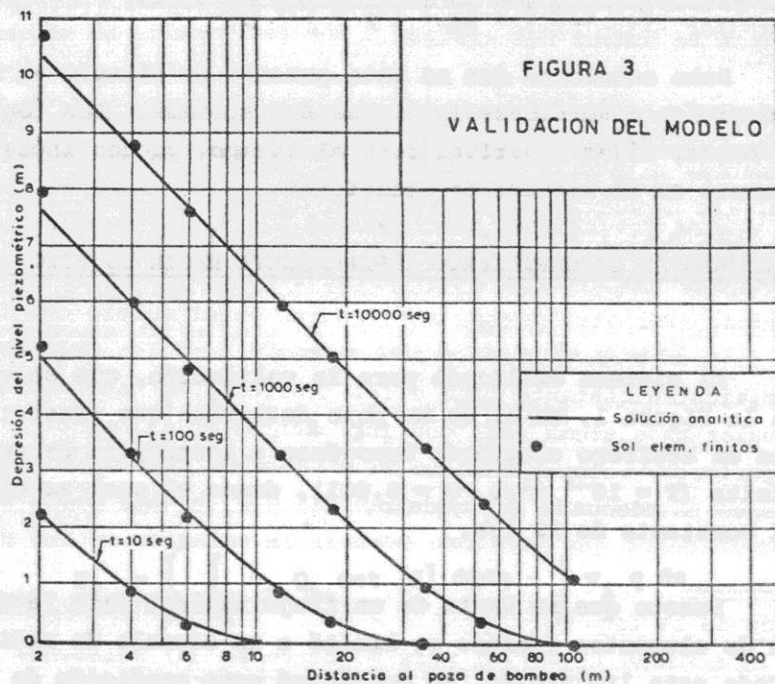


FIGURA 3  
VALIDACION DEL MODELO



el borde exterior del círculo, el modelo se opera considerando una depresión nula como condición de borde en esos nudos. En la Figura 2 se muestra un esquema de la malla de elementos finitos isoparamétricos utilizada.

En la Figura 3 se han graficado los valores de la depresión del nivel piezométrico obtenidos mediante el modelo y la solución analítica de Theis para diferentes tiempos. Puede verificarse la notoria concordancia entre ambas soluciones, aunque se detectan ciertas diferencias en la vecindad del pozo. Dichas diferencias pueden atribuirse al comportamiento distinto de ambas soluciones en esa zona. En efecto, mientras las depresiones del nivel piezométrico obtenidas de la solución de Theis tienden a infinito cuando  $x$  tiende a 0 para cualquier tiempo, el modelo matemático entrega valores finitos. Estos últimos, sin embargo, son algo menores a los que se obtendrían según la ecuación modificada de desequilibrio para diámetros de pozos comúnmente utilizados en la práctica.

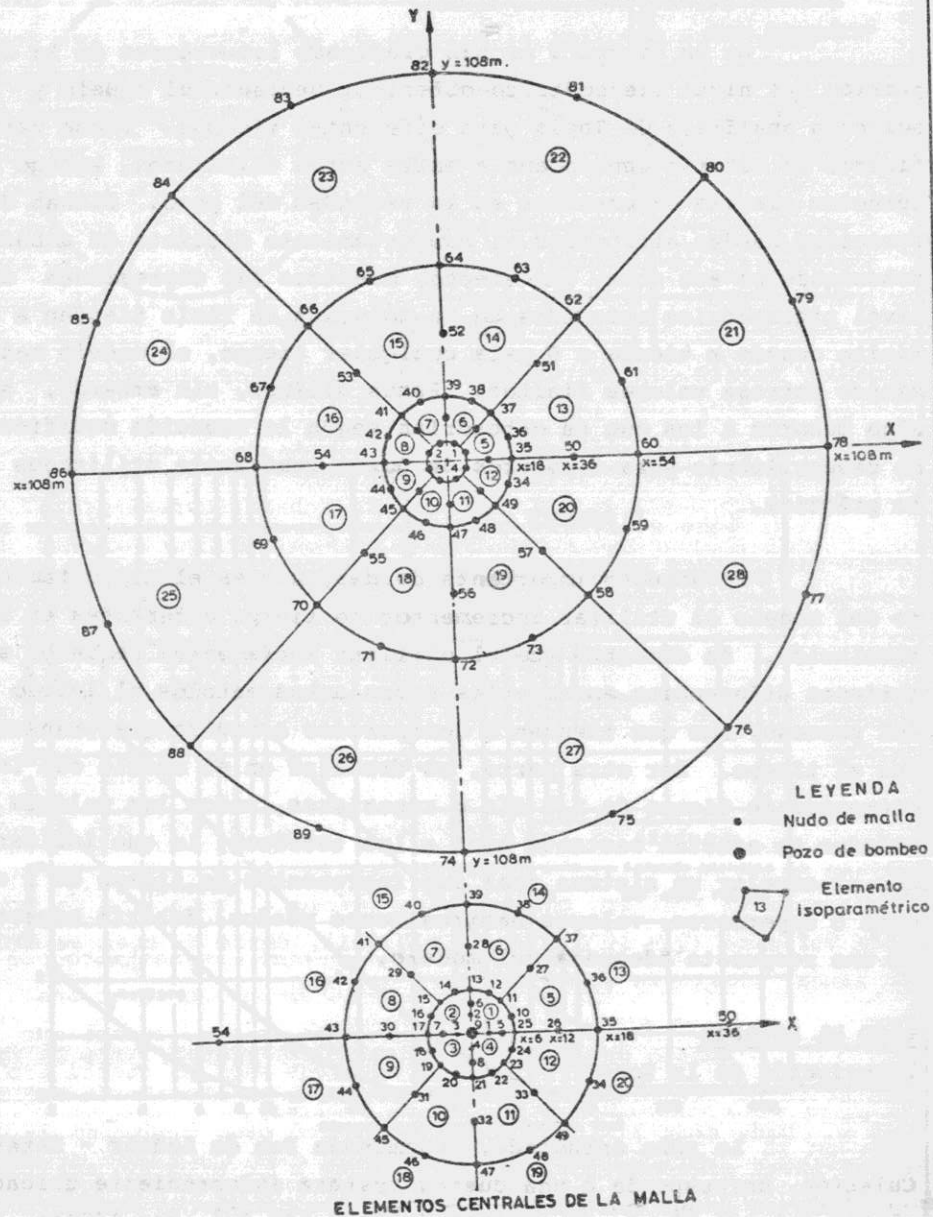
Un aspecto importante de destacar es el comportamiento del modelo al utilizar incrementos de tiempo diferentes en la simulación. Se demostró que al utilizar incrementos pequeños se obtienen diferencias apreciables entre ambos métodos al inicio del proceso, las que tienden a desaparecer a medida que transcurre el tiempo. Por otra parte, al trabajar en el modelo con incrementos de tiempo de 1/2 día o superiores, todos los valores simulados se ajustan bastante bien a los teóricos, lo que indicaría que al simular un sistema real con incrementos de tiempo de 1 semana o superiores, valores habitualmente usados, debería esperarse una respuesta adecuada del modelo.

#### CASO DE ESTUDIO

##### Descripción de la Zona

La zona estudiada, denominada Pan de Azúcar - Estero Culebrón, corresponde a una cuenca costera independiente ubicada al Sur del río Elqui, de aproximadamente  $150 \text{ Km}^2$ , que limita al

FIGURA 2  
MALLA DE ELEMENTOS - MODELO PARA VALIDACION



Norte con la Quebrada Peñuelas y al Sur con la Quebrada Lagunillas. Como todos los sectores costeros con desarrollos hidrográficos poco importantes; esta zona presenta una morfología de planicies costeras entre áreas montañosas, con cumbres que en este caso no sobrepasan los 1300 m.s.n.m.

El clima es de estepa cálido con nubosidad abundante, en el cual la alta humedad relativa compensa en parte las bajas precipitaciones que en promedio superan levemente los 100 mm/año. Se presenta en esta zona una gran homogeneidad térmica con una temperatura media de 14,7 °C y una amplitud anual que rara vez sobrepasa los 6,5 °C. La influencia de los vientos desde el Oeste, es amortiguada en este sector por los cerros ubicados en el límite Poniente. La actividad principal es la agricultura, utilizándose para el regadío las aguas conducidas desde el río Elqui por el Canal Bellavista y los recursos subterráneos obtenidos de la explotación de pozos de bombeo. La mayor parte de las áreas cultivadas corresponden a rotaciones del tipo chacra-cereal-pasto.

#### Hidrología e Hidrogeología

El estero Culebrón cuenta con un escurrimiento permanente durante el año cuya magnitud está relacionada con las precipitaciones. De aforos realizados se estima que en años normales el caudal medio alcanzaría los 50 l/seg. El estero Lagunillas, con 450 Km<sup>2</sup> de superficie, presenta un flujo superficial no permanente aguas abajo del límite con la hoya del estero Culebrón, debido a que gran parte se infiltra y recarga subterráneamente el área estudiada. Cerca de su desembocadura se producen afloramientos a causa de la estrechez del valle ya que el basamento rocoso alcanza la superficie, lo que permite obtener en ese punto una buena sección de control del total del flujo de esta cuenca que descarga al mar. Según los aforos efectuados allí el caudal promedio para años normales superaría los 80 l/seg.

El desarrollo del relieve y la configuración del subsuelo de la zona estudiada se debe a fenómenos tectónicos ligados

a fallas, a la acción fluvial asociada a cauces actuales y antecedentes y especialmente, a la acción dinámica del océano (Karzulovic, 1971).

De acuerdo a la información de 48 pozos de bombeo construidos, se presentan en la zona formaciones acuíferas muy heterogéneas, con acuíferos lenticulares a distintas profundidades, conformando un sistema acuífero general con escurrimiento Sur-Norte, drenando en la zona de la quebrada Peñuelas hacia la bahía de Coquimbo. En ciertos sondajes se presentan acuíferos superficiales en napa libre poco importantes que corresponderían a relleños sedimentarios de depositación reciente. El acuífero más importante es el inferior, que en rigor corresponde a una serie de acuíferos semiconfinados o confinados conectados entre sí por horizontes de baja permeabilidad, que alcanzan prácticamente hasta el techo del basamento rocoso; su espesor variaría entre 10 y 25 m localizándose a profundidades superiores a los 60 m.

En base a las pruebas de bombeo disponibles, se evaluaron transmisibilidades medias que condujeron a la definición de curvas de isotransmisibilidad en el rango de  $10^{-4}$  a  $10^{-2}$  m<sup>2</sup>/s. El coeficiente de almacenamiento fue estimado de acuerdo a las características de los materiales acuíferos y de sólo una prueba de desequilibrio, llegándose a valores comprendidos entre 0.0005 y 0.02.

De los 48 pozos existentes solamente 26 se encuentran funcionando, y 20 fueron construidos con posterioridad a 1975. Esto último debido a la necesidad de incrementar la superficie regada y a la inseguridad del abastecimiento desde el canal Bellavista para el área Sur Poniente de la zona.

#### Malla de Elementos Finitos

De acuerdo a los antecedentes topográficos e hidrológicos se definieron los contornos de la zona. Los costados Oriente y Poniente corresponden a cerros, los que fueron asimilados a

bordes impermeables. Se adoptaron en forma arbitraria los otros límites de acuerdo a la dirección del escurrimiento subterráneo; a través de los límites Sur y Norponiente dicho escurrimiento es normal y en el límite Norte, correspondiente a la quebrada Peñuelas, es tangencial por lo que se asimiló a un borde impermeable.

La zona en estudio se dividió en una malla de 50 elementos y 153 nudos de modo de hacer coincidir todos los pozos con algunos de ellos y de representar adecuadamente geometrías especiales tales como por ejemplo los límites de la zona y el cerro Pan de Azúcar. En la Figura 4 se muestra la malla de elementos utilizada.

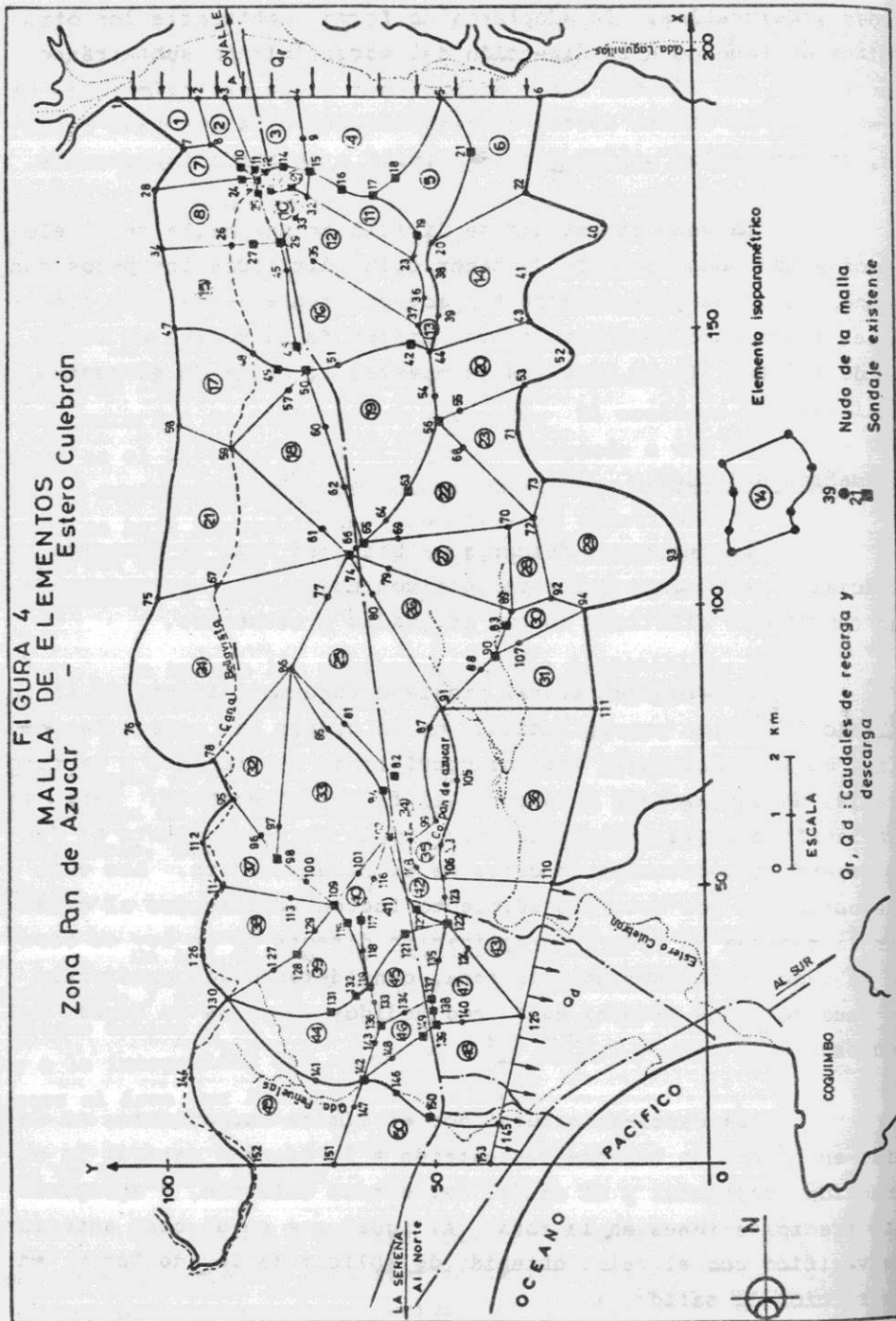
#### Parámetros del Modelo

La recarga y descarga natural así como la descarga artificial se asignaron a los respectivos nudos donde correspondía. Las constantes elásticas fueron asignadas a elementos.

La recarga natural proviene fundamentalmente de la infiltración de las precipitaciones en la cuenca del estero Laguniillas, de la cual, según las características del terreno y la topografía, un 50% pasaría a integrar el flujo subterráneo. Para la evaluación de este volumen se descontó lo correspondiente al flujo superficial determinado cerca de la desembocadura. Los valores obtenidos por este procedimiento fueron verificados al calcular la recarga en base a la aplicación directa de la ley de Darcy en la sección de entrada a la zona, considerando los gradientes de acuerdo a los niveles estáticos medidos en pozos de bombeo del sector.

La descarga natural por el límite Norponiente, se estimó en base a un balance descontando a la recarga natural la extracción artificial y el caudal del estero Culebrón, y agregando las precipitaciones en la zona. Al igual que en el caso anterior se verificó con el valor obtenido de aplicar la ley de Darcy en la sección de salida.

FIGURA 4  
MALLA DE ELEMENTOS  
- - -  
Estero Culebrón  
Zona Pan de Azúcar



Los coeficientes de transmisibilidad y almacenamiento se asignaron a cada elemento de acuerdo a los criterios señalados anteriormente.

### Validación del Modelo

La validación del modelo se efectuó en dos etapas. En la primera se operó para una situación permanente, sin bombeo de los pozos, intentando representar los niveles estáticos medidos mediante un ajuste de parámetros. En la segunda etapa, una vez conseguido el ajuste de parámetros, se procesó el modelo en condiciones transientes para un período de 6 meses considerando el bombeo histórico desde pozos y comparando niveles simulados con medidos en pozos no usados durante el período.

Puesto que en esta zona la causa principal de las variaciones de niveles es la explotación por bombeo, se consideró de poco interés modificar el valor de las recargas y descargas naturales del acuífero, asignándose un caudal medio mensual constante a lo largo del año. Por otra parte, en estudios de análisis de sensibilidad de parámetros (Mc Elwer y Yukler, 1978) se demuestra que la transmisibilidad rige fundamentalmente la respuesta de modelos de este tipo y que el coeficiente de almacenamiento tiene una influencia muy reducida.

A fin de eliminar la influencia del bombeo, para la primera etapa de la validación se eligió el mes de Noviembre de 1976 dado que la explotación del recurso era escasa en comparación con la actual. Para ello se utilizaron las mediciones de niveles efectuadas durante 4 días seguidos, operándose el modelo en condiciones permanentes hasta conseguir luego de un proceso iterativo reproducir, dentro de límites razonables, los niveles medidos y adoptando así los valores de las constantes elásticas resultantes.

Para la segunda etapa se eligió el período Agosto 1978 - Enero 1979 por disponerse de mayor número de mediciones

mensuales del nivel de la napa, considerando caudales y número de horas de bombeo desde cada pozo en uso de acuerdo a antecedentes recogidos en terreno. La recarga y descarga natural se evaluó en base a las precipitaciones de ese año. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5, en la que puede apreciarse para 5 pozos la similitud entre los niveles simulados y medidos. Debe señalarse que no se dispuso de las cotas de terreno exactas de los pozos, por lo cual las diferencias encontradas pueden parcialmente explicarse por este motivo, y además, por el hecho de que la información de caudales y horas de bombeo no siempre resultó confiable. En todo caso las diferencias encontradas superaron los 60 cm en algunos meses sólo en 4 pozos de los 19 utilizados en esta verificación.

#### Aplicación según distintas reglas de explotación

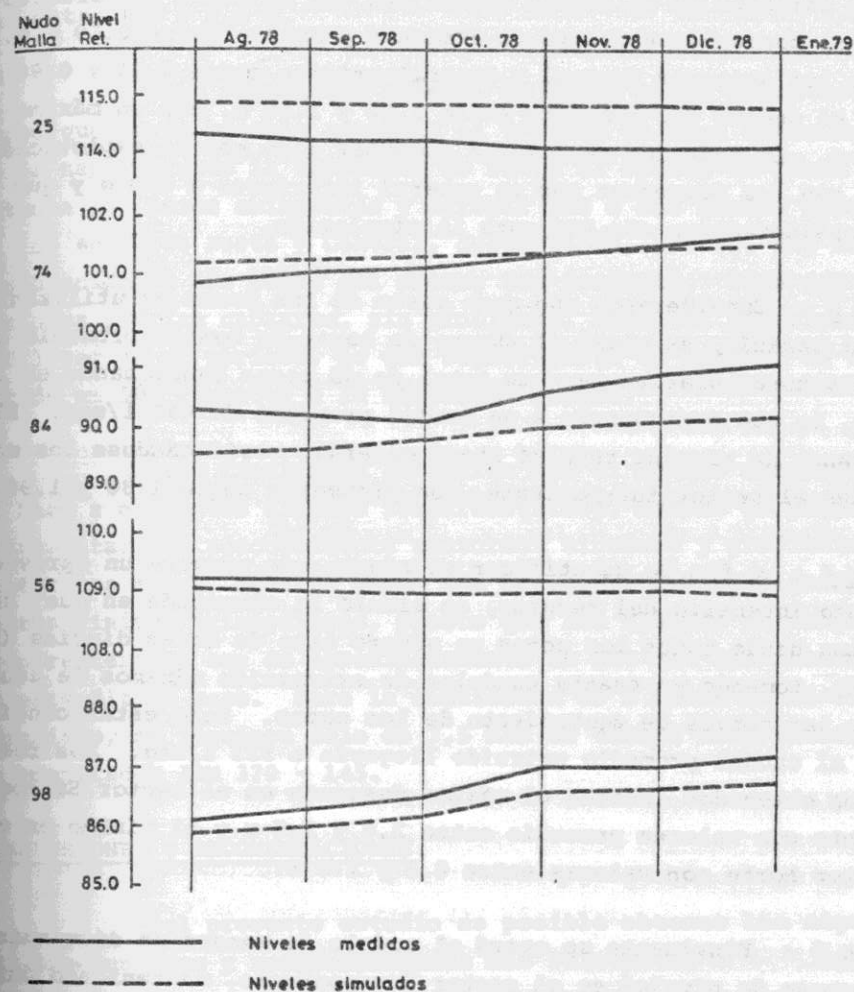
La metodología empleada consistió en simular el bombeo en la zona para el período de riego de 8 meses, tomando en cuenta una recarga correspondiente a un año 80% probabilidad de excedencia de las precipitaciones. El análisis de los resultados se basó en las variaciones que presentaban los niveles piezométricos en los distintos sectores de la zona a lo largo del período simulado.

Caso 1 : Inicialmente se consideró la situación actual de bombeo con 26 pozos funcionando lo que significa un caudal medio 283 l/seg. Se verificó una variación de niveles no uniforme a lo largo del período, en que en la mayoría de los sectores se produce un leve ascenso, entre 0.10 y 0.30 m en promedio; un ascenso algo importante en el sector Norte, entre 0.30 y 0.60 m; y un descenso de niveles en los sectores Central-poniente y Sur-poniente entre 0.50 y 0.70 m.

Caso 2 : Enseguida se efectuó la simulación suponiendo bombeo desde todos los pozos en situación de funcionar (43) para aprovechar la infraestructura existente, lo que de acuerdo a estimaciones basadas en curvas de agotamiento y equipos instalados para un

FIGURA 5

#### LIMNIGRAMAS MEDIDOS Y SIMULADOS





número de horas de bombeo compatible con el uso para riego a lo largo de la temporada, significa un caudal medio de 338 l/seg. Se eliminaron en este caso 2 pozos que se encuentran embancados y otros 3 de la zona del estero Culebrón por la deficiente calidad del agua según análisis físico-químicos existentes. En este caso se verificó un descenso generalizado de niveles, salvo en algunos pozos ubicados en el sector Norte. En los sectores Sur-oriente y Central-poniente se obtuvo un descenso promedio entre 0.10 y 0.30 m, en los sectores Central y Central-oriente entre 0.60 y 0.90 m y en el sector Sur-poniente entre 1.00 y 1.50 m, con un máximo de 1.88 m. Lo anterior permitiría aumentar algo más la explotación dado que los descensos son en general inferiores a 1.00 m y que se ha considerado un año 80% para la simulación.

Caso 3 : Considerando que gran parte de los pozos se utilizan para el riego, se elevó el número de horas de bombeo promedio de 6 a 10 horas diarias para un total de 43 pozos funcionando en la zona, lo que corresponde a un caudal promedio de 464 l/seg. El descenso de niveles resultó ahora general, verificándose los máximos en el sector Sur-poniente, con promedios entre 1.30 y 1.90 m.

Caso 4 : A fin de cuantificar el efecto que provoca un aprovechamiento intensivo del recurso, se simuló la situación en que se bombea desde todos los pozos un número alto de horas diarias (Caso 3), tomando en cuenta caudales de extracción máximos de acuerdo a las curvas de agotamiento de los pozos. Bajo estas condiciones el caudal promedio extraído llegaría a 523 l/seg. Los resultados obtenidos indican el máximo descenso en el sector Sur-poniente con valores promedio entre 2.0 y 3.5 m y el mínimo en el sector Norte con valores entre 0.5 y 1.0 m.

Caso 5 : Finalmente se operó el modelo de manera de disminuir el descenso de niveles en el sector Sur-poniente, manteniendo únicamente los pozos que en este momento se operan en ese sector en las condiciones actuales que lo hacen, eliminando algunos que se ubican muy próximos a otros que efectivamente se operan y agregan un nuevo pozo en el sector Central de la zona donde la densi-

dad de sondajes es baja. El resto de los pozos se supuso operando como en el caso anterior (caso 4), lo que en conjunto significaría un caudal promedio de 500 l/seg. Los resultados obtenidos indican descensos máximos en el mismo sector Sur-poniente con promedios entre 2.0 y 2.70 m y mínimos en el sector Norte con niveles bajo 1.00 m; el resto de la zona presenta en general descensos entre 1.0 y 2.0 m.

Como conclusión general de estos casos puede establecerse que sería posible aumentar el volumen de agua extraída desde la napa durante la temporada de riego al operar en forma más intensa los pozos existentes y agregar uno o dos nuevos sondajes en los sectores Norte y Central, descartando, eso sí, una mayor explotación de los pozos del sector Sur-poniente. Para estas condiciones podrían captarse, sin problemas, caudales superiores a 350 l/seg en el período, lo que significaría un aumento de alrededor de un 30% respecto a la situación actual.

Debe finalmente señalarse que el modelo desarrollado en base a elementos finitos isoparamétricos, además de permitir representar más adecuadamente contornos sinuosos y gradientes piezométricos altos, resulta mucho más eficiente que modelos de elementos finitos triangulares, puesto que los tiempos de computación requeridos son de aproximadamente un 20% que los necesarios en este último caso. Para la simulación de 8 meses en el sistema estudiado, se requiere sólo de 3,5 min de tiempo computacional en un computador IBM 370 - 145.

#### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Del presente estudio es posible obtener las siguientes conclusiones y recomendaciones más relevantes :

1. Mediante la utilización de la técnica numérica de elementos finitos en conjunto con el método de Galerkin, y de elementos cuadriláteros isoparamétricos con funciones de aproximación de primer, segundo y tercer grado, se ha desarrollado un modelo de simu-

lación con el que es posible representar el comportamiento de sistemas de aguas subterráneas sometidos a explotación por bombeo desde pozos.

2. La validación del modelo permitió verificar, en el caso de un escurrimiento confinado hacia un pozo de bombeo, que el modelo representa fielmente las variaciones del nivel piezométrico en el tiempo, pudiendo determinarse además, que el uso de intervalos de tiempo de 1/2 día o superiores, conduce a resultados más precisos.

3. Al aplicarlo para distintas reglas de explotación a la zona Pan de Azúcar - Estero Culebrón, luego de un ajuste de parámetros y de una posterior verificación con una situación histórica conocida, se determinó que la explotación actual de las aguas subterráneas durante la temporada de riego, de unos 280 l/seg promedio, puede aumentarse en un 30% sin provocar depresiones críticas de los niveles al final de la temporada, al considerarse caudales de recarga correspondientes a un año 80% de probabilidad de excedencia de las precipitaciones. Esto se conseguiría operando en forma más intensa los pozos existentes, salvo en el Sector Sur-poniente donde el efecto de un mayor bombeo es notable, y agregando uno o dos nuevos sondeos en los sectores Norte y Central.

4. Lo anterior permitiría aumentar la superficie regada en la zona, beneficiando con ello el desarrollo agrícola que es su actividad económica más importante.

5. Para una determinada infraestructura de sondeos en una zona el modelo elaborado podría usarse con fines de planificación. En efecto, determinando la recarga natural de la napa en base a estudios hidrológicos, estimando las recargas por infiltración desde cauces superficiales, canales y excesos de riego, y conocidos los niveles de aguas subterráneas al inicio de la temporada, sería posible operar el modelo bajo distintas reglas de explotación y en base al efecto de ellas sobre los niveles definir la más conveniente.

6. Igualmente con fines de planificación, el modelo de simulación desarrollado podría usarse en conjunto con técnicas de optimización para el manejo del recurso subterráneo, contemplando una función objetivo que considere aspectos tales como por ejemplo costos de bombeo para distintas alturas de elevación, costos de conducción hasta los lugares de consumo y beneficios marginales por el mayor uso del recurso en el regadío.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Cabrera G. y E. Menchaca "Modelo de elementos finitos isoparamétricos para el estudio de aguas subterráneas del sector Pan de Azúcar, cuenca del río Elqui" III Coloquio Nacional de Ingeniería Hidráulica, 1977.
- Karzulovic J. "Informe hidrogeológico de la región de asentamientos del río Elqui y zona El Peñon - Cerro Pan de Azúcar". CORA 1971.
- Mc Elwer C.D. y M.A. Yukler "Sensitivity of groundwater models with respect to variations in transmissivity and storage" Water Resources Research. Vol. 14, N°3, 1978.