

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

IX CONGRESO NACIONAL

UN MODELO DE SIMULACION TRIDIMENSIONAL PARA EL FLUJO EN
ACUIFEROS SEMICONFINADOS

Rodrigo Leiva N.¹
José F. Muñoz P. (Dr. Ing.)²

RESUMEN

Se presenta un modelo tridimensional que permite representar el escurrimiento del agua en un medio saturado heterogéneo y anisotrópico de bordes irregulares.

Basado en la técnica de las diferencias finitas se desarrollan dos programas computacionales que le otorgan al usuario una herramienta de gran flexibilidad y rapidez para definir las características del sistema acuífero y realizar la simulación del flujo de agua subterráneo ajustando los parámetros en forma fácil. Los programas fueron validados por medio de situaciones teóricas que cuentan con soluciones analíticas y se aplican al caso del acuífero del valle del Aconcagua en desembocadura.

¹ Ingeniero Civil, P. Universidad Católica de Chile.

² Profesor Adjunto, Escuela de Ingeniería, P. Universidad Católica de Chile. Casilla 6177. Santiago

I. INTRODUCCION

La simulación del comportamiento del flujo de agua subterránea mediante un modelo matemático planteado en tres dimensiones, no presenta ninguna diferencia desde el punto de vista conceptual con los modelos planteados en dos dimensiones. Sin embargo, la gran cantidad de información necesaria y el manejo de los resultados hacen que los modelos en tres dimensiones sean bastante difíciles de usar.

En este trabajo se presenta un modelo en tres dimensiones basado en la técnica de las diferencias finitas concebido para otorgarle al usuario una gran flexibilidad y rapidez en el manejo de los datos, así como también en el proceso de simulación y en el tratamiento de los resultados.

El modelo fue aplicado a un ejemplo complejo de explotación de un acuífero semiconfinado y a un caso real como es el acuífero del valle Aconcagua en desembocadura.

II. BASES TEÓRICAS DEL MODELO

La ecuación que describe el movimiento del agua subterránea en régimen transiente, obtenida al aplicar la ley de conservación de la masa y de Darcy a un volumen infinitesimal dV de suelo saturado es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} + G(x,y,z,t) \quad (1)$$

donde h es la carga hidráulica (L) k_x , k_y , k_z , son las componentes principales del tensor conductividad hidráulica (L/T), S_s (L⁻¹) es el coeficiente de almacenamiento específico definido como el volumen de agua que un acuífero de volumen unitario libera o almacena por unidad de descenso de carga y $G(x,y,z,t)$ representa acciones externas al modelo como fuentes y sumideros.

El coeficiente de almacenamiento S (L³/L³) se define como el volumen de agua que una columna de acuífero de sección unitaria libera o almacena por unidad de descenso de la superficie piezométrica (acuífero confinado) o superficie libre (acuífero freático) ($S = S_s b$ en que b es el espesor del acuífero).

La solución $h(x,y,z,t)$ de la ecuación (1) es la carga hidráulica en cualquier punto del dominio de flujo en cualquier instante de tiempo. Para encontrar esta solución se requiere conocer dos parámetros hidrogeológicos básicos k y S_s y las condiciones de borde en los límites.

El método de diferencias finitas, utilizado en este trabajo, está basado en una discretización del tiempo y del espacio físico en que se encuentra la región de flujo. La discretización espacial consiste en dividir el volumen del acuífero en un número finito de bloques en cuyo centro o nodo se define la carga hidráulica y las características hidrogeológicas representativas del bloque completo.

De esta manera la ecuación de conservación de masa aplicada al elemento dV (Figura 1) identificado con las coordenadas i, j, k , de dimensiones $\Delta x \Delta y \Delta z$ se plantea calculando los caudales que ingresan o salen por cada una de las caras. Es así como por ejemplo el caudal Q_2 que atraviesa la cara $\Delta x \Delta z$ se calcula por

$$Q_2 = \Delta z \Delta x \cdot (k_y)_{j+1/2} \times \frac{(h_{j+1} - h_j)}{\Delta y} \quad (2)$$

donde h es la carga hidráulica definida en el nodo (i,j,k) , h_{j+1} es la carga hidráulica definida en el nodo adyacente $(i, j+1, k)$, $(k_y)_{j+1/2}$ es la conductividad hidráulica definida en el punto medio del espacio entre celdas unidas a través de una misma cara.

Las expresiones para $(k_y)_{j+1/2}$ se evalúan utilizando el promedio armónico (Trescott, 1976) como:

$$(k_y)_{i,j+1/2,k} \approx 2 \frac{\left[\frac{(k_y)_{i,j+1,k} \times (k_y)_{i,j,k}}{2} \right]}{\left[\frac{(k_y)_{i,j+1,h} + (k_y)_{i,j,h}}{2} \right]} \quad (3)$$

Evaluando análogamente los caudales respectivos la ecuación que resulta es

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_6 + Q_7 = \frac{(h^t - h^{t-1})}{\Delta t} S_s \Delta x \Delta y \Delta z \quad (4)$$

Ordenando y agrupando los términos se obtiene para cada nodo del dominio una ecuación del tipo:

$$B h_{i-1}^t + D h_{j-1}^t + E h_i^t + F h_{j+1}^t + H h_{i+1}^t + S h_{k+1}^t + Z h_{k-1}^t = Q^{t-1} \quad (5)$$

donde B, D, E, F, H, S y Z son constantes que dependen de las características del fluido y del medio poroso en la vecindad de la celda de coordenadas (i, j, k), Q^{t-1} es una constante que es función del estado del bloque (i, j, k) en el intervalo de tiempo anterior y de la acción de fuente externas.

III. DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN

3.1 Generalidades

El conjunto de ecuaciones de diferencias finitas que describe el comportamiento del agua en los bloques componentes del acuífero, durante un intervalo de tiempo de longitud Δt , conforma un sistema de ecuaciones lineales de dimensión N (N es el número total de bloques). La forma general de este sistema de ecuaciones, escrito en forma matricial, es la siguiente:

$$A \cdot h^t = Q^{t-1} \quad (6)$$

donde A (dimensión N.N) es la matriz de coeficientes, h^t (dimensión N) es el vector cuyos componentes corresponden a la carga hidráulica de cada una de las celdas durante un intervalo de tiempo de longitud Δt y Q^{t-1} (dimensión N) es el vector que representa el estado del sistema (de cada bloque) en el período de tiempo Δt anterior. A y Q^{t-1} son constantes, y h^t es la variable por determinar.

El proceso de simulación entonces consiste en resolver este sistema de ecuaciones para cada uno de los pasos de tiempo que definen el período de simulación. La resolución de este sistema, para un paso de tiempo cualquiera, requiere de un conjunto de condiciones iniciales, correspondientes a la carga hidráulica con que cada una de las celdas inicia ese período de tiempo. Si se trata del primer paso de tiempo, estas condiciones serán entregadas por el usuario como datos iniciales. En caso contrario serán proporcionadas internamente ya que

corresponden al conjunto solución del sistema de ecuaciones resuelto en el paso de tiempo anterior.

Las condiciones iniciales describen el estado inicial del sistema bajo estudio. En lo que respecta al modelo de diferencias finitas, para poder simular la evolución de la carga hidráulica dentro de un acuífero, todas las celdas deben tener asociada una carga hidráulica inicial, definida externamente por el usuario.

Las condiciones de borde en un sistema de aguas subterráneas, son las que definen el comportamiento del flujo en los límites de un acuífero. En general estos bordes son de forma irregular, por lo que muchas veces es necesario idealizarlos mediante líneas rectas (caso bidimensional) o planos (caso tridimensional).

3.2 Condiciones de Borde

Para definir una pared impermeable, se elimina la interacción entre los nodos pertenecientes a ella y sus vecinos en el interior del prisma. Esto se logra haciendo cero el valor de la conductividad hidráulica en los bloques que conforman esta pared.

Las celdas que forman parte de un borde de nivel de energía constante, deben mantener constante su carga hidráulica en el valor inicial. Esto se logra definiendo en cada una de ellas un coeficiente de almacenamiento específico S_s muy grande. De este modo, el nivel de energía no varía ya que todo el balance positivo o negativo es absorbido por el almacenamiento, con un cambio de nivel despreciable.

Las celdas que forman parte de un borde de flujo constante reciben o entregan al exterior una cantidad fija de fluido, independiente del estado general del sistema. La forma de representar este borde, es asignando el valor del flujo estipulado al término G de la ecuación de diferencias finitas de cada una de las celdas que lo componen ($G_{i,j,k} = cte$).

3.3 Superficie Libre

Una superficie libre es una superficie de presión atmosférica, por consiguiente la carga hidráulica en términos relativos es igual a la coordenada vertical de la napa del nodo correspondiente. Las celdas que presentan este tipo de condición de borde tienen un espesor saturado que varía en el tiempo en función de

su carga hidráulica. Esto significa que el sistema de ecuaciones de diferencias finitas deja de ser lineal. Una forma de linearizar el sistema, es aproximar el valor desconocido de la carga hidráulica por el valor de esa variable en el intervalo de tiempo anterior.

Cuando se resuelve un problema en el que interviene este tipo de condición de borde, el coeficiente de almacenamiento se reemplaza por el concepto de porosidad efectiva que corresponde al volumen de agua que libera un volumen unitario de suelo saturado por efecto de la gravedad. (Freeze, 1973).

3.4 Intercambio de masa entre nodos

En general, el caudal que circula entre dos celdas adyacentes que forman parte de la región de flujo, se obtiene con la expresión: $Q_{ij} = V_{ij} \times A$ donde A es el área saturada de la cara que ambas celdas tienen en común y V_{ij} es la velocidad de Darcy del flujo que circula entre el nodo i y el nodo j calculado como:

$$V_{ij} = K_{ij} (h_j - h_i) / (\Delta y_i / 2 + \Delta y_j / 2) \quad (7)$$

donde K_{ij} es la conductividad hidráulica definida en el punto medio del espacio que une ambos nodos calculado como la media armónica entre las conductividades hidráulicas de ambas celdas, h_i y h_j son las cargas hidráulicas definidas en los nodos i y j, respectivamente, y Δy_i y Δy_j son las dimensiones de cada celda.

Para lograr un correcto balance de masa entre dos bloques adyacentes se impuso la condición que en todo instante de tiempo ambas celdas tuvieran una misma área saturada de contacto.

3.5 Control del movimiento de la napa

En términos generales, el algoritmo diseñado para controlar el movimiento de la superficie libre en el suelo considera que si en una celda que forma parte de la superficie libre (Fig. 2) se cumple la relación $h^t - h^{t-1} < 0$ (h tiende a disminuir de valor) y además, h^t está por debajo de un límite inferior, entonces la celda es sacada del sistema marcándola como seca. A su vez, la celda que está inmediatamente por debajo de ella es incorporada a la superficie libre. Por el contrario, si en la celda se cumple la relación $h^t - h^{t-1} > 0$ (h tiende a aumentar el valor) y si h^t está por encima de un límite superior, entonces la celda se satura

completamente sacándola del borde ya que pesa a ser una celda interna. A su vez, la celda que está inmediatamente por encima de ella (marcada como seca) es activada incorporándola a la superficie libre.

3.6 Modelación de un pozo

El modelo computacional del pozo distribuye el gasto total a inyectar o extraer del acuífero dentro de las celdas que componen el pozo, en forma proporcional al espesor saturado y a la conductividad hidráulica de cada una de las celdas que componen el ranurado del pozo. En el caso de acuíferos libres el espesor saturado de las celdas varía en el tiempo, por lo que la operación de los pozos se ajusta después de cada iteración del modelo de simulación.

3.7 Método de Resolución del Sistema de Ecuaciones

El método de resolución adoptado es el SIP (Strongly Implicit Method) el cual puede ser descrito en forma heurística, de la siguiente manera (Remson, 1971). Se busca la solución de un sistema de ecuaciones con una matriz de coeficientes, A, difícil de resolver en forma directa. Si una matriz modificada A+B es encontrada de modo que puede ser resuelta fácilmente en forma directa y si A+B tiene la propiedad, de en algún sentido, tender a la matriz A, entonces, la matriz modificada puede constituir una base aceptable para una técnica iterativa.

Remson (1971), señala que el método SIP puede probar ser el mejor en la resolución de problemas grandes y complejos.

3.8 Programas Computacionales

Para la implementación computacional se desarrollaron dos programas independientes Base y Simulo, que cuentan con una interfaz desarrollada en base a menús que en forma rápida y amistosa permite al usuario estudiar el comportamiento de acuíferos bajo excitaciones tanto naturales como artificiales, sin limitaciones en cuanto a la definición de las características hidrogeológicas de cada una de sus partes, ni tampoco en cuanto a las dimensiones de las celdas que particionen el medio permeable.

A través del programa Base, el usuario define las características del acuífero, las cuales se registran en un archivo de parámetros que posteriormente es leído por el programa Simulo para realizar la simulación (Figura 3).

El programa Base, aparte de actuar sobre el archivo de parámetros, de acuerdo a las necesidades del usuario genera archivos de salida que informan acerca del valor de los parámetros asignados a cada una de las celdas que conforman la región de flujo. Los archivos de salida generados por el programa Simule entregan información acerca de la evolución temporal de determinadas variables y del comportamiento de procesos que deben ser controlados para asegurar el correcto funcionamiento del programa. Este programa además, durante el proceso de simulación despliega a través de la pantalla el valor de ciertas variables e índices que permiten conocer la evolución del proceso en cada instante de tiempo.

Los programas fueron desarrollados en lenguaje PASCAL en un computador VAX/VMS 8600. La decisión del lenguaje Pascal se basó en que su estructuración permite implementar con relativa facilidad algoritmos con estructuras lógicas complejas. Para la confección de las pantallas se empleó el programa FMS que es un utilitario que provee el sistema operativo VMS para generar pantallas.

IV. APLICACIONES DEL MODELO

Con el objeto de validar el modelo se aplicó a una serie de ejemplos teóricos (de los cuales se presenta uno en este trabajo) que permitieron comparar sus resultados con los obtenidos por métodos analíticos y a uno real que permitió conocer sus limitaciones e alcances.

4.1 Ejemplo 1

Acuífero semiconfinado bajo superficie libre, que confina a uno artesiano principal de cuyo centro se extrae un caudal de agua constante ($Q = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$). En este caso se supone que el nivel de la superficie libre no es afectado por el bombeo. Se estudió el comportamiento del acuífero principal en régimen transiente, considerando un suelo homogéneo e isotrópico. Las características principales del acuífero se presentan en la Figura 4.

Se simuló el comportamiento de este acuífero frente a la acción del pozo durante un período de 9 horas, instante en que el radio de influencia del pozo alcanza aproximadamente los 100 metros. El medio permeable se discretizó en forma tridimensional. El incremento espacial de las celdas tanto en sentido del eje x como en sentido de eje y es variable (entre 1 y 86 m). En el sentido del eje z

se definieron cuatro capas de caldas de las cuales dos representan el acuífero principal y las dos restantes el acuífero confinado y a la superficie libre.

La solución analítica de Hantush (Meriño 1984) para la distribución temporal y espacial de la depresión en el acuífero principal, supone un flujo horizontal en la zona de extracción y netamente vertical en el acuífero semipermeable:

$$S(r,t) = (Q/4\pi^2T)w(u^*, r/B)$$

donde $u^* = d_1^2 u$, $d_1 = 1.5/3^2 S$, $u = r^2 S/4T^2 t$, $r/B = r/\sqrt{(T^2 b^2/K)}$ y $w(u^*, r/B)$ es una función cuyos valores se encuentran tabulados, b es el espesor del acuífero principal b' es el espesor de la capa semipermeable y r es la distancia al pozo.

En la Figura 5 se muestra la distribución espacial de la depresión del acuífero principal después de 5 horas de bombeo obtenidos con el modelo de simulación y con la solución analítica. Se observa un buen ajuste entre ambos resultados.

4.2 Ejemplo 2. Extracción de agua del valle del Aconcagua

Una zona donde se puede efectuar una aplicación real del modelo desarrollado es el acuífero situado en la desembocadura del río Aconcagua. El acuífero tiene características de semiconfinado (Figura 6a) y ha sido explotado exhaustivamente.

Los pozos construidos se encuentran tanto en el acuífero inferior, confinado por una cuña de material teóricamente impermeable como en el acuífero libre que se encuentra sobre la cuña. Las características hidrogeológicas de la región de flujo son las siguientes: Acuífero superior: $T = 1200 \text{ m}^2/\text{día}$, $S = 0,2$; Cuña impermeable: $K = 10^{-9} \text{ m}/\text{seg}$, $S = 10^{-6}$; Acuífero semiconfinado: $K = 1,16 \times 10^{-4} \text{ m}/\text{seg}$, $S = 10^{-4}$.

Los pozos utilizados para explotar el acuífero semiconfinado extraen en conjunto un caudal de 200 l/seg. En 1971 debido a una sequía prolongada se aumentó el caudal de explotación, produciendo una intrusión salina en el acuífero semiconfinado. (Comisión Nacional de Riego, 1982)

Las características irregulares de este acuífero, su gran extensión y profundidad obligaron a utilizar un gran número de celdas para realizar la discretización espacial requerida por el modelo de simulación. Para diseñar una discretización espacial que permitiera representar lo mejor posible los distintos tipos de suelo que comprenden este acuífero y obtener la precisión deseada en las zonas de análisis se realizaron numerosas pruebas llegando finalmente al esquema que muestra la Figura 6b. Con el objeto de determinar un paso de tiempo lo más grande posible, cuidando asegurar la convergencia de los métodos iterativos, se procedió, al igual que en el caso de la discretización espacial, a realizar numerosas corridas de la simulación que permitieron acotar el paso de tiempo más apropiado. Se llegó a la conclusión de que el paso de tiempo no podía superar un intervalo de longitud de 1 hora, lo que limitaba bastante la posibilidad de simular un periodo de tres meses (tiempo de simulación deseado) debido a que el gran número de celdas y la heterogeneidad del suelo poroso hacía que cada iteración demorara mucho tiempo (aproximadamente 5 minutos en tiempo real). A pesar de estos inconvenientes se obtuvieron resultados de simulaciones correspondientes a tres días de operación de los pozos. Los resultados obtenidos mostraron que durante un periodo de tiempo de tres días los pozos deprimen lo suficiente el acuífero semiconfinado como para que se produzca intrusión salina en la zona de la desembocadura del río. Además se pudo verificar que se produce un flujo de agua importante que pasa a través de la cuña desde el acuífero libre hacia el ranurado de los pozos.

5. CONCLUSIONES

El modelo construido permite incorporar diferentes tipos de condiciones de borde tales como: borde de flujo constante, de carga hidráulica constante, impermeable, superficie libre y modelar la operación de pozos que pueden penetrar en forma parcial o total en el interior de un acuífero.

La aplicación a un ejemplo de escurrimiento de agua subterránea en un acuífero semiconfinado mostró que se obtiene una buena precisión al comparar los resultados de la simulación con los obtenidos de solución analítica.

La aplicación del modelo desarrollado al estudio de un acuífero real como el de la desembocadura del río Aconcagua, permitió comprobar las limitaciones y alcances que posee esta herramienta de simulación para abordar problemas complejos. Se concluye que presenta una gran versatilidad en lo referente a la

especificación de las características hidrogeológicas, condiciones de borde y de explotación de los acuíferos.

Sin embargo, en términos de tiempo real de computador se debe disminuir la precisión deseada (reducir el número de bloques y aumentar el paso de tiempo) para poder aplicarlo a acuíferos reales.

REFERENCIAS

1. Comisión Nacional de Riego, 1982. Estudio Integral de Riego de los Valles Aconcagua, Putaendo, Ligua y Petorca. (HTS, CICA, BP).
2. Trescott, P.C., Pinder, G.F., Larson, S.P. (1976). Finite-Difference model for aquifer simulation in two dimensions with results of numerical experiments. U.S. Geological Survey.
3. Morfio M. y Luthin, J.N. (1984). Seepage and Ground water. Elsevier.
4. Remson, I., Hornberg, G. y Molz, F. (1971). Numerical methods in subsurface hydrology. Wiley Interscience.
5. Kinzelbach, W. (1987). Groundwater modelling and introduction with sample programs in basic. Elsevier.
6. Trescott P.C. (1975). Simulation of three - Dimensional Flow. Geological Survey, EE.UU.

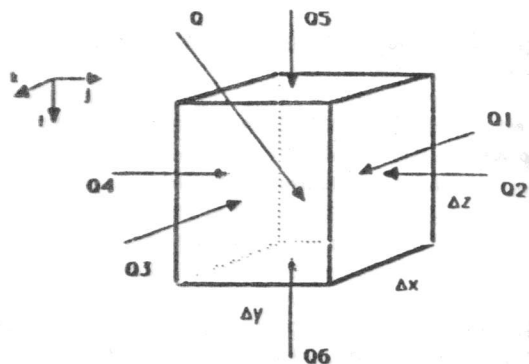


Fig. 1. Caudales que se consideran en un elemento de volumen de acuífero.

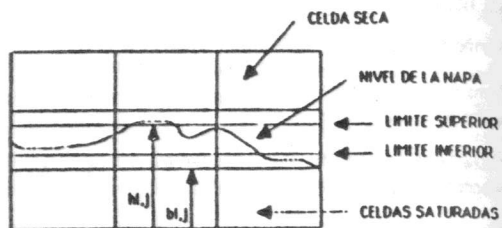


Fig. 2. Control del movimiento de la napa en el modelo.



Fig. 3. Interacción entre los programas Base y Simula.

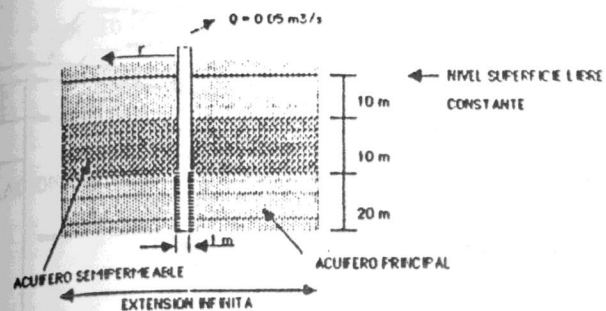


Fig. 4. Acuífero semiconfinado considerado en Ejemplo 1

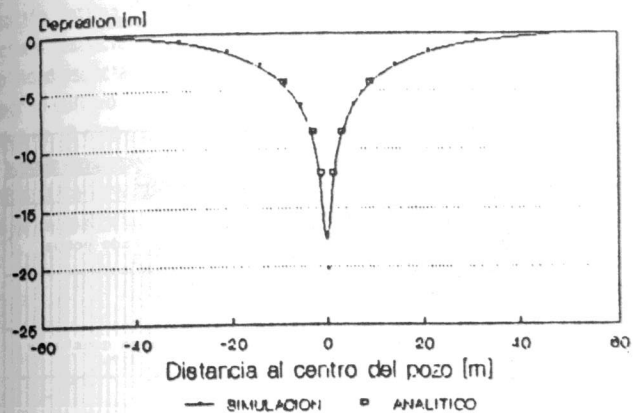


Fig. 5. Resultados obtenidos mediante la simulación y la solución analítica después de 5 horas de bombeo en el pozo (Ejemplo 1).

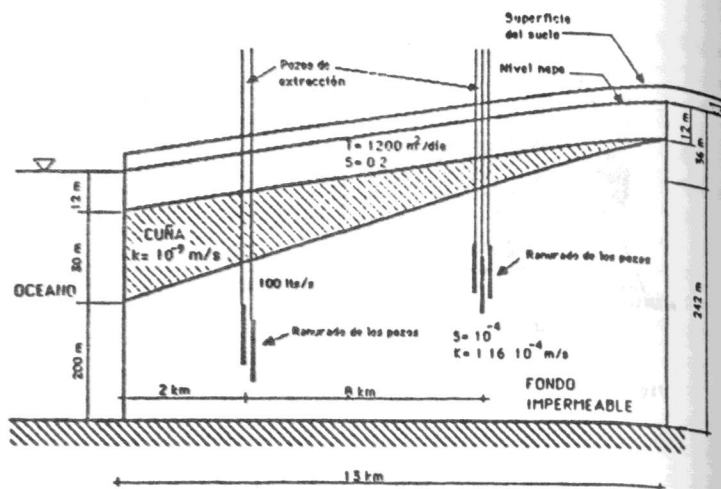


Fig. 6a. Acuífero considerado en el Ejemplo 2.
Caso del valle Aconcagua en desembocadura.

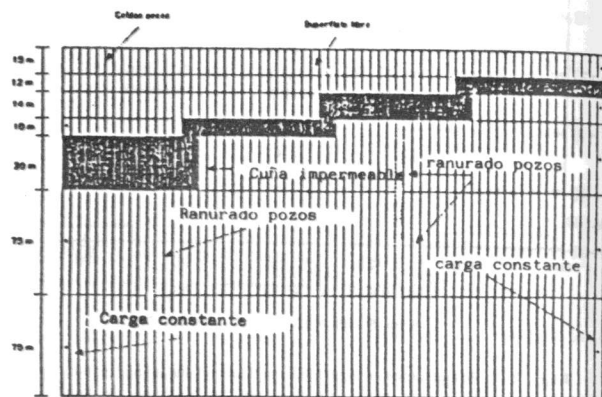


Fig. 6b. Discretización del acuífero valle Aconcagua considerado en el modelo.

MODELACION ESTOCASTICA VERSUS MODELACION DETERMINISTICA DEL
BALANCE HIDRICO DE UN SUELO

Didier Marchand (Dr.)*

RESUMEN

Se desarrolla una modelación estocástica a partir de un modelo determinístico-funcional del balance hídrico de un suelo cultivado

Mediante simulaciones de Monte-Carlo y luego simulaciones con una realización óptima, se determina para diferentes tipos de distribución, de estructura espacial y de condiciones climáticas, la influencia de la variabilidad espacial de las entradas del modelo sobre las salidas (consumo de agua por el cultivo y pérdidas por drenaje y/o escurrimiento superficial), para periodos de 10 días y para todo el periodo de duración de la simulación

Se concluye que en el caso de una modelación funcional, una simulación determinística "promedio" puede ser adecuada para modelar el comportamiento global de una parcela

*Cooperante del gobierno Francés, Escuela de Ingeniería, P. Universidad Católica de Chile, Casilla 6177, Santiago.