

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**  
**XXIV CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**DISTRIBUCION DE TAMAÑOS DE LAGOS CHILENOS**

**FRANCISCO MARTINEZ <sup>1, (\*)</sup>**  
**LORENA GONZALEZ <sup>2</sup>**

**RESUMEN**

Los lagos constituyen alrededor del 0,61% del potencial hídrico mundial, sirviendo como importantes fuentes de intercambio de dióxido de carbono, metano y otros nutrientes importantes de nuestro ecosistema. Debido a ello, conocer su distribución es de suma importancia especialmente en aquellas zonas donde se carece de información detallada. Al respecto, un reciente estudio mostró que tanto el perímetro ( $P$ ), como la superficie ( $A$ ) de los espejos de agua de lagos tienden a distribuirse siguiendo una ley de potencia, sugiriendo un cierto orden de tipo fractal en dicha distribución. En este trabajo se ha re-explorado esta relación catastrando y midiendo lagos y lagunas a lo largo de Chile, corroborando que estas unidades siguen también una relación del tipo  $P \propto A^{D/2}$  donde  $D \approx 1.14$  es la dimensión fractal del conjunto lacustre. Aunque hay diferencias en la distribución de frecuencia asociada a los tamaños de lagos, la dimensión  $D$  es coherente con lo reportado en la literatura demostrando que los conjuntos lacustres parecen seguir ciertos patrones de ordenamiento que pueden ser caracterizados por la teoría fractal.

---

<sup>1</sup> Escuela de Ingeniería Civil, P. Universidad Católica de Valparaíso, Chile

<sup>2</sup> Golder Associates, RM, Chile

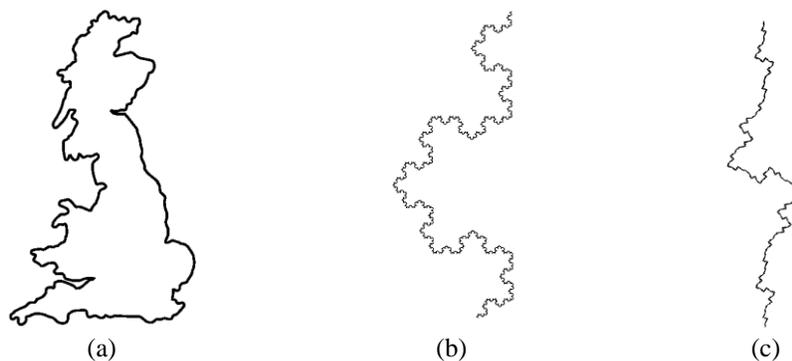
(\*) [francisco.martinez@pucv.cl](mailto:francisco.martinez@pucv.cl)

# 1 INTRODUCCION

## 1.1 Motivación

Los lagos representan alrededor del 0,61 % de los recursos hídricos continentales disponibles en el mundo (MOP-DGA, 2016). Debido a su capacidad básica para retener, almacenar, limpiar y proporcionar agua de manera uniforme, los lagos, embalses y humedales constituyen entonces componentes esenciales de los ciclos hídricos hidrológicos y biogeoquímicos, influyendo en varios aspectos de la ecología y la biodiversidad y otras de impacto más directo en la economía y el bienestar humano, expresadas en actividades turísticas y recreacionales. El conocimiento sobre la distribución de lagos, embalses y humedales es además de gran interés para varias disciplinas involucradas en la evaluación de la disponibilidad de recursos hídricos, la modelación de los efectos del cambio climático, la estimación de emisiones de CO<sub>2</sub> y metano y, además, para estudios medioambientales de gran escala sobre biodiversidad y salud humana (Tranvik et al. 2009; Downing et al. 2016; Raymond et al., 2013).

A pesar de esta importancia, conocemos poco de estos sistemas. En este contexto, la morfometría ha abierto nuevos caminos para conocer varios aspectos de estos sistemas especialmente aquellos asociados a la geometría y distribución espacial de sistemas lacustres, evidenciando una fuerte conexión con la teoría de objetos fractales, revitalizando así el interés por este tipo de estructuras. Mandelbrot (1983) fue pionero en explorar estas conexiones y en acuñar el concepto “fractal” motivado en el problema de determinar la extensión de costas naturales. Los fractales se pueden entender como objetos que poseen invariancia de escala, es decir, reproducen su estructura geométrica independientemente de la escala a la cual son observados, que es lo que se desprende de analizar tramos de costa a distintas escalas (Figura 1a). Varios objetos matemáticos presentan esta propiedad, como la curva de Koch (Figura 1b) o bordes costeros reproducidos a partir de algoritmos recursivos (Figura 1c), sugiriendo que la forma de algunos sistemas naturales podría describirse a partir de leyes matemáticas.



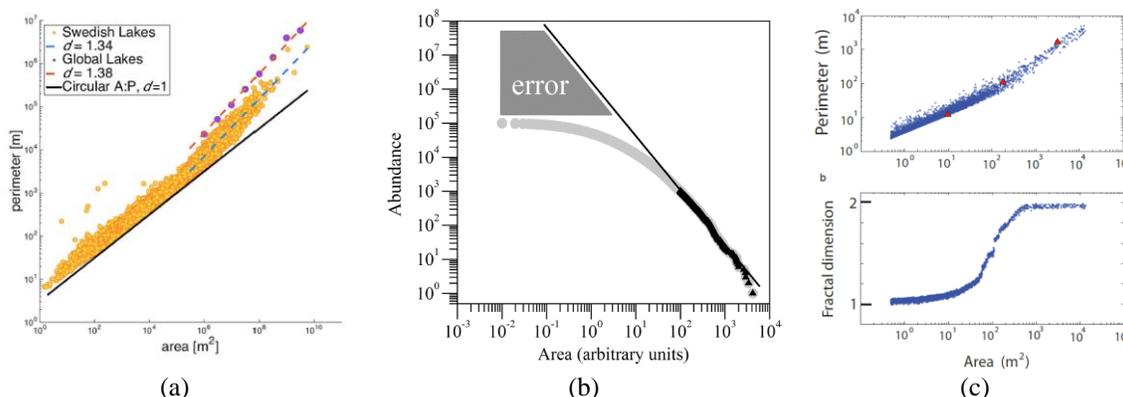
**Figura 1.** (a) Esquema de una costa real (UK); b) la curva de Koch y c) esquema de una línea costera generada mediante un algoritmo fractal (imágenes obtenidas desde *Google Images*)

Estos hallazgos se extendieron a otros tipos de formas naturales, como demostró Matsushita et al. (1991) al determinar que la proyección de las curvas de nivel topográfico sobre un plano

horizontal genera superficies cuyos bordes tienden a distribuirse en forma fractal, caracterizada por una dimensión  $D=4/3$ , resultado que posee una íntima conexión con la forma de los lagos y otro tipo de sistemas a frontera cerrada. En este sentido, si tanto las áreas de lagos, como los perímetros que ellos encierran tienden a seguir un comportamiento fractal, resulta razonable suponer que la relación área-perímetro también lo haga. Siguiendo esta idea, Cael y Seekell (2016) midieron la relación área-perímetro en lagos de Suecia, EE.UU y algunos grandes lagos del mundo, en el rango  $10^{-6} \text{ km}^2 < A < 10^9 \text{ km}^2$ , determinando una relación potencial del tipo:

$$P = mA^n \quad (1)$$

Donde  $P$  y  $A$  corresponden al perímetro y el área del espejo de agua de cada lago, respectivamente y el par  $(m, n)$  son constantes de ajuste. Este tipo de ajustes se observan frecuentemente en sistemas naturales denominados de *libre crecimiento* y según Mandelbrot (1983) el coeficiente  $n$  se relaciona con la dimensión fractal en la forma  $n = D/2$ . Siguiendo esta teoría, Cael y Seekell (2016) obtuvieron valores de  $D=1.34$  para los lagos de Suecia y  $D=1.38$  para algunos grandes lagos del mundo, como muestra la Figura 2a. Estas dimensiones se aproximan al valor  $D=4/3$  obtenido por Matsushita, pero se alejan del valor  $D=2$  que resultaría si todos los lagos adoptaran una geometría circular.



**Figura 2.** a) Relación área-perímetro para lagos de Suecia y el mundo, de acuerdo a Cael y Seekell (2016); b) Representatividad del ajuste de Pareto para distribuciones típicas de lagos (Seekell y Peace, 2011); c) comportamiento transicional en el comportamiento de la dimensión fractal para sistemas de lagos ubicados en zonas árticas (Hohenegger et al. 2012)

En los estudios de Meybeck (1995) y Downing et al (2015) se reportan, sin embargo, valores distintos del coeficiente  $n$  aquí determinados, dando espacio a que factores regionales afecten las relaciones del tipo (1) aspecto que no ha sido suficientemente abordado en la literatura. En general, extensa literatura consultada por el autor encuentra valores de  $D$  para sistemas lacustres comprendidos en el rango  $1 < D < 2$ , con una tendencia al valor  $D = 4/3$ . Todo esto invita a pensar que las distribuciones de lagos parecen poseer un cierto patrón de ordenamiento, aún no plenamente descifrado, pero que podría ser más robusto de lo que se cree.

En este sentido, si las relaciones área-perímetro han entregado algunas luces sobre estos aparentes patrones de orden, las distribuciones de frecuencia de estos sistemas muestran ser

consistentemente representadas por leyes de tipo Pareto entre el número de abundancia  $N_{a>A}$  y el área del espejo de agua de cada lago. Este tipo de ajustes no son una mera casualidad, sino más bien un factor común de varios sistemas sin conexión aparente entre sí, como por ejemplo islas, montañas y nubes. Basándose en un artículo de Clauset et al. (2009), Seekell y Peace (2011) y Seekell et al. (2013) profundizaron sobre un *approach* fractal para caracterizar la distribución de lagos, argumentando que la representatividad de estas relaciones puede invalidarse cuando tratamos con unidades situadas en zonas montañosas donde aparecen efectos de truncamiento (c.f. Figura 2b). Esto último obliga a tomar en cuenta posibles efectos de escala y factores topográficos al momento de querer usar estas herramientas como predictores de la cantidad de lagos en zonas donde se carece de información geográfica.

Cael et al. (2017) estudiaron también distribución de lagos en zonas influenciadas por efectos mareales, determinando una vez más valores alrededor de  $D=4/3$ , aunque advierten que lagos de tamaño superior a  $10 \text{ km}^2$  parecen agruparse en tendencias potenciales de dimensión  $D \approx 2$ . Hohenegger et al. (2012) analizando un espacio muestral de  $N>5000$  lagos en zonas árticas, mostró que la dimensión fractal puede transitar desde  $D=1$  a  $D=2$ , a partir de una cierta área crítica de aprox.  $100 \text{ m}^2$ , como muestra la Figura 2c. Este y los anteriores resultados muestran que la teoría fractal podría ayudar a caracterizar mejor ciertos aspectos morfológicos asociados a la distribución de algunos sistemas naturales, profundizando un poco más que los clásicos parámetros usados a la fecha.

Inspirándonos en los estudios anteriores y principalmente en el reporte de Cael y Seekell (2016), el presente resumen constituye un primer esfuerzo en introducir métricas para caracterizar lagos y lagunas de Chile, abordando dos preguntas en particular: ¿cómo se distribuyen los tamaños de lagos y lagunas en Chile? y ¿qué tipo de información sobre la organización de tales sistemas esconden estas distribuciones? Ambas interrogantes podrían aportar luces para la elaboración de modelos predictivos que ayuden a estimar el volumen de recursos hídricos almacenado por tales sistemas en zonas donde se carece de información geográfica detallada o zonas de alta densidad hídrica.

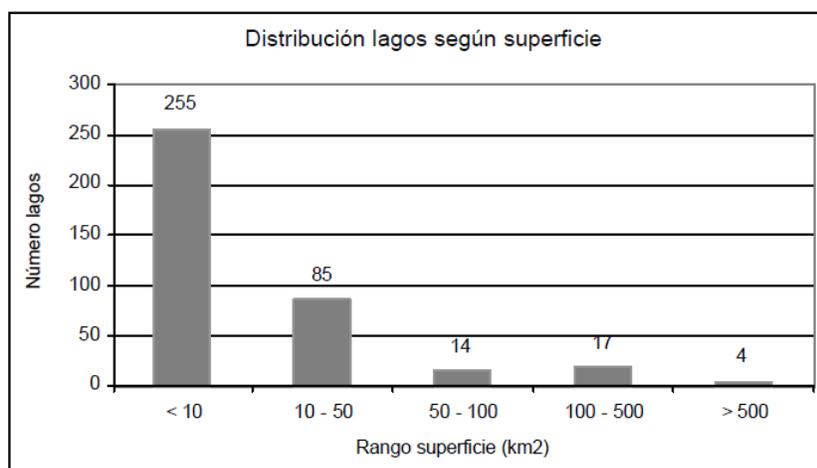
## **1.2 Catastro de cuerpos lacustres en Chile y el mundo**

A pesar de la importancia de los lagos, existen pocos conjuntos de datos completos que reúnan información precisa sobre la ubicación, extensión y otras características básicas de lagos y humedales a escala mundial (Lehner y Doll, 2004). Meybeck (1995) y Lehner y Doll (2004) señalan que tanto la cantidad, como la calidad de los datos de cuerpos lacustres y humedales encontrados a partir de búsquedas exhaustivas aún siguen siendo deficientes para proporcionar estimaciones confiables de sus recursos hídricos y menos autores aún, han considerado analizar o realizar censos de lagos a escala global.

Para subsanar este aspecto, han surgido algunos sistemas de información geográfica destinados exclusivamente a catastrar cuerpos lacustres, relevando particularmente el esfuerzo del proyecto Hydrolakes (Lehner y Doll, 2004). Este proyecto tiene por objeto proporcionar un mapeo transparente de alta resolución de los lagos del mundo, con sus respectivas características topográficas. Lehner y Doll (2004) indica que esta base se diseñó unificando varios conjuntos de datos globales y regionales, formando un repositorio de mapas

digitales que incluye todos los lagos con una superficie de al menos 10 ha. La versión actual de este sistema comprende alrededor de 1,427,688 lagos individuales, tanto de agua dulce, como salinos, incluyendo reservorios artificiales y lagos regulados. También contiene información de lagos chilenos, ordenados por área, perímetro y altitud y que han sido incorporadas al presente estudio.

En nuestro país, sin embargo, los esfuerzos por caracterizar mejor estos sistemas aún siguen siendo insuficientes, poseyendo aún más menos información sobre sus propiedades morfométricas. Salazar y Soto (1999) y Salazar (2003) documentan que la DGA en el inicio del programa de la *Red Nacional Mínima de Control de Lagos* realizaron el primer catastro de lagos en el país, reportando 375 lagos de superficie igual o superior a los 3 km<sup>2</sup>, de los cuales 125 corresponden a lagos de tamaño igual o superior a los 10km<sup>2</sup> y 255 a lagos de tamaño inferior a 10 km<sup>2</sup>. Estos lagos se distribuyen de acuerdo al histograma mostrado en la Figura 3. Esta red considera además un total de 20 cuerpos de agua ubicados en las macrozonas Centro y Sur, que son monitoreados periódicamente para determinar su condición de trofia, monitoreo de propiedades físico-químicas y algunos cuantos más, para estudio de fenómenos físico-mecánicos como ocurre con el lago Villarrica.



**Figura 3.** Histograma de distribución de lagos chilenos según Salazar (2003)

De acuerdo a Salazar (2003), los lagos constituyen una reserva hídrica importante en Chile, ubicándose en su mayoría en la zona sur del país, entre las regiones de la Araucanía y Punta Arenas. Estos cuerpos representan alrededor del 1,5% de la superficie del territorio nacional y junto con los cursos fluviales, representan un activo medio ambiental y turístico de gran valor para Chile. De acuerdo al mismo autor, los lagos presentan buena calidad físico-química de sus aguas y actúan como importantes reguladores de caudal y temperatura en las cuencas donde se insertan, aunque se desconoce hasta qué punto se ha actualizado esta información a la fecha.

El reporte “Estrategia Nacional de Recursos Hídricos” (MOP-DGA, 2012) señala la existencia de alrededor de 15,000 lagunas, aunque lamentablemente no se menciona ni la fuente, ni el procedimiento de obtención de estos datos. El reporte “Atlas del Agua” (MOP-DGA, 2016) disgrega un poco más esta información, reportando 368 lagos en el país (que

probablemente corresponden al catastro previo de Salazar (1999)), junto a 12,416 lagunas, totalizando 12,784 cuerpos lacustres que cubren una superficie total de espejos de agua de aprox. 11,048 km<sup>2</sup>, cifra que difiere notablemente de las 15,000 lagunas reportadas por MOP-DGA (2012). De acuerdo al mismo atlas, un 96,8% de los lagos se concentran desde la VIII Región hacia el sur y un 82,4% de las lagunas se concentra desde la XI Región hasta el extremo austral del país. Aunque se reconoce en esta información detalles que son valiosos para la cuantificación espacial de este recurso hídrico, lamentablemente no se entregan mayores detalles sobre el método de obtención de estos datos, ni menos que tipo de métricas morfológicas se han introducido en ellos.

## **2 METODOLOGÍA**

En el presente estudio se ha realizado un catastro manual de aprox. N=400 lagos, distribuidos a lo largo de todo el país desde la Región de Arica, hasta Puerto Williams. Se ha excluido del presente análisis lagunas de superficies inferiores a 0.5 km<sup>2</sup> que, según creemos, conforman la casi-totalidad de la base de datos reportada en el informe del MOP-DGA (2016). Se advierte que acceder a esta información es mucho más costoso técnicamente, pues requiere implementar técnicas de fotogrametría y tratamiento de imágenes más avanzadas que las usadas en el presente estudio, lo que escapa a los objetivos trazados para el mismo.

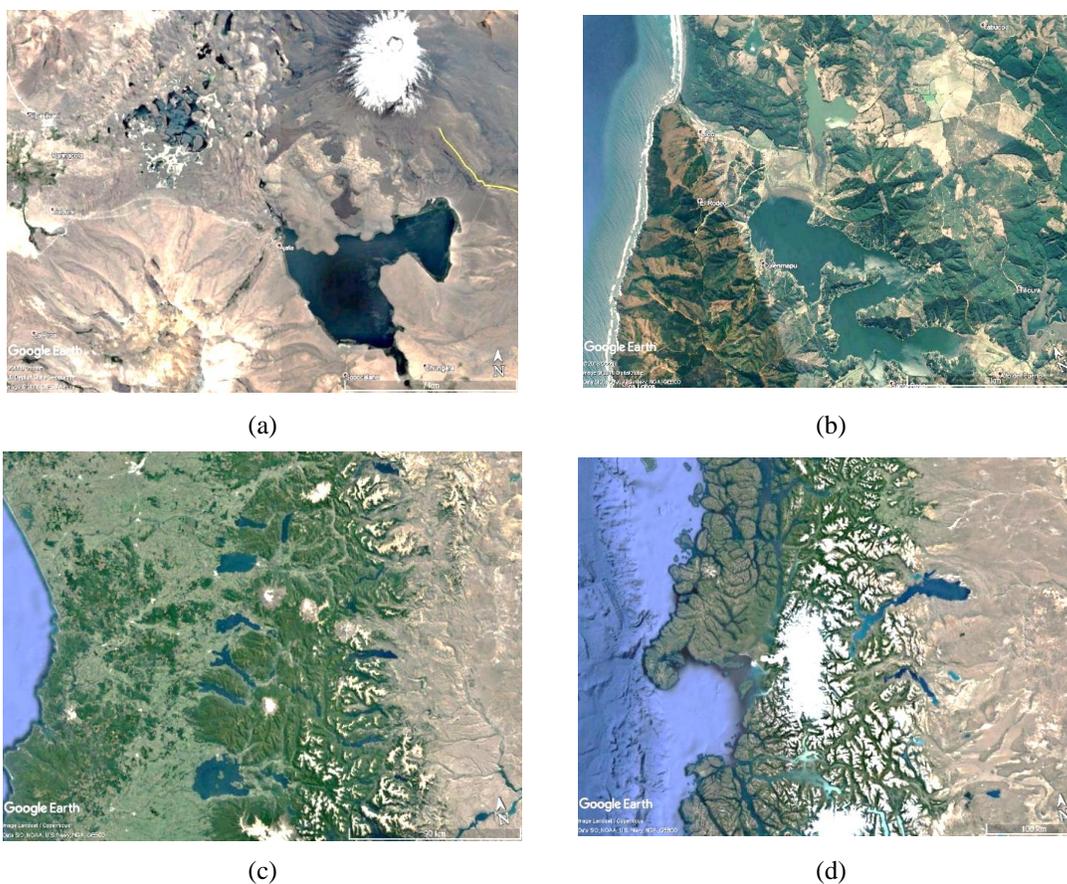
En el procedimiento de medición de lagos se han emulado parcialmente algunos de los métodos de caracterización reportados por Verpoorter et al. (2012, 2014) usando las fuentes de imágenes desde las plataformas NasaEarth y Google Earth. Estas imágenes son tratadas por separado, permitiendo identificar e individualizar cada lago mediante inspección visual. Una vez individualizados, se mide manualmente el perímetro y el área visible de cada uno de ellos, a la fecha más reciente en que fue obtenida la imagen, usando las herramientas métricas disponibles en ambas plataformas. Las escalas bajo las cuales se realizan estas mediciones se sitúan en el rango 1:500 a 1:1000. En cada medición se registra también la altitud de cada lago o laguna, con sus respectivas coordenadas espaciales.

Para nutrir este análisis, hemos incorporado datos provenientes del sistema Hydrolakes que alberga información de aproximadamente N=850 lagos chilenos, cuyas áreas varían entre 0.01 y 1500 km<sup>2</sup> y de altitudes comprendidas entre -3 y 4556 msnm. Una ventaja de Hydrolakes es que provee información relevante para lagos comprendidos en el intervalo de 3 a 10 km<sup>2</sup>, información que en nuestro caso asoma más escasa. Cabe señalar que, si bien se desconoce la localización exacta de los datos provistos por dicho repositorio, la envergadura de este sistema lo vuelve una base de datos significativa que amerita ser considerada en el presente estudio. Las mediciones manuales conducidas en este trabajo ayudan a completar dicha estadística para lagos inferiores a 1 km<sup>2</sup>.

### 3 RESULTADOS

#### 3.1 Algunas características de lagos chilenos

Los patrones morfológicos de lagos chilenos son muy diversos, como consecuencia de la variedad de ambientes geográficos, hidrológicos y climatológicos presentes en el territorio. En el norte del país, los lagos tienden a ubicarse en su gran mayoría cerca de zonas cordilleranas y en faldeos volcánicos (cf. Figuras 4a), sugiriendo procesos de formación atribuibles a fusión de nieves y de posterior apresamiento. Otros lagos tienden a ubicarse en la proximidad de salares, como ocurre con el lago Cocotani y otros cerca de zonas fronterizas. En general, en estas regiones los poquísimos lagos existentes se pueden identificar rápida y fácilmente por inspección visual, generando claros contrastes de colores entre la superficie de agua y el terreno.



**Figura 4.** Algunos sistemas lacustres típicos encontrados a lo largo de Chile. a) Lago Cotacotani ( $\sim 18^{\circ}11' S - 69^{\circ}13' W$ ) en el extremo norte; b) lagos en la zona costa de la IV región; c) lagos de la X región ( $39^{\circ}S-40^{\circ}S$ ) y d) lagos en la zona austral del país ( $44.6^{\circ}S - 46.9^{\circ}S$ ). Todas las imágenes fueron extraídas desde *Google Earth*.

A medida que migramos hacia la zona central del país, los lagos comienzan a emerger con un leve aumento en densidad, observando más unidades ubicadas en proximidad a la costa, como muestra la Figura 4b. En estas regiones también es probable que, debido a su ubicación

y aprovechamiento de recursos hídricos, los patrones morfológicos de estos cuerpos se hayan visto alterado por acción antropogénica. Sin embargo, no es sino desde la VIII Región hacia el sur, donde la densidad de lagos explota espacialmente (Figura 4c).

En regiones del sur-austral podemos encontrar patrones morfológicos de coalescencia lacustre, es decir, la formación de redes interconectadas de lagos que forman geometrías más complejas que las unidades observados en la macrozona norte y centro (Figuras 4d). Este fenómeno da lugar a lagos de mayor superficie y perímetro, particularmente en la zona austral donde estas unidades además se insertan en zonas de fiordos y archipiélagos, dando lugar a cuerpos de agua influenciados por efectos mareales, aspecto que fue tratado por Cael et al. (2015). Según Gutierrez-Elorza (2008), es probable que un buen número de lagos y lagunas en la zona austral se hayan originado por deshielo y retroceso de glaciares, sumado al aporte de precipitaciones líquidas que llenan las cavidades derivadas de la tectónica natural de la región.

### 3.2 Distribución de tamaños de lagos chilenos

Siguiendo parte del análisis reportado en Salazar (2003) se han construido histogramas de distribución para los lagos medidos en el presente estudio, como muestra la Figura 5a. En el caso de los datos medidos en el presente estudio, las altitudes se ubican en el rango 0 a 4561 msnm y poseen áreas comprendidas entre  $10^{-4}$  km<sup>2</sup> a 10<sup>2</sup> km<sup>2</sup>. Nuestras mediciones se concentran preferentemente en el rango 0 a 2 km<sup>2</sup>, observación que se correlaciona adecuadamente con los datos mostrados en el histograma de la Figura 5b.



**Figura 5.** Histogramas de distribución de áreas de espejos de agua de lagos de acuerdo a las bases de datos construidas para el presente estudio (a) y según el sistema Hydrolakes (b).

Siguiendo el análisis de Cael y Seekell (2016) se ha construido la distribución de frecuencia de lagos chilenos, medida en términos del número de abundancia  $N_{a>A}$  versus el área de cada lago. Aquí  $N_{a>A}$  indica el número de lagos cuya área  $a$  es al menos igual o superior a una cierta superficie  $A$  conocida. La Figura 6a muestra la distribución de este número para nuestras mediciones y la Figura 6b para los datos obtenidos desde Hydrolakes. En el primer caso, la parte central de la curva muestra un aceptable ajuste cualitativo de tipo potencial, a excepción de la cola de dicha distribución donde tal ajuste muestra una desviación

importante. Este tipo de desviaciones han sido abordadas por Seekell y Peace (2011), quienes sugieren que la distribución de Pareto parece ser un modelo válido para distribuciones de lagos ubicados en bajas altitudes y también para lagos de grandes tamaños. Fuera de este caso, es esperable observar desviaciones importantes respecto de un ajuste de tipo Paretiano.

Los datos proporcionados por Hydrolakes en cambio, Figura 6b, son mejor representados por un ajuste de Pareto caracterizado además por una mayor pendiente. Estos datos cubren además un rango de áreas de espejo de agua de mayor magnitud. Las diferencias notorias respecto de la distribución mostrada en la Figura 6a, sugiere posibles efectos de escala asociados a la distribución del número de abundancia.



**Figura 6.** Distribución del número de abundancia de lagos en función de la superficie del espejo de agua de cada lago para a) mediciones manuales conducidas en este estudio y b), datos obtenidos desde Hydrolakes. En ambos casos las líneas continuas representan ajustes en ley de potencia de coeficiente  $\beta$ . La línea segmentada vertical en ambos gráficos denota el área a partir de la cual los datos se separan del ajuste propuesto.

En cualquier caso, se infiere de las gráficas de la Figura 6 que la distribución de frecuencia del número de lagos se puede describir por una relación de proporcionalidad del tipo:

$$N_{a>A} \propto A^{-\beta} \quad (2)$$

Donde  $\beta$  es una constante de ajuste, que adopta el valor 0.36 para nuestras mediciones (en círculos) y 0.93 en la segunda serie (en cruces), con  $r^2 > 0.9$  como índice de correlación en ambos casos. Un aspecto de interés es que la cola de los datos mostrados en la Figura 6a se podría ajustar nuevamente con una ley de tipo potencial, pero asociada a un valor  $\beta \approx 1.14$ , que es más cercano al mostrado en la Figura 6b.

El coeficiente obtenido de esta última gráfica es cercano al reportado por Cael y Seekell (2016), quienes obtuvieron  $\beta \approx 0.97$  y que se corresponde particularmente con lagos de áreas superiores a  $10 \text{ km}^2$ . Esto invita a pensar en la existencia de un área de transición donde es posible observar efectos de escala en la distribución de tamaños de lagos. Este resultado ha sido profundizado a partir de mediciones realizadas con lagos y lagunas en zonas de origen

ártico (Hohenegger et al., 2012), lo que ha traído como consecuencia un comportamiento transicional en la dimensión fractal como fue descrito en la sección 1.1.

### 3.3 Relación área-perímetro

La Figura 7 muestra la relación entre el área y el perímetro de cada lago, obtenidos de acuerdo al procedimiento explicado en la sección 2. Si bien, existe una dispersión no despreciable de los datos, se considera razonable suponer que éstos se pueden ajustar por una relación potencial  $P = mA^n$ , donde  $m, n$  son constantes de ajuste. Este ajuste queda representado por la línea continua de la Figura 7a, con  $m \approx 6.58$  y  $n \approx 0.58$ . El valor de  $n$  es similar al encontrado por Cael y Seekell (2016) y Cael et al. (2017), sugiriendo que la relación área-perímetro de lagos chilenos se corresponde con mediciones globales de lagos en el mundo.



**Figura 7.** Gráficas logarítmicas de relación área-perímetro para lagos chilenos. En el caso a) se muestra la distribución de lagos medidos manualmente (N~400). La recta corresponde a un ajuste en ley de potencia de coeficiente  $n=0.58$ . En b) se grafican todos los datos usados en el presente estudio (N~1250). La recta corresponde a un ajuste en ley de potencia de coeficiente  $n\sim 0.57$ .

En la Figura 7b se han trazado todos los datos usados en el presente estudio, los que también pueden ser representados por un ajuste potencial de coeficiente  $n=0.57$  que nos conduce a  $D=1.14$ , que puede considerarse como un valor representativo de la dimensión fractal asociada a la distribución de tamaños de lagos chilenos. Esta dimensión resulta ser inferior a la reportada por Cael y Seekell (2016), que obtuvieron  $D=1.34$  para lagos de Suecia y  $D=1.38$  para grandes lagos del mundo, sugiriendo así que factores regionales podrían estar influenciando este valor. Por otro lado, no hay que descartar a priori que la constante de ajuste  $m$  posea en sí misma un comportamiento fractal, aspecto que ha sido pobremente abordado en la literatura y que será parte de un estudio posterior.

Otro elemento que vale la pena resaltar es que la leve diferencia entre los coeficientes de ajuste  $n$  que se infiere de las Figuras 7a y 7b, sugiriendo que los resultados morfométricos obtenidos no son tan sensibles a los métodos de medición utilizados, lo que es en sí mismo una ventaja para estudios posteriores. Por todo lo anterior podemos plantear, sin pérdida de generalidad, que la relación área-perímetro de lagos chilenos se encuentra caracterizada por

una ley del tipo  $P = 6.18A^{0.57}$ , válida para el rango de áreas  $10^{-3}$  a  $10^3$  km<sup>2</sup>. Para profundizar en esta comparación, la Tabla 1 se detallan los valores obtenidos en el presente estudio que se desprenden del análisis, con otros estudios reportados en la literatura.

**Tabla 1.** Valores de  $N$ ,  $m$ ,  $n$  y  $D$  determinados en el presente estudio y algunos valores obtenidos en estudios reportados en la literatura.

Estudio	Detalle	$N$	$m$	$n$	$D$	$r^2$
(1)	Mediciones manuales	400	6.57	0.58	1.16	0.913
(2)	Hydrolakes	853	5.81	0.61	1.21	0.883
(3)	Conjuntos (1) y (2)	1253	6.19	0.57	1.14	0.931
(4)	Cael y Seekel (2016)	$>10^3$	(*)	$\sim 0.67$	1.34-1.38	(*)
(5)	Cael et al. (2015)	$>10^5$	(*)	$\sim 0.67$	1.33 -2.00	$>0.9$

(\*) No se reportan estos valores.

#### 4 CONCLUSIONES

En el presente estudio se ha realizado por primera vez un esfuerzo en introducir una caracterización morfométrica de sistemas lacustres, trabajando sobre una base de aprox.  $N=1250$  lagos distribuidos a lo largo de Chile, 400 de ellos medidos manualmente para el presente estudio y los restantes obtenidos desde una base global de datos lacustres conocida como Hydrolakes. Los resultados muestran que existe una relación de tipo potencial entre el área y el perímetro de lagos, esto es,  $P = mA^n$ , con  $m \sim 6.18$  y  $n \sim 0.57$ , para áreas comprendidas en el rango  $10^{-3}$  -  $10^3$  km<sup>2</sup>. Siguiendo los estudios pioneros de Mandelbrot (1983), los lagos chilenos conforman un conjunto de naturaleza fractal caracterizado por la dimensión  $D = 2n \approx 1.14$ . Este valor es levemente inferior al reportado por algunos estudios, pero podría ser usado como un índice caracterizador morfológico de lagos, que se añade a los parámetros de forma típicamente reportados en la literatura.

Que lagos de distinta formas geométricas y tamaños muestren un patrón tan regular como el mostrado por la Figura 7 dista de ser una coincidencia y nos invita a pensar en la posibilidad de encontrar insospechados patrones de auto-organización en la distribución de lagos y tal vez, otros sistemas naturales. Un artículo reciente de Cael et al (2017) ha profundizado en este aspecto, encontrando que dicha regularidad parece extenderse también a otras variables limnológicas como la profundidad de cada lago, la que en sí misma también sigue un comportamiento fractal, dando pie al establecimiento de formulaciones simples para estimar los volúmenes de agua almacenados en estas unidades. Este hallazgo abre nuevas perspectivas que podrían ayudar a estimar la disponibilidad de recursos hídricos en zonas donde se carece de instrumentación para realizar estas mediciones de campo o en zonas de alta densidad lacustre, donde dichas estimaciones podrían automatizarse mediante algún algoritmo.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Barry Cael (U. of Hawaii) y Hermann Manriquez (PUCV) por su contribución durante la discusión de resultados.

## REFERENCIAS

- Cael, B., Lambert, B. y Bisson, K. 2015. Pond fractals in a tidal flat. *Physical Review E* 92, 052128.
- Cael, B. y Seekell, D. 2016. The size-distribution of Earth's lakes. *Nature Scientific Reports*, 6, 29,633.
- Cael, B., Heathcote, A. y Seekell, D. 2017. The volume and mean depth of Earth's lakes. *Geophysical Research Letters*, 44, 209–218, doi:10.1002/2016GL071378.
- Clauset, A., Shalizi, C. y Newman, M. 2009. Power-law distributions in empirical data. *SIAM Rev.* 51, 661-703.
- Downing, J. A. et al. 2006. The global abundance and size distribution of lakes, ponds, and impoundments. *Limnology and Oceanography*, 51, 2388-2397.
- Gutierrez Elorza, M. 2008. *Geomorfología*. Pearson Educación.
- Hack, J.T. 1957. Studies of longitudinal profiles in Virginia and Maryland. USGS Professional Papers 294-B, pp. 46–97.
- Hohenegger, C., Alali, B., Steffen, K., Perovich, D. y Golden, K. 2012. Transition in the fractal geometry of Arctic melt ponds. *Cryosphere*, 6, 1157-1162.
- Lehner, B. y Doll, P. 2004. Development and validation of a global database of lakes, reservoirs and wetlands. *Journal of Hydrology*, 296, 1–22.
- Mandelbrot, B. 1983. *The Fractal Geometry of Nature*. Henry Holt and Company Eds.
- Matsushita, M., Ouchi, S. y Honda, K. 1991. On the Fractal Structure and Statistics of Contour Lines on a self-affine Surface. *Journal of the Physical Society of Japan*, 60, 2109-2112.
- Meybeck, M. 1995. Global distribution of lakes. In: Lerman, A., Imboden, D.M., Gat, J.R. (Eds.), *Physics and Chemistry of Lakes*, Springer, Berlin, pp. 1–36.
- MOP-DGA. 2012. *Estrategia Nacional de Recursos Hídricos, Período 2012-2025*.
- MOP-DGA. 2016. *Atlas del Agua de la Dirección General de Aguas*.
- Seekell, D. y Pace, M. 2011. Does the Pareto distribution adequately describe the size-distribution of lakes? *Limnology and Oceanography*, 56, 350–356.
- Seekell, D., Pace, M., Tranvik, L. y Verpoorter, C. 2013. A fractal-based approach to lake size-distributions. *Geophysical Research Letters*, 40, 517-521.

Tranvik, L. et al. 2009. Lakes and reservoirs as regulators of carbon cycling and climate. *Limnology and Oceanography*, 54, 228–2314.

Verpoorter, C., Kutser, T. y Lars Tranvik, L. 2012. Automated mapping of water bodies using Landsat multispectral data. *Limnology and Oceanography: Methods* 10, 1037–1050.

Verpoorter, C. et al. 2014. A global inventory of lakes based on high-resolution satellite imagery. *Geophysical Research Letters*, 41, 6396–6402.