

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**  
**XXIII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**EVOLUCIÓN DE LAS FORMAS DE FONDO GENERADAS POR UN FLUIDO TIPO  
LEY DE POTENCIA EN UN DUCTO A PRESIÓN**

**CRISTÓBAL TRASLAVIÑA S.<sup>1</sup>**  
**ALDO TAMBURRINO T.<sup>2</sup>**

**RESUMEN**

El presente trabajo es un estudio experimental, donde se investiga la condición de arrastre incipiente, la evolución temporal y la estabilidad de un lecho granular no cohesivo, sometido a la acción de un flujo laminar en presión de fluidos pseudoplásticos. Las características geométricas de las formas de fondo generadas durante los experimentos se registraron con un sistema de medición no intrusivo, conocido como perfilometría por transformada de Fourier (FTP). Los fluidos no newtonianos se generaron con una dilución de carboximetilcelulosa (CMC) en agua.

Como resultado, se obtuvo una relación empírica para predecir la condición de arrastre incipiente, en función de parámetros que incorporan la reología del fluido, además de las características de las partículas, del flujo y de la pendiente del ducto. También se obtuvieron registros espacio – temporales del lecho, de donde se extrajeron las principales características geométricas de las formas de fondo. De este registro, se encontraron condiciones experimentales bajo las cuales no se forman ondas sedimentarias. Para estudiar la estabilidad del lecho, se construyó un diagrama que depende de tres parámetros adimensionales utilizados habitualmente para estudiar el fenómeno: los números de Shields, de Reynolds y de Galileo, modificados para incorporar la reología. Los 33 experimentos se clasificaron dentro del diagrama, identificando zonas de estabilidad e inestabilidad.

---

<sup>1</sup>Estudiante Pregrado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile – cristobal.traslavina@ing.uchile.cl

<sup>2</sup>Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile – atamburr@ing.uchile.cl

## 1. INTRODUCCIÓN

El transporte hidráulico de sólidos en tuberías tiene variadas aplicaciones en la industria, principalmente en la minería. Las tuberías tienen varias ventajas respecto a otros sistemas de transporte, siendo livianas y seguras para acarrear material a grandes distancias, en pendientes desfavorables y en condiciones climáticas adversas. Su diseño debe garantizar el transporte total y eficiente del material, evitando obstrucciones. Simultáneamente, es importante disminuir las pérdidas de energía a lo largo del sistema. En caso de detenciones programadas de flujo, es útil conocer bajo que condiciones las partículas vuelven a entrar en suspensión (Tamburrino et al., 2016).

Cuando la granulometría del material transportado es extensa, los granos mayores sedimentan y se desplazan por el fondo, formando un lecho móvil. En cambio, las partículas finas suspendidas generan una mezcla que no se comporta como el agua. Las suspensiones de partículas finas encontradas en procesos mineros exhiben un comportamiento que no puede ser descrito como un fluido newtoniano (Chhabra & Richardson, 2011). Esto también se observa en los sistemas de alcantarillado. Estudios en muestras de sedimentos depositados en alcantarillas del Reino Unido muestran que, al mezclarse con agua, se comportan como fluidos no newtonianos (Álvarez, 1990).

A pesar de la variedad de aplicaciones del transporte hidráulico de sólidos, los fenómenos físicos asociados aún no están bien entendidos. Prácticamente no existen trabajos acerca del transporte incipiente y formas de fondo generadas por flujos de fluidos no newtonianos, con la excepción de los estudios de Tamburrino et al. (2016), en canales, y Garcés (2017), en tuberías. El objetivo del presente estudio es encontrar relaciones empíricas, cualitativas y cuantitativas acerca de la condición de arrastre incipiente, la evolución temporal y la estabilidad de un lecho granular no cohesivo, sometido a la acción de un flujo en presión de un fluido pseudoplástico.

## 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### Fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos son aquellos donde la relación entre el esfuerzo de corte  $\tau$  y la tasa de deformación angular  $\dot{\gamma}$  es una función no lineal. Para flujos bidimensionales de tipo ley de potencia, se cumple que  $\tau = K\dot{\gamma}^n$ , donde  $K$  es el índice de consistencia y  $n$  índice de flujo. Kozicki et al. (1966) desarrollaron un número de Reynolds para fluidos no newtonianos en geometrías no cilíndricas, que depende de dos constantes características de la geometría, a y b:

$$Re_{KT} = \left(\frac{n}{a + bn}\right)^n \frac{\rho v^{2-n} R_h^n}{K 2^{n-3}} \quad (1)$$

donde  $R_h$  es el radio hidráulico,  $v$  la velocidad media y  $\rho$  la densidad del fluido. En régimen laminar, el factor de fricción de Darcy  $f$  es igual a  $64/Re_{KT}$ . La viscosidad aparente  $\mu_{eff}$ , definida como el cociente entre  $\tau$  y  $\dot{\gamma}$ , no es constante y depende de las condiciones de flujo. Este número de Reynolds se puede usar como criterio para determinar si el flujo es laminar. Se han presentado ecuaciones para estimar el umbral donde inicia la transición a flujo turbulento para ductos de

sección circular, que dependen solo del índice de flujo (Ryan & Johnson, 1959; Mishra & Tripathi, 1971). En ambos casos, el valor crítico está entre 2000 y 2500 cuando  $n > 0,5$ . Por otra parte, los experimentos de Kostic & Hartnett (1984), en un ducto de sección cuadrada de 1x1 cm, indican que el régimen laminar es válido hasta números de Reynolds cercanos a 2500.

### Transporte de sedimentos

La condición para la cual inicia el movimiento de las partículas del lecho debido a la acción de las fuerzas hidrodinámicas del flujo se conoce como arrastre incipiente. Shields (1936) encontró una relación empírica entre el esfuerzo de corte adimensional  $\tau_*$  (o número de Shields) y el número de Reynolds de la partícula,  $Re_{*p}$ , definidos como:

$$\tau_* = \frac{\tau}{(\rho - \rho_s)gd_s} \quad (2)$$

$$Re_{*p} = \frac{\rho u_* d_s}{\mu} \quad (3)$$

donde  $u_*$  es la velocidad friccional,  $\mu$  es la viscosidad dinámica y  $d_s$  el diámetro característico de las partículas. Shields (1936) presentó sus resultados en un diagrama, que ha sido extendido por varios autores. Muchos estudios en régimen laminar afirman que esfuerzo de corte crítico adimensional,  $\tau_*^c$ , es constante para números de Reynolds de la partícula bajos. En tuberías, Ouriemi et al. (2007) proponen que  $\tau_*^c = 0,12 \pm 0,03$  para  $1,5 \cdot 10^{-5} < Re_p < 0,76$ , donde:

$$Re_* = \frac{\rho v d_s}{\mu} \quad (4)$$

Experimentalmente, Loiseleux et al. (2005) obtuvo que  $\tau_*^c = 0,14$ , válido para  $Re_p < 1$ . Tamburrino et al. (2016) estudiaron la condición de arrastre incipiente en un flujo laminar de fluidos pseudoplásticos en canales, teórica y experimentalmente. Para incorporar la reología, se define el número de Reynolds de la partícula modificado  $Re_{*p}^K$ , como:

$$Re_{*p}^K = \frac{\rho u_*^{2-n} d_s^n}{K} \quad (5)$$

El modelo teórico predice que, para  $Re_{*p}^K$  bajos, el esfuerzo de corte crítico permanece constante, mientras que los resultados experimentales señalan que  $\tau_*^c = 0,1(Re_{*p}^K)^{-0,2}$ , para  $Re_{*p}^K < 1$ .

Para velocidad de flujos más altas que las asociadas a la condición de arrastre incipiente, las partículas entran en un movimiento generalizado, aunque no necesariamente existan las condiciones para la aparición de formas de fondo. La formación de dunas es un problema de inestabilidad, resultado de la compleja interacción entre el flujo y el lecho. Aun restringiendo el problema al caso de fluidos newtonianos y a pesar de los esfuerzos realizados, no existe una metodología universalmente aceptada para predecir el fenómeno (Dey, 2014). Los modelos desarrollados suelen identificar mecanismos de estabilidad para cuantificar la tasa de crecimiento

de las ondas. En régimen laminar, Valance & Langlois (2005) desarrollaron un modelo donde la inestabilidad resulta de la competencia entre el efecto desestabilizante de la inercia del fluido y los efectos estabilizantes de la inercia del grano y la gravedad. Un modelo analítico simple en un flujo de Couette, propuesto por Charru & Mouilleton-Arnould (2002), predice que la estabilidad depende tanto de la viscosidad como de la altura de flujo. Charru & Hinch (2006) formularon un modelo de erosión y depositación, también en régimen laminar, que incorpora la erosión sobre la cresta de las dunas como un efecto estabilizante. Los tres modelos recién mencionados incorporan el número de Galileo  $Ga$ , definido como:

$$Ga = \frac{(\rho_s - \rho) \rho^2 g d_s^3}{\rho \mu^2} \quad (6)$$

que representa la relación entre los efectos boyantes y viscosos actuando sobre una partícula. Ouriemi et al. (2009) presentaron un diagrama de fase para predecir formas de fondo en tuberías que depende del número de Reynolds y de un parámetro adimensional función del número de Galileo, la altura del flujo y el tamaño de las partículas. A diferencia de los modelos anteriores, proponen que la aparición de formas de fondo está controlada principalmente por el número de Reynolds del flujo.

### Sistema de medición FTP

Para determinar la altura del lecho, sin interferir el flujo, se utiliza un sistema de medición no intrusivo conocido como *Fourier Transform Profilometry* (FTP), introducido por Takeda et al. (1982). Consiste en un proyector que traza un patrón de franjas con un número de onda conocido sobre un objeto, y una cámara que capta su deformación desde otro punto focal. Comparando el patrón deformado con el patrón sobre una superficie de referencia plana, se obtiene un mapa de desfase de las frecuencias  $\Delta\phi(x, y)$ , que se puede relacionar con la altura del objeto con la siguiente ecuación:

$$h(x, y) = \frac{l_0 \Delta\phi(x, y)}{\Delta\phi(x, y) - 2\pi f_0 d} \quad (7)$$

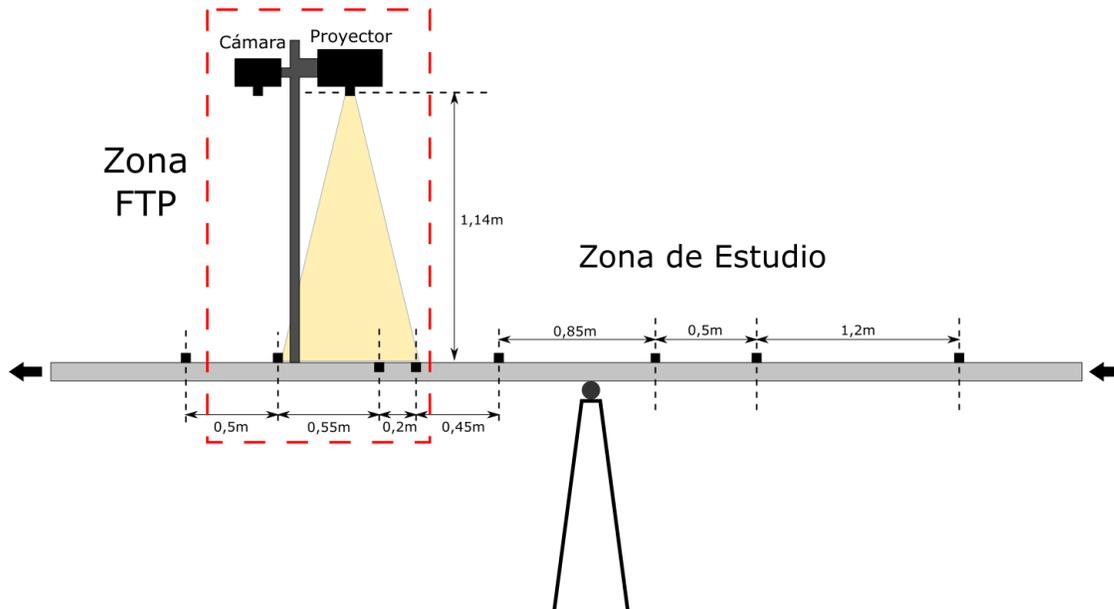
donde  $d$  es la distancia entre la cámara y el proyector,  $l_0$  la distancia entre el foco y la superficie de referencia y  $f_0$  es la frecuencia espacial del patrón de franjas. Para implementar el sistema en una tubería, se debe tener en cuenta que la luz proyectada se refracta al incidir sobre la pared superior. Garcés (2017) presenta una metodología para corregir por refracción:

$$H = \frac{\tan(i_p) + \tan(i_c)}{\tan r_p + \tan r_c} h \quad (8)$$

donde  $i$  corresponde a los ángulos de incidencia,  $r$  a los de refracción y los subíndices  $p$  y  $c$  al proyector y la cámara, respectivamente.  $H$  es la altura real del objeto y  $h$  la altura medida.

### 3. INSTALACIÓN EXPERIMENTAL

La instalación experimental consiste en un circuito de recirculación, conectado a una tubería de acrílico de 10 metros de largo y sección transversal cuadrada de  $52 \times 52 \text{ mm}^2$ . El conducto finaliza en una trampa de burbujas y sedimentos. La inclinación de la tubería es controlada por un pivote central que permite variar la pendiente entre  $-17,5^\circ$  y  $17,5^\circ$ . Sobre la cara superior se disponen 8 transductores de presión diferencial marca Omega, separados en 4,25 metros. Las características geométricas del lecho son registradas por un sistema de medición FTP, compuesto por un proyector EPSON Powerlite S18 y una cámara digital NIKON D800. El caudal se mide con un flujómetro magnético Siemens, instalado aguas arriba de la tubería de acrílico. El circuito cuenta con un intercambiador de calor aguas abajo de la tubería de acrílico, que tiene como función mantener constante la temperatura del fluido. Los fluidos pseudoplásticos se generan dentro de un estanque de 180 litros, con una mezcla de agua y carboximetilcelulosa (CMC). Las partículas ingresan al sistema cayendo por gravedad desde un estanque de partículas, conectado a la tubería de acrílico en el tramo mediante una manguera. En la Figura 1 se presenta un esquema de la zona de estudio.



**Figura 1.** Esquema de la instalación experimental. Los cuadrados negros simbolizan los transductores de presión.

### 4. METODOLOGÍA

#### Condiciones experimentales

Para cumplir el objetivo del estudio se realizaron 33 experimentos, donde se utilizaron cuatro lechos diferentes y mezclas de agua con CMC, en concentraciones entre 0,4 y 0,5%, en peso. Los experimentos se dividen en dos clases: de arrastre incipiente y de evolución del lecho. En la Tabla 1 se resumen las propiedades de las partículas utilizadas para formar el lecho.  $\alpha$  corresponde al ángulo de reposo del material.

**Tabla 1.** Conjunto de partículas utilizadas para formar el lecho.

Lecho	Material	Rango [mm]	$d_s$ [mm]	$\alpha$ [°]	$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]
A	Arena de sílice	1,0 – 1,3	1,15	29	2700
B	Arena de cuarzo	0,4 – 0,6	0,50	31	2650
C	Arena de sílice	1,6 – 2,36	1,98	29	2700
D	Arena de sílice	2,36 – 3,35	2,86	29	2700

Los primeros 21 experimentos se utilizaron para estudiar la condición de arrastre incipiente. La metodología consistió en clasificar el movimiento de las partículas del lecho para distintos caudales, midiendo durante periodos cortos. Los 12 experimentos restantes se utilizaron para estudiar la evolución del lecho bajo a la acción de un flujo con caudal constante. Con el sistema de medición FTP se obtuvo un registro tridimensional del lecho, de cuatro horas de duración. Las condiciones experimentales para estudiar el arrastre incipiente y la evolución temporal del lecho se presentan en las Tabla 2 y 3, respectivamente.

**Tabla 2.** Condiciones en experimentos de arrastre incipiente.

Lecho		A, B, C y D
Índice de consistencia [Pa·s <sup>n</sup> ]	$K$	0,10 – 0,56
Índice de flujo	$n$	0,58 – 0,77
Caudal [mL/s]	$Q$	45 – 544
Ángulo de inclinación de la tubería [°]	$\theta$	-9,89 – 10,38
Número de Reynolds del flujo	$Re_{KT}$	4 – 334
Número de Reynolds de la partícula modificado	$Re_{*p}^K$	0,14 – 2,66
Número de Shields del lecho corregido por pendiente	$\tau_{**lecho}$	0,02 – 1,03
Número de Galileo	$Ga_K$	0,42 – 30,27

**Tabla 3.** Condiciones en experimentos de evolución temporal del lecho.

Lechos		B
Índice de consistencia [Pa·s <sup>n</sup> ]	$K$	0,13 - 0,35
Índice de flujo	$n$	0,66 - 0,74
Caudal [mL/s]	$Q$	288 - 483
Ángulo de inclinación de la tubería [°]	$\theta$	-9,60 - 9,56
Número de Reynolds del flujo	$Re_{KT}$	69 - 322
Número de Reynolds de la partícula modificado	$Re_{*p}^K$	0,086 – 1,08
Número de Shields corregido por pendiente	$\tau_{**}$	0,27 - 1,03
Número de Galileo	$Ga_K$	0,42 - 0,95

### Corrección por efecto de pared

Para corregir el efecto de la pared se utiliza la metodología propuesta por Vanoni & Brooks (1957), que divide la sección de escurrimiento en dos componentes, una asociada a la pared y otra al lecho, donde se supone que la velocidad media  $v$  y la pendiente de la línea de energía  $J$  es la misma. Bajo estos supuestos, el factor de fricción del lecho se calcula así:

$$f_{lecho} = \frac{fP - f_{pared}P_{pared}}{P_{lecho}} \quad (9)$$

donde  $P$  es el perímetro mojado. Utilizando el número de Reynolds de Kozicki et al. (1966) para relacionar los radios hidráulicos de ambos componentes, se obtiene que:

$$f_{pared} = f^{\frac{n}{n+1}} \left( \frac{64}{Re_{KT}} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (10)$$

El número de Shields asociado al lecho se calcula como:

$$\tau_{*lecho} = \frac{\rho v^2 f_{lecho}}{8(\rho - \rho_s)gd_s} \quad (11)$$

### Corrección por pendiente

Para hacer comparables los experimentos en distintas inclinaciones, los resultados se deben corregir por pendiente. A partir de un balance de fuerzas sobre una partícula individual, existe una relación entre el esfuerzo de corte adimensional cuando la tubería está inclinada en un ángulo  $\theta$  respecto a la horizontal, que depende del ángulo de reposo  $\alpha$ . El número de Shields, corregido por pendiente, se obtiene con un coeficiente  $\psi(\theta)$ , tal que  $\tau_{**} = \psi(\theta)\tau_*$ , que se define así:

$$\psi(\theta) = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\alpha) \cos(\theta) - \sin(\theta)} \quad (12)$$

## 5. RESULTADOS

### Arrastre incipiente

Como se indicó, se realizaron 21 experimentos para estudiar este fenómeno, todos en régimen laminar. Los resultados se presentan en la Figura 2, en un diagrama de Shields. Para incorporar la reología al análisis, el esfuerzo de corte adimensional del lecho,  $\tau_{*lecho}$ , se grafica en función del número de Reynolds de la partícula modificado,  $Re_{*p}^K$ , donde los círculos blancos simbolizan condiciones donde no hay arrastre. Los triángulos rojos corresponden a la condición de arrastre incipiente y los cuadrados blancos a movimiento generalizado del lecho. La línea negra representa una parametrización de la condición de arrastre incipiente hecha por Mantz (1977) para  $Re_{*p} < 1$  y por Brownlie (1981) para  $Re_{*p} > 1,5$ .

Los resultados indican que el esfuerzo de corte crítico adimensional disminuye a medida que aumenta el número de Reynolds de la partícula modificado. Utilizando el método de mínimos cuadrados, se realiza un ajuste potencial para obtuvo una relación empírica entre ambos parámetros adimensionales, válida para  $0,31 < Re_{*p}^K < 2,52$ , resultando:

$$\tau_{**lecho}^c = 0,18(Re_{*p}^K)^{-0,73} \quad (13)$$

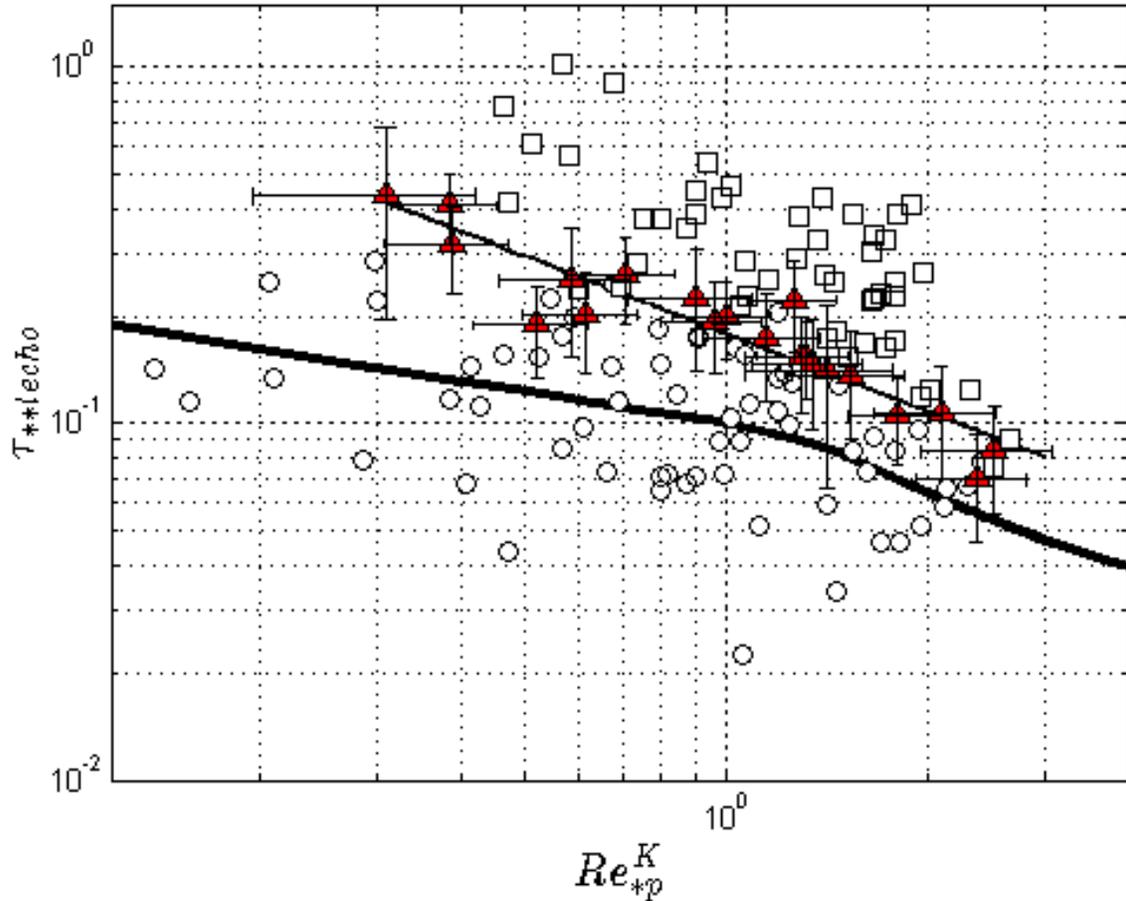


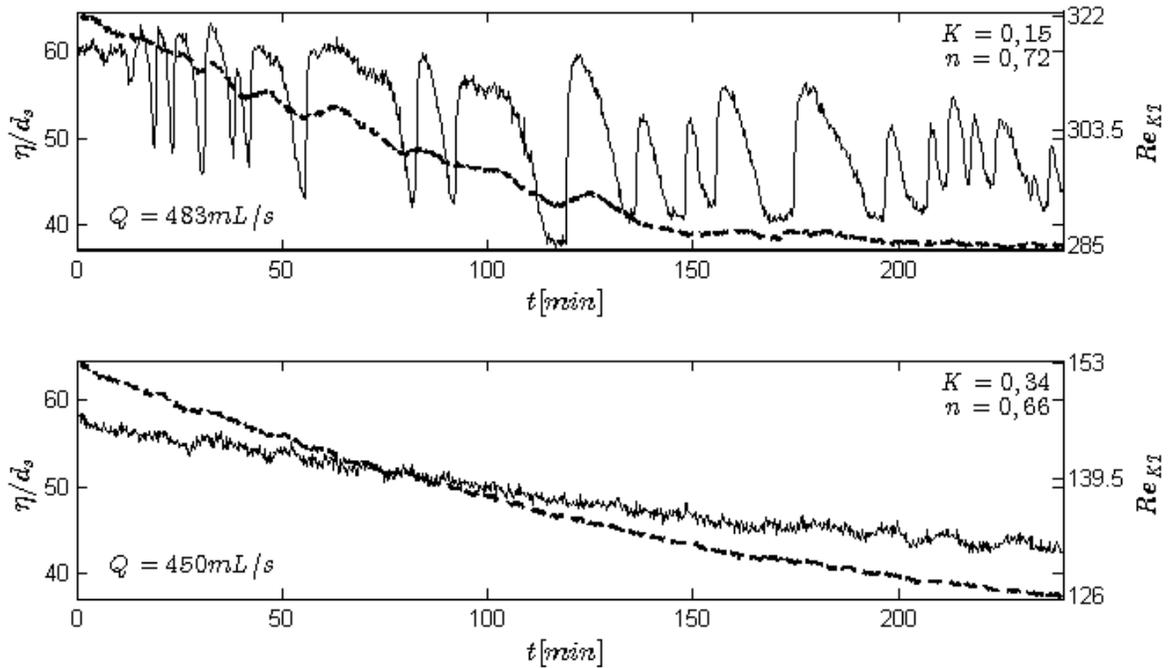
Figura 2. Diagrama de Shields con ejes modificados para incorporar la reología del fluido.

### Evolución del lecho

Con el sistema de medición FTP se obtuvieron 12 registros tridimensionales en el tiempo del lecho, sometido a la acción de un fluido pseudoplástico con caudal constante, todos en régimen laminar y con partículas de diámetro característico de 0,5 mm. Es importante mencionar que, debido a que no hay aporte de sedimentos desde aguas arriba, la altura media del lecho respecto al fondo  $\eta$  disminuye en el tiempo por la erosión. En la Figura 3 se muestran los registros para dos experimentos distintos, con pendiente horizontal ( $\theta = 0^\circ$ ). Las líneas delgadas muestran altura relativa del lecho en el punto central de la zona de medición. Las líneas segmentadas muestran la evolución del número de Reynolds. La ventaja de observar un solo punto es que se puede ver el tránsito de todas las dunas que alcanzan a pasar, independientemente de su longitud.

De la Figura 3 se puede ver que las formas de fondo registradas son periódicas, pero no constantes en el tiempo. También se observa que bajo ciertas condiciones no se forman ondas sedimentarias, incluso después de cuatro horas. En cuatro experimentos se formaron dunas lo suficientemente

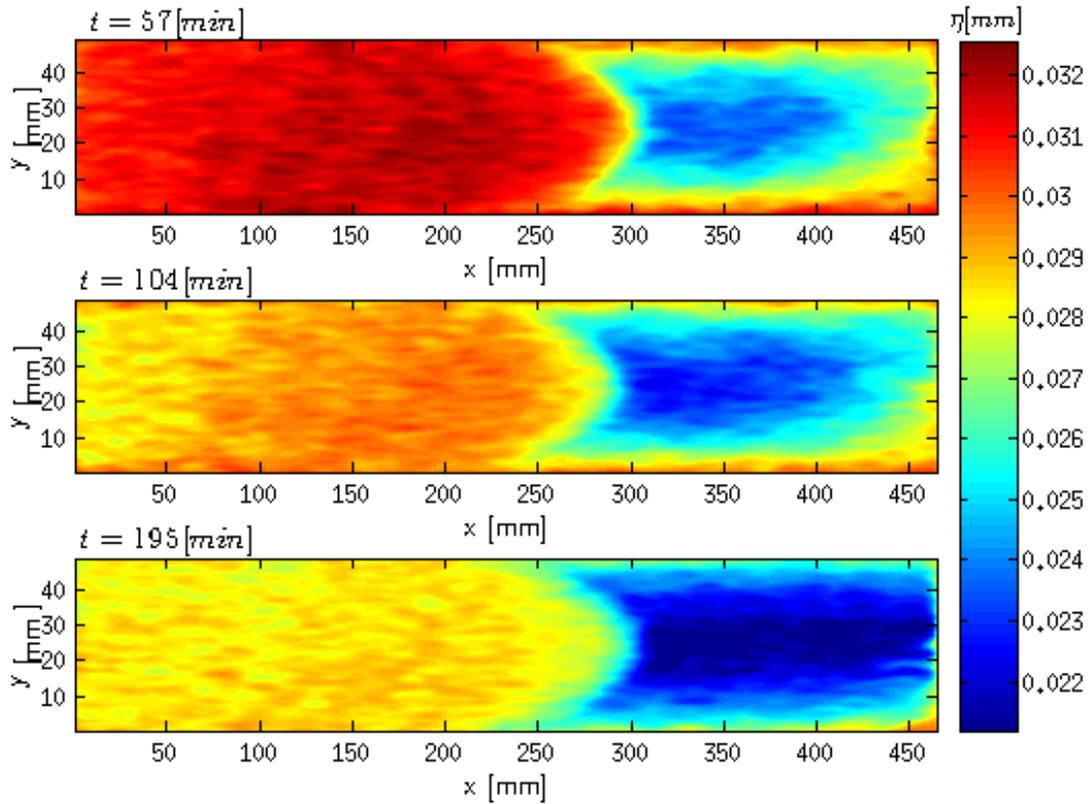
grandes para obtener sus principales características. En otros, aparecieron dunas muy pequeñas después de un tiempo. En todos los casos, el número de Reynolds disminuye como consecuencia del aumento en la sección de escurrimiento, lo mismo que sucede con el esfuerzo de corte. A partir de estos resultados se concluye aparición de formas de fondo no depende exclusivamente de los parámetros mencionados anteriormente.



**Figura 3.** Altura relativa del lecho en el punto central de la zona de medición FTP.

Visualmente, se identificó que el mecanismo de transporte dominante cambia entre el inicio y el final de los experimentos. Al comienzo, los granos ubicados en la zona superior se desplazan como una capa móvil, mediante una sucesión de rebotes y choques entre ellos. Posteriormente, el esfuerzo de corte disminuye, especialmente en las cercanías de las paredes, reduciendo el transporte de sedimentos. Es esta etapa, los mecanismos de transporte dominantes son el deslizamiento y la rotación, donde las partículas se desplazan manteniendo el contacto con el fondo. En algunos experimentos, bajo el dominio de estos mecanismos se dieron las condiciones para la aparición de formas de fondo.

En la Figura 4 se observan tres formas de fondo registradas durante un mismo experimento, en distintos tiempos. Del registro se puede ver la forma tridimensional de las dunas, que tienen un frente redondeado, influenciado por las paredes laterales. El cambio de color entre las imágenes deja en evidencia que el lecho pierde altura progresivamente en el tiempo. También se observa que el fondo está más desgastado en el centro respecto a las orillas, formando un arco cóncavo en la dirección transversal al flujo, que aumenta su curvatura en el tiempo. Esto sucede incluso en los experimentos donde no se generaron dunas.



**Figura 4.** Comparación tridimensional de las formas de fondo generadas en distintos tiempos de un mismo experimento. El flujo es de izquierda a derecha. ( $\theta = -9,6^\circ$ ,  $Re_{*p}^K = 0,93$ ,  $\overline{Re}_{KT} = 267$ ,  $\overline{Ga}_K = 0,94$ ).

### Estabilidad del lecho

Empíricamente, se comprobó que la estabilidad del lecho depende fuertemente de las propiedades reológicas del fluido y de la altura de escurrimiento. Varios autores que han estudiado los mecanismos de estabilidad de un lecho granular bajo la acción de un flujo laminar, han utilizado el número de Galileo, un parámetro adimensional que relaciona la fuerza boyante con la fuerza viscosa actuando sobre una partícula. Para incorporar la reología al análisis, se propone una modificación al número de Galileo, que depende de los índices de consistencia y flujo:

$$Ga_K = \frac{(\rho_s - \rho) g d_s^{\frac{2+n}{2-n}} \rho^{\frac{n}{2-n}}}{2^n K^{\frac{2}{2-n}}} \quad (14)$$

Para hacer un análisis similar al de Ouriemi et al. (2009), se presenta un diagrama que relaciona tres parámetros adimensionales que han sido propuestos como controladores del fenómeno: los números de Shields, de Reynolds y de Galileo. Analíticamente, la relación entre ellos es:

$$Re_{KT}^n = 1,25 \left( \frac{2R_h}{d_s} \right)^{2n} \tau_{**} \frac{Ga_K}{\psi(\theta)} (Re_{*p}^K)^\beta \quad (15)$$

donde  $\beta = \frac{2n-2}{2-n}$ . En la Figura 5 se agrupan todos los experimentos del estudio. Los círculos blancos y los triángulos rojos corresponden los datos asociados al lecho inmóvil y al arrastre incipiente, respectivamente. Los rombos corresponden a los experimentos de larga duración, donde el color azul simboliza que no se formaron dunas; el gris, dunas pequeñas y el negro, dunas de gran tamaño. Las líneas segmentadas representan valores constantes del número de Shields, corregido por pendiente.

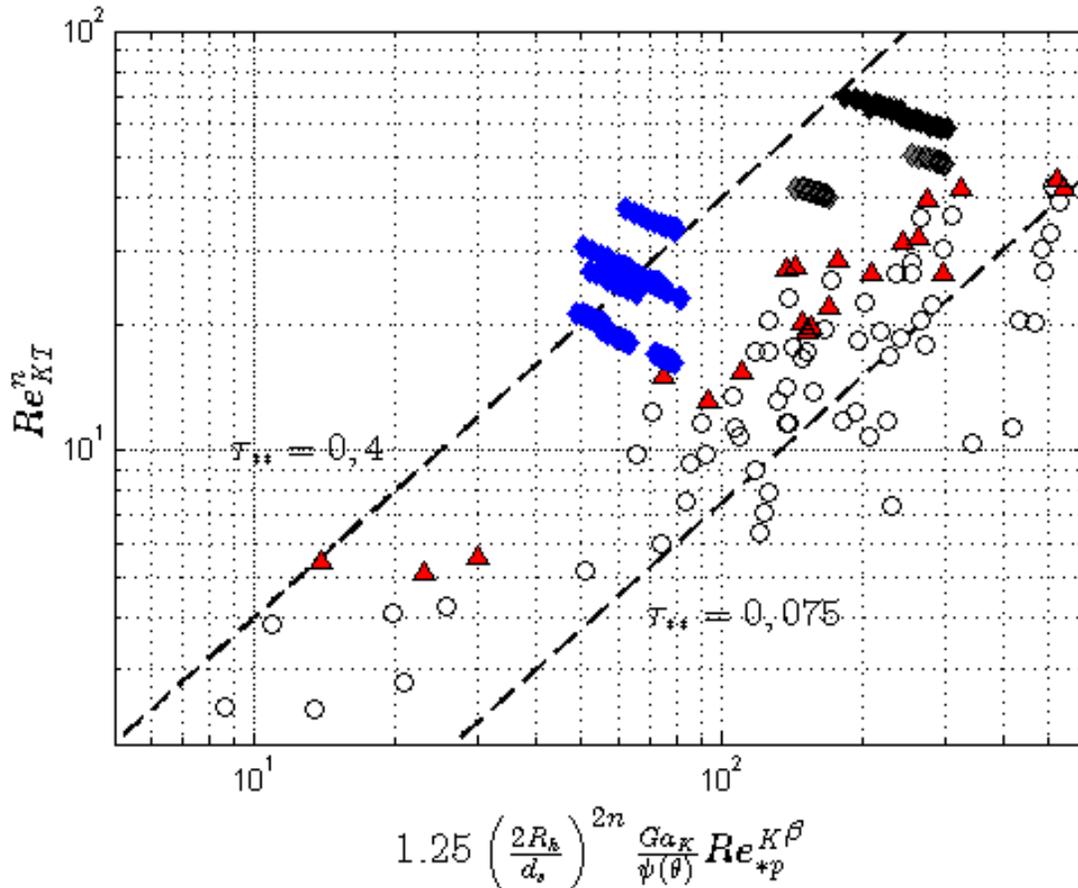


Figura 5. Diagrama de estabilidad.

Observando la Figura 5, en la zona derecha hay condiciones suficientes para la formación de dunas tan pronto como el esfuerzo de corte es mayor que el de arrastre incipiente. Los puntos de este lado se caracterizan por tener mayores alturas de escurrimiento y mezclas menos viscosas. En cambio, en la zona izquierda se necesitan mayores esfuerzos de corte para la aparición de ondas sedimentarias.

El diagrama incluye varios parámetros que tienen influencia directa sobre la estabilidad del lecho. Aumentos en el número de Reynolds significan un incremento de la inercia del fluido, lo que implica que la estabilidad disminuye mientras un punto esté más arriba en el diagrama. Por otra parte, mayores esfuerzos de corte provocan que el mecanismo estabilizante de la erosión sobre la cresta aumente, o sea, la zona superior izquierda es más estable. A mayor viscosidad del fluido, es menos factible la aparición de dunas, provocando que la zona izquierda sea más estable.

Finalmente, aumentos de la altura de flujo producen un efecto desestabilizante que se traduce en un desplazamiento a la zona derecha del diagrama.

Bajo este análisis se puede explicar el comportamiento de los experimentos. A partir de un lecho plano, la acción del flujo produce un aumento del radio hidráulico y una disminución de la velocidad media, de forma que los números de Shields y de Reynolds disminuyen. Esto desplaza los puntos hacia abajo en el diagrama, a una zona más estable. Al mismo tiempo, el aumento del término  $\left(\frac{2R_h}{d_s}\right)^{2n}$  desplaza los puntos a la derecha, a una zona de inestabilidad.

## 6. CONCLUSIONES

El presente estudio representa un avance para comprender el transporte de sedimentos bajo la acción de fluidos no newtonianos, encontrado comúnmente en aplicaciones donde se transporta material con granulometría extendida. El sistema de medición FTP es un elemento fundamental del estudio, su principal ventaja es que entrega un registro tridimensional sin intervenir el flujo. Además, demostró ser muy preciso cuando el sedimento es de color uniforme. Con la excepción del trabajo de Garcés (2017), el sistema prácticamente no ha sido utilizado para caracterizar formas de fondo.

Se obtuvo una relación empírica para encontrar la condición de arrastre incipiente en función del número de Reynolds de la partícula modificado, válida entre  $0,31 < Re_{*p}^K < 2,52$ . Las ecuaciones de Mantz (1977) para régimen laminar y Brownlie (1981) para régimen turbulento con las que usualmente se parametriza la relación de Shields subestiman los resultados experimentales obtenidos en esta investigación, La condición de arrastre incipiente se expresa como una relación monomía del número de Reynolds del flujo y la partícula, del número de Galileo (modificados para incorporar la reología), del esfuerzo de Shields y del radio hidráulico adimensionalizado con el diámetro de las partículas. Esta relación debe ser validada y extendida con más estudios experimentales o algún modelo analítico.

Por otra parte, se obtuvo un registro tridimensional lo suficientemente extenso para estudiar la evolución temporal de un lecho sometido a un flujo constante. Con esta información se puede hacer una descripción cualitativa de las formas de fondo generadas, que tienen un frente redondeado, influenciado por la presencia de las paredes laterales. También se encontraron condiciones bajo las cuales no se generan ondas sedimentarias, lo que derivó en un diagrama de estabilidad, que recopila satisfactoriamente los experimentos, identificando zonas donde las condiciones son propicias para la formación de dunas y zonas donde el lecho se mueve de forma estable. Los resultados son consistentes con los mecanismos de estabilidad que predominan en cada zona.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el financiamiento entregado por Fondecyt a través del proyecto de investigación N° 1161751.

## REFERENCIAS

- Alvarez-Hernandez, E. M. (1990). The influence of cohesion on sediment movement in channels of circular cross-section. PhD Thesis, University of Newcastle upon Tyne, UK.
- Brownlie, W. R. (1981). Prediction of flow depth and sediment discharge in open channels. Report No. KH-R-43A, W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA p.232.
- Chhabra, R. P., & Richardson, J. F. (2011). Non-Newtonian flow and applied rheology: engineering applications. Butterworth-Heinemann.
- Charru, F., & Hinch, E. J. (2006). Ripple formation on a particle bed sheared by a viscous liquid. Part 1. Steady flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 550, 111-121.
- Charru, F., & Mouilleron-Arnould, H. (2002). Instability of a bed of particles sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 452, 303-323.
- Dey, S. (2014). *Fluvial hydrodynamics: Hydrodynamics and sediment transport phenomena*. Springer Berlin Heidelberg.
- Garcés, A. (2017). Características de formas de fondo generadas en un ducto en presión debido al flujo en régimen laminar de un fluido pseudoplástico. Tesis de Magister, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- Kostic, M., & Hartnett, J. P. (1984). Predicting turbulent friction factors of non-Newtonian fluids in noncircular ducts. *International communications in heat and mass transfer*, 11(4), 345-352.
- Kozicki, W., Chou, C. H., & Tiu, C. (1966). Non-Newtonian flow in ducts of arbitrary cross-sectional shape. *Chemical Engineering Science*, 21(8), 665-679.
- Loiseleux, T., Gondret, P., Rabaud, M., & Doppler, D. (2005). Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Physics of fluids*, 17(10), 103304.
- Mantz, P. A. (1977). Incipient transport of fine grains and flakes by fluids-extended shield diagram. *Journal of the Hydraulics division*, 103(ASCE 12992).
- Mishra, P., & Tripathi, G. (1971). Transition from laminar to turbulent flow of purely viscous non-Newtonian fluids in tubes. *Chemical Engineering Science*, 26(6), 915-921.
- Ouriemi, M., Aussillous, P., Medale, M., Peysson, Y., & Guazzelli, É. (2007). Determination of the critical Shields number for particle erosion in laminar flow. *Physics of Fluids*, 19(6), 061706.

Ouriemi, M., Aussillous, P., & Guazzelli, E. (2009). Sediment dynamics. Part 2. Dune formation in pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 636, 321-336.

Ryan, N. W., & Johnson, M. M. (1959). Transition from laminar to turbulent flow in pipes. *AIChE Journal*, 5(4), 433-435.

Shields, A. (1936). *Application of Similarity Principles and Turbulence Research to Bed-Load Movement* (traducido por Ott and van Uchelen, California Institute of Technology, Pasadena). *Mitterlungen der Pre-ussischen Versuchsanstalt fur Wasserbau und Schiffbau*, Berlin.

Takeda, M., Ina, H., & Kobayashi, S. (1982). Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *JosA*, 72(1), 156-160.

Tamburrino, A., Carrillo, D., Negrete, F., & Ihle, C. F. (2016). Critical shear stress for incipient motion of non-cohesive particles in open-channel flows of pseudoplastic fluids. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 94(6), 1084-1091.

Valance, A., & Langlois, V. (2005). Ripple formation over a sand bed submitted to a laminar shear flow. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 43(2), 283-294.

Vanoni, V. A., & Brooks, N. H. (1957). Laboratory studies of the roughness and suspended load of alluvial streams.