SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

XXII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

MODELO FÍSICO Y NUMÉRICO DEL EVACUADOR DE CRECIDAS DEL EMBALSE ANCOA, REGIÓN DE MAULE.

FELIPE NEGRETE S.¹ JAIME COTRONEO O.² LUIS ZAMORANO R.³ YARKO NIÑO C.⁴ ALDO TAMBURRINO T.⁵

RESUMEN

Los vertederos laterales son obras hidráulicas utilizadas para evacuar caudales excedentes originados en presas por grandes crecidas. El flujo tridimensional y muy turbulento generado aguas abajo del vertedero, en el canal colector, hace que el estudio de este tipo de obras sea bastante complejo. En este artículo se presenta un análisis comparativo entre los resultados del modelo físico experimental y el modelo numérico en base al funcionamiento del vertedero lateral del Embalse Ancoa, localizado en la VII región del Maule, Chile. Los experimentos fueron desarrollados en un modelo físico en escala 1:40, mientras que el modelo numérico 3D se realizó en un software libre denominado Open-FOAM, utilizando el modelo Large Eddy Simulation (LES) para su ejecución. A modo de verificar el modelo LES se comparan ejes hidráulicos y perfiles transversales del canal colector, obteniendo correlaciones aceptables con el modelo físico y numérico. No obstante de estos resultados, es importante considerar que en fenómenos que presentan alta agitación, se debe realizar una correcta simulación de la turbulencia, y por esta razón en etapas futuras del estudio se explorarán otros modelos para fluctuaciones no resueltas usando LES. El vínculo entre modelación numérica LES y modelación física puede llevar a encontrar diseños y soluciones óptimas en tiempos adecuados.

 $^{^1}$ Ingeniero de proyecto, Instituto Nacional de Hidráulica - felipenegrete@inh.cl

²Ingeniero de proyecto, Instituto Nacional de Hidráulica - jaimecotroneo@inh.cl

³Ingeniero Jefe Unidad de Ingeniería y Desarrollo, Instituto Nacional de Hidráulica - luiszamorano@inh.cl

⁴Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil y Advanced Mining Technology Center, Universidad de Chile - ynino@ing.uchile.cl

⁵Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil Universidad de Chile - atamburr@ing.uchile.cl

1. INTRODUCCIÓN

El Embalse Ancoa, emplazado en el río del mismo nombre, se ubica en la VII Región del Maule, provincia de Linares (Figura 1). La obra de evacuación de crecidas de este Embalse corresponde a un vertedero lateral sin control junto al estribo izquierdo de la presa. El vertedero lateral descarga sus aguas sobre un canal colector en el cual se produce un cambio de dirección de aproximadamente 90°, para finalmente ser conducido a un rápido de descarga, pasando por una sección de control generada por un cambio de pendiente.

El volumen útil del embalse es de 80 Mm^3 y su obra principal la constituye una presa de rellenos de gravas compactadas e impermeabilizada mediante una pantalla de hormigón, en el paramento de aguas arriba. En cuanto al evacuador de crecidas, el vertedero lateral posee 45 metros de largo y el canal colector, de igual longitud, tiene un ancho basal que varía desde los 10 metros hasta los 12 metros, con una pendiente longitudinal del 10%.



Figura 1: Zona de ubicación del Embalse Ancoa.

Debido a que después de la construcción del embalse surgieron algunas dudas del funcionamiento hidráulico del sistema vertedero-canal colector, la Dirección de Obras Hidráulica (DOH) solicitó al Instituto Nacional de Hidráulica (INH) realizar un estudio para analizar el funcionamiento de las obras mediante modelación física y numérica. El estudio se realiza para tres diferentes caudales, correspondientes a los caudales asociados a las crecidas de 1.000 años y 10.000 años de periodo de retorno, además de un caudal menor asociado a una crecida de aproximadamente 5 años de periodo de retorno. Se debieron dar las recomendaciones pertinentes para que el funcionamiento del evacuador de crecidas sea el adecuado. Los resultados obtenidos de la modelación física y numérica se comparan con el resultado teórico de aplicar las ecuaciones hidráulicas correspondientes.

Cabe mencionar que el presente estudio está en progreso, razón por la cual se presenta sólo una fracción de los análisis y resultados que debe tener el proyecto en ejecución.

El objetivo del presente trabajo es validar la representatividad del modelo numérico LES con la modelación física y teórica del sistema vertedero-canal colector.

2. MARCO TEÓRICO

El escurrimiento en el canal colector de un vertedero lateral corresponde a un flujo con gasto variable, el cual puede ser analizado mediante la ecuación (Chow,1959):

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i - J - \frac{2Qq^*}{gA^2}}{1 - \frac{Q^2l}{gA^3}} \tag{1}$$

donde h es la altura de escurrimiento a una distancia x del origen del canal, i la pendiente de fondo, J la pendiente de energía, Q el caudal total evacuado, g la aceleración de gravedad, A el área de la sección transversal al flujo, q^* el caudal descargado por unidad de longitud y l el ancho superficial.

La Ecuación 1 se obtiene de aplicar el principio de cantidad de movimiento en un volumen de control de ancho infinitesimal en el canal colector. Para la deducción de la ecuación se supone, entre otros: canal colector prismático, flujo unidimensional, distribución uniforme de velocidades y pendiente del canal pequeña.

Debido a la alta agitación y turbulencia que presenta el escurrimiento en el canal colector, tras recibir altos caudales provenientes de la evacuación por el vertedero lateral del embalse, se recomienda que este tipo de obras sea diseñada de tal manera de obligar a que el flujo presente un régimen subcrítico. Por esta razón, se debe contar con una sección de control aguas abajo del canal colector.

Junto a lo anterior, diversas investigaciones indican que para un correcto funcionamiento del sistema vertedero-canal colector se debe considerar lo siguiente:

- Criterio de Sumergencia. La altura sobre el vertedero no debe superar los 2/3 de la carga (H) sobre el vertedero.
- La pendiente transversal de la superficie libre no debe superar el 8 % (Viparelli, 1952).
- Finalmente, Mery (2007) aclara que el funcionamiento de la obra debe ser adecuado para un amplio rango de caudales. El mismo autor recomienda $0,1Q_d < Q < Q_d$, con Q_d el caudal de diseño de la obra.

Los investigadores recomiendan tomar en cuenta todos los aspectos mencionados para asegurar el correcto funcionamiento de este tipo de obras de excedencia, considerando que cualquier falla podría generar daños irreparables.

Modelo Físico

El tipo de escurrimiento a estudiar está dominado por el efecto de la fuerza gravitacional, razón por la cual, para que exista semejanza hidráulica entre el prototipo y modelo, este último se diseña considerando el criterio de similitud de Froude:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}} \tag{2}$$

donde v es la velocidad del flujo, g la aceleración de gravedad y L una longitud característica (generalmente la altura h para escurrimientos en superficie libre).



Figura 2: Disposición general del modelo físico en el laboratorio del INH.

El análisis de semejanza hidráulica, la disponibilidad de espacio y la capacidad de bombeo del laboratorio del INH dan como resultado que la escala 1:40 permite representar las condiciones del prototipo, la cual se encuentra dentro del rango aconsejado por Vergara (1993) para este tipo de estudios. Junto a esto se han tomado en cuenta los posibles efectos de escala que podrían influenciar en los fenómenos a analizar. Por ejemplo, Heller (2011) señala que la carga sobre el vertedero debe ser mayor a 7 cm en el modelo físico para evitar efectos de la tensión superficial.

Considerando lo anterior, la Tabla 1 muestra los valores que toman las principales variables hidráulicas y geométricas en el modelo físico.

Tabla 1. I fincipales variables indrauneas y geometricas en modelo físico.					
Varible	Unidad	Prototipo	Modelo ($\lambda = 1:40$)		
Carga sobre el vertedero, H	m	4.015	0.1		
Longitud canal colector, L_c	m	45	1.13		
Longitud canal de transición, L_t	m	15	0.38		
Ancho mínimo, b_{min}	m	10	0.25		
Ancho máximo, b_{max}	m	12	0.30		
Caudal máximo, Q_{max}	m^3/s	1026	0.101		
Número de Reynolds, Re	-	$1.5 \cdot 10^7$	$5.9 \cdot 10^4$		
Coeficiente de Manning, n	$s/m^{1/3}$	0.012-0.018	0.007-0.01		

Tabla 1: Principales variables hidráulicas y geométricas en modelo físico.

En la Figura 2 se observa una disposición general del modelo físico construido en el laboratorio del INH.

Modelo Matemático

Aproximación por Large Eddy Simulation, LES.

Large Eddy Simulation, LES, es una aproximación para simular matemáticamente la turbulencia, así como también lo son las ecuaciones promediadas de Reynolds (RANS), de amplio uso en la industria de cálculo mediante dinámica de fluidos computacional (CFD). A diferencia de la aproximación realizada en RANS, donde la variable se promedia (filtra) en el tiempo, en LES el filtro se realiza en el espacio. El tamaño del filtro, por lo general, depende del tamaño de la malla o de la discretización espacial utilizada. Así un filtro muy pequeño, tal que tiende a las escalas más pequeñas de la turbulencia, será una aproximación de LES que tiende a DNS (Direct Numerical Simulation). De esta manera, el desarrollo para determinar la ecuación de LES es análogo al caso de RANS, pero incorporando el filtro espacial en la ecuación de Navier-Stokes. La ecuación resultante es expresada en notación tensorial, donde x_i , con i=1,2,3, las coordenadas espaciales:

Ec. de continuidad:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3}$$

Ec. de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\bar{u}_j \partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\phi_t} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} + g_i \frac{\bar{\phi} - \phi_t}{\phi_t} \tag{4}$$

donde:

 $u_i =$ componente de la velocidad instantánea en la dirección x_i p = componente de la presión estática instantánea $\nu =$ viscosidad cinemática $\phi_t =$ densidad de referencia $\overline{\phi} =$ densidad local $g_i =$ componente de la aceleración de gravedad en la dirección x_i

El valor correspondiente a τ_{ij}^{SGS} es el subfiltro de la tensión escalada. Este valor representa el efecto de aquellas fluctuaciones que no son resueltas por el filtro, actuando como un esfuerzo. Cabe considerar que este tensor es similar al tensor de reynolds en la aproximación RANS, pero mientras el último representa el efecto de promediar en el tiempo todas las fluctuaciones turbulentas, el filtro de subgrilla representa solamente el efecto de las fluctuaciones no resueltas (pequeña escala), el cual es incorporado mediante un modelo de la sub-grilla. Existen varias aproximaciones para modelar las escalas no resueltas. La escogida para el desarrollo del presente estudio corresponde al modelo de subgrilla de una ecuación "K-Equation Eddy Viscosity Model" (Haase et al., 2009).

Implementación mediante plataforma OpenFOAM

OpenFoam es un paquete de software libre del tipo librería, desarrollado en C++ para la solución de derivadas parciales, utilizando el método de los volúmenes finitos. En la práctica, el paquete está claramente enfocado a dinámica de fluidos computacional CFD, considerando para ellos varios solvers y utilitarios para la creación de mallas, de fácil implementación. Para el presente estudio se utilizará este software para el desarrollo de un modelo tridimensional, de dos fases inmiscibles (aire y agua), utilizando un modelo de turbulencia del tipo LES. Para la determinación de la interfaz se



Figura 3: Parte de la malla utilizada en la implementación del modelo numérico.

utiliza la técnica de VOF (Volume of Fluid), según Hirt y Nichols (1981).

Dominio de modelación

El dominio de modelación es igual al implementado en el modelo físico. Cabe mencionar que el modelo numérico también se realizó a escala 1:40, y no a escala del prototipo, para efectos prácticos de comparación y estabilidad. Con el fin de optimizar los tiempos de cómputo, asegurar la convergencia y estabilidad del modelo, se hicieron pruebas con varias mallas no estructuradas de distinto tamaño, llegando después de un largo proceso iterativo a una malla formada por 909184 celdas. La Figura 3 presenta la malla finalmente utilizada con sus características más importantes.

Condiciones de borde

Las condiciones de borde deben ser impuestas para cada una de las variables involucradas en la modelación. Como condición de borde de entrada se consideraron los tres caudales ya mencionados, los que son incorporados mediante una velocidad uniforme y constante calculadas por el modelo. La zona superior del modelo considera aire con presión hidrostática para simular la acción de la atmósfera.

Por otra parte, en el caso particular del modelo de subgrilla es necesario definir como condición de borde la viscosidad de remolino (eddy viscosity) de la subgrilla, denominado "nuSgs" en jerga OpenFOAM, para el cual se usó para todas las fronteras abiertas una condición de gradiente cero.

Parámetros generales del modelo

En la Tabla 2 se presenta una lista resumen de los parámetros utilizados en el modelo.

Tipo de Simulación	Large Eddy Simulation LES				
Turbulencia	LES- Subgrid Model: K-equation eddy viscosity (1 eq)				
Régimen	Impermanente				
Flujo	Incompresible				
Descripción de las fases					
Fase N^o	1	Nombre	Agua		
Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad		
Densidad media	ρ	998.2	Kg/m^3		
Viscosidad cinemática	ν	$1,003 \cdot 10^{-6}$	m^2/s		
Viscosidad dinámica	μ	0.001002	Kg/m/s		
Temperatura media	Т	287	°K		
Fase N^o	2	Nombre	Aire		
Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad		
Densidad media	ρ	1.205	Kg/m^3		
Viscosidad cinemática	ν	$1,558 \cdot 10^{-5}$	m^2/s		
Viscosidad dinámica	μ	$1,913 \cdot 10^{-5}$	Kg/m/s		
Temperatura media	Т	287	°K		

Tabla 2: Datos del modelo y parámetros del esquema numérico.

3. METODOLOGÍA

Para la explotación del modelo físico, una vez ajustado el caudal a experimentar, se espera alrededor de 10 minutos para empezar a registrar los datos. Las cotas del modelo físico se miden mediante un limnimetro de precisión visado con un nivel topográfico. El criterio para determinar el nivel de la superficie libre es medir la cota máxima alcanzada por la superficie libre, sin embargo, debido a la alta turbulencia y agitación que se produce en el canal colector, no se tiene certeza de haber registrado el máximo alcanzado en todos los puntos de medición. Además, hay zonas más turbulentas que otras en un perfil transversal, por lo que el máximo de la superficie libre tiene un error que va con la agitación del flujo. El tiempo empleado en medir aproximadamente 12 puntos de un perfil transversal es de aproximadamente 20 minutos.

Las coordenadas X e Y de los puntos de medición se obtienen mediante una estación total. El registro de datos abarca alrededor de 22 perfiles a lo largo del canal colector (ver Figura 4).

Una vez obtenidos los datos de los ensayos en el modelo físico se debe realizar una transformación de coordenadas para pasar las cotas y coordenadas medidas a coordenadas de prototipo (terreno), y de esta forma poder comparar con los resultados de la modelación numérica en OpenFOAM.

El modelo numérico fue ejecutado en el Cluster del INH, tomando un tiempo de cómputo poco menor a un día. Se fijó una tasa de 10 Hz para extraer todas las variables relevantes en todo el dominio.

Cabe mencionar que, debido a que el régimen observado en los modelos físico y numérico, este es



Figura 4: Perfiles transversales medidos. Las flechas simbolizan dirección del flujo, los puntos rojos los perfiles usados para el eje hidráulico, mientras que la linea negra representa el perfil transversal.

más bien cuasi estacionario (ver Figura 5). Se consideró prudente un análisis temporal de toda la serie de tiempo y en todas las celdas de la variable que da cuenta de la interfaz entre el aire y el agua, α , considerando los estadígrafos de valores medios integrados en el tiempo para cada celda. Posteriormente, mediante una interpolación de las isocurvas, se estima la representación de la superficie libre correspondiente a un valor de $\alpha = 0.5$, representativo de la interfase (50 % aire y 50 % agua). De esta manera se obtiene una superficie libre promedio, la cual es trabajada en el presente estudio.

Los perfiles transversales extraídos del modelo numérico son los mismos perfiles medidos en el modelo físico. Los datos resultantes del modelo numérico para el eje hidráulico representan al promedio de cada uno de los perfiles transversales.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para poder evaluar la representatividad de los modelos numéricos LES en obras hidráulicas de alta complejidad, se comparan los resultados con los obtenidos de la modelación física y la teoría. Para efectos de comparación, sólo se analiza la altura de flujo o interfase agua-aire. Luego, el postproceso de los datos corresponde exclusivamente al análisis de la superficie libre.

Para una mejor comprensión de los resultados es importante observar la Figura 5. Ella representa una variación temporal de un punto ubicado al centro del perfil PT mostrado en la Figura 4 (zona de mayor agitación). Se pueden ver dos tipos de variaciones: la primera, propia del flujo que representa las fluctuaciones de la superficie libre (se observa para los 3 caudales), y la segunda que se debe al tiempo que demora el modelo numérico en alcanzar la estabilidad. Debido a esta segunda variación, el promedio temporal para los caudales 761 y 1026 m^3/s (T= 1000 y 10000 años) se obtiene a partir de los 70 segundos, momento a partir del cual el nivel del escurrimiento alcanza un valor promedio estable. Para el periodo de retorno 5 años, el promedio estable se obtiene a partir de los 60 segundos. Además, para tener una idea de la dispersión respecto al nivel medio de la superficie libre, se calcula la desviación estándar para los 3 caudales estudiados.



Figura 5: Variación temporal de la superficie libre en un punto central del canal colector, obtenido del modelo matemático. (a) Caso $Q = 150 \ m^3/s$ (T=5 años). (b) Caso $Q = 761 \ m^3/s$ (T=1000 años). (c) Caso $Q = 1026 \ m^3/s$ (T=10000 años).

A modo de establecer una comparación entre el modelo físico, numérico y la teoría, se presenta la Figura 6, donde se muestra un perfil transversal ubicado en el centro del canal colector. Además, se agrega el valor medio mas y menos la desviación estándar del modelo numérico, para apreciar el rango en que varía la superficie libre producto de las perturbaciones. Se puede observar que los datos del modelo físico, en general se mantienen dentro de la banda definida por la variación de la superficie libre en el modelo numérico.

En la Figura 6 se ve que para los 3 caudales estudiados, el escurrimiento sobre el vertedero en el modelo numérico presenta un buen ajuste respecto de lo obtenido en el modelo físico y en la teoría. Por otra parte, en la zona del canal colector, la diferencia es más notoria debido a que en esta zona es donde se presenta la mayor agitación y fluctuación del flujo.

Cabe destacar que el eje transversal teórico no se ajusta de buena forma en transición vertederocanal colector, debido a que se tiene una formulación empírica para el vertedero y otra formulación teórica para el eje hidráulico en el canal colector, y como consecuencia de esto, no se logra representar cuando el canal colector ahoga el vertedero. Esto se observa principalmente en los casos (b) y (c) de la Figura 6. Otro aspecto a considerar es que la ecuación 1 es unidimensional, y por lo tanto, determina una altura promedio del eje hidráulico en cada sección del canal colector.

En la Figura 7 se presenta el eje hidráulico promedio del canal colector para los 3 caudales ensayados. Se aprecian las diferencias entre el modelo numérico, físico y teórico. A grandes rasgos, se puede decir que existe una buena correlación entre lo obtenido en el modelo numérico y el modelo físico, y que la zona donde el modelo numérico entrega valores menores al modelo físico (término del canal colector) posiblemente se debe a que en este último se registraron las cotas máximas, mientras que en el modelo numérico se obtuvo un promedio temporal de dicha variable. En este último tramo, el eje teórico se aleja de lo que se produce realmente debido principalmente a su carácter unidimensional y a su incapacidad de detectar las singularidades que producen perturbaciones importantes



Figura 6: Perfil Transversal PT en Figura 4 (a) Caso $Q = 150 \ m^3/s$ (T=5 años). (b) Caso $Q = 761 \ m^3/s$ (T=1000 años). (c) Caso $Q = 1026 \ m^3/s$ (T=10000 años).



Figura 7: Eje hidráulico promedio. (a) Caso $Q = 150 m^3/s$ (T=5 años) . (b)Caso $Q = 761 m^3/s$ (T=1000 años) . (c) Caso $Q = 1026 m^3/s$ (T=10000 años).

en la superficie libre.

Finalmente se presenta un gráfico de correlación (ver Figura 8) entre todos las alturas medidas en el modelo físico, y se contrastan respecto del valor de las alturas obtenidas del promedio temporal del modelo numérico. Cabe mencionar que los resultados expuestos se encuentran adimensionalizados por la altura promedio obtenida del modelo físico (\hat{H}) .

Se observa que existe un buen ajuste entre los valores obtenidos por ambos modelos. En la Tabla 3 se presentan los resultados de la raíz del error cuadrático medio, en los cuales se aprecia que el caudal más pequeño presenta el valor más alto, llegando a unos 0.852 m de error. La diferencia existente entre ambos modelos posiblemente se debe a la medición de cota máxima en modelo físico y cota promedio en el modelo numérico. Además, el modelo matemático presenta fluctuaciones mayores a las observadas en el modelo físico, lo que podría estar relacionado a la ecuación de turbulencia y a la representación de las ecuaciones en la cercanía de los muros. Cabe destacar que en la Figura 8, no se puede distinguir en que sectores del canal colector y vertedero se obtienen las mejores y

Tabla 3: Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) entre el modelo físico y modelo matemático LES.

Periodo de Retorno	RMSE (m)
T=5 años	0.852
T=1000 años	0.075
T=10000 años	0.131

peores correlaciones.



Figura 8: Dispersión de Datos. (a) Caso $Q = 150 \ m^3/s$ (T=5 años). (b)Caso $Q = 761 \ m^3/s$ (T=1000 años). (c) Caso $Q = 1026 \ m^3/s$ (T=10000 años).

5. CONCLUSIONES

La correcta simulación de la turbulencia resulta ser un papel importante para poder reproducir las características de agitación que presenta el flujo en el canal colector. Cabe mencionar que dicha agitación, causante de la disipación viscosa, es un factor de interés para el diseño de la presente obra, por cuanto la oscilación del flujo no es menor, siendo de interés proponer alternativas para aminorar su amplitud.

En general, el modelo numérico LES representa de buena manera la altura de escurrimiento en el canal colector, lo que está avalado por las figuras presentadas en este artículo. La dispersión existente puede deberse a la alta agitación observada en el canal colector, lo que por una parte dificulta la adquisición de datos, y por otra parte representa una zona compleja de modelar matemáticamente.

Una importante singularidad que el modelo numérico LES puede reproducir es el vórtice longitudinal originado por la entrada transversal del flujo hacia el canal colector y el posterior choque contra la pared lateral opuesta. La Figura 9 ayuda a percibir de mejor manera lo aquí expuesto. Vale la pena destacar que este fenómeno no logró ser reproducido por modelaciones que utilizaron las ecuaciones RANS, con modelos de cierre $k - \epsilon y k - \omega$, en etapas preliminares de este estudio.



(a) Modelo Físico. (b) Modelo Numérico. Figura 9: Vista hacia aguas arriba del escurrimiento en canal colector, $Q = 761m^3/s$.

Finalmente, los autores aprueban la representatividad del modelo numérico LES en el estudio del escurrimiento en un sistema vertedero-canal colector, entendiéndose a ésta como factor importante del diseño de este tipo de obras hidráulicas, pero en ninguna medida suficiente, considerando que la existencia de un modelo físico aporta valor importante en el análisis detallado de los fenómenos presentes, más aún sabiendo la envergadura de estas obras y las causales de una posible falla.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la DOH por la autorización a utilizar los resultados obtenidos del proyecto "Modelación Física y Matemática de las obras de evacuación del Embalse Ancoa, VII Región" para la elaboración de este artículo.

REFERENCIAS

Chow, Ven T. (1994). Hidráulica de Canales Abiertos. McGraw-Hill Interamericana S.A.

Haase, W., Braza, M., Revell, A. (2009). DESider-A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling: Results of the European-Union Funded Project, 2004-2007 (Vol. 103). Springer Science Business Media.

Heller, V. (2011). Scale effect in physical hydraulic engineering models. Journal of Hydraulic Research, 49:3, 239-306.

Hirt, C. W., Nichols, B. D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. Journal of computational physics, 39(1), 201-225.

Mery, H. (2007). Hidráulica Aplicada al Diseño de Obras.

Vergara, M.A. (1993). Técnicas de modelación en hidráulica. Ediciones Alfaomega S.A. México.

Viparelli, C. (1952). Sur proporzionamento dei canali collettori. A servizio discarichi di superficie. L'Energia Elettrica, Vol. 29, pp 341-353.