SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

XXII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

ACERCA DE LA FUERZA DE ARRASTRE EN MATERIALES COMPLEJOS

FRANCISCO MARTINEZ ^{1,2 (*)} ANTOINE SEGUIN ^{1,2} CORENTIN COULAIS ² YANN BERTHO ¹ PHILIPPE GONDRET ¹

RESUMEN

Desde hace algunas décadas ha cobrado especial interés la comprensión del origen de la fuerza de resistencia o simplemente el arrastre sobre objetos que se desplazan dentro de un material granular. A diferencia de un fluido, poco conocemos sobre ésta fuerza en medios de esta naturaleza, donde usualmente la reología es compleja y se debe tomar en cuenta tanto el carácter disperso de la fase sólida del medio, como su estado "termodinámico". En este trabajo mostraremos algunas propiedades de esta fuerza y sus características reológicas asociadas, que hemos obtenido a partir de exploraciones experimentales donde un disco rígido se desplaza lentamente en una monocapa horizontal de discos fotoelásticos.

¹ Laboratoire FAST, Université Paris-Sud, Orsay (France)

² Groupe *Sphynx*, Commissariat à l'Énergie Atomique, Saclay (France)

^(*) Ing. Hidráulico, MSc, PhD. Actualmente en Instituto Nacional de Hidráulica, Peñaflor (Chile) - <u>franciscomartinez@inh.cl</u>

1 INTRODUCCION

1.1 Un poco de historia

La comprensión del origen de la fuerza de resistencia al desplazamiento de objetos en un medio dado, es un fenómeno cuyo estudio posee larga data. Leonardo Da Vinci (siglo XV) fue uno de los primeros en medir este tipo de fuerzas a través de experimentos de deslizamiento de bloques sobre distintos tipos de planos (Figura 1-a). Más tarde, Amontons a comienzos del s. XVIII y Coulomb (1821), dieron mayor rigurosidad a estos experimentos, incorporando otras propiedades tales como la aspereza de las superficies en contacto (Figura 1-b) y definiendo las primeras leyes de fricción. Todos estos trabajos contribuyeron significativamente a sentar las bases de la tribología, campo que es considerado hoy en día una rama importante de la mecánica.



Figura 1 - (a) Bosquejos de ensayos de fricción realizados por Da Vinci (extraído de http://www.nanoworld.org) y (b) experimentos de tracción de bloques rígidos sobre planos rugosos realizados por Charles-Augustin de Coulomb (gentileza *Gallica*, Biblioteque Nationale de France)

Ya a comienzos del siglo XIX y hasta nuestros días, varios científicos abordaron este fenómeno interesados especialmente en el movimiento de objetos en fluidos. Stokes fue el primero en deducir teóricamente una expresión para la fuerza de resistencia o simplemente fuerza de arrastre sobre una esfera de diámetro *d* que sedimenta en un fluido newtoniano, sin efectos de confinamiento. Stokes determinó que $F = 3\pi\eta dV_0$, donde η es la viscosidad del fluido y V_0 la velocidad de la esfera (H. Lamb, 1932).

Posteriormente, L. Prandtl comenzó una serie de investigaciones tanto teóricas como experimentales, que exploraron las propiedades de la resistencia aerodinámica sobre objetos. Prandtl fue pionero en introducir el concepto de capa límite que hasta ese momento era una propiedad desconocida del escurrimiento de fluidos y que fue sin duda un avance significativo en la comprensión de los mecanismos responsables de la disipación energética de escurrimientos de fluidos alrededor de obstáculos (J. Anderson, 2005).

Por cierto, éste tampoco fue un problema ajeno al interés de E. Purcell (1977) y el propio G. I. Taylor. Ambos se interesaron en los mecanismos de propulsión y arrastre hidrodinámico de ciertos organismos, en medios altamente viscosos donde el flujo ocurre a bajo número de Reynolds. Estas experiencias dieron origen a un novel campo de investigación conocido como *Hidrodinamica a bajo número de Reynolds*, el cual visa principalmente el estudio de la hidrodinámica de microorganismos. Estas observaciones han sido usadas para diseñar y perfeccionar los sistemas de propulsión utilizados actualmente por el hombre.

Como se puede apreciar, bastantes personajes han contribuido a mejorar nuestra comprensión sobre la fuerza de arrastre cuando tratamos con materiales líquidos o gaseosos. Sin embargo, cuando enfrentamos un material granular el escenario puede ser diametralmente opuesto. El interés en esta área ha sido más bien reciente, movilizado por su aplicación en varios campos. Por ejemplo, la formación de cráteres de impacto (Figura 2-a) ha llamado la atención de astrónomos, físicos y especialmente geólogos, debido a la gran escala de este fenómeno capaz de moldear la superficie terrestre (Melosh 1996; Walsh *et al.* 2003; de Vet & de Bruyn 2007).



Figura 2 - a) Cráter formado por el impacto de un meteorito en Arizona, EE.UU, (b) visualización de redes de esfuerzos en material fotoelástico debido al impacto de un objeto (Clark *et al.* 2012), (c) lagartija del desierto usada como modelo biomecánico para el estudio de fuerzas de arrastre granular y (d) problemas de fallas mecánicas en suelos en regiones habitadas.

Desde el punto de vista físico, estas dinámicas son muy rápidas e involucran esencialmente la interacción entre un objeto rígido y un medio granular. Aquí resulta imprescindible modelar adecuadamente la fuerza de repulsión ejercida por el medio (suelo) sobre el objeto (meteorito), para lo cual existen varios modelos siendo el más clásico el de Poncelet (1826). Estos modelos han podido ser perfeccionados debido a avances recientes en técnicas experimentales de visualización como ocurre con la fotoelasticidad o la visualización con apoyo de rayos laser, sumado a los progresos indiscutidos en las herramientas computacionales que han permitido simular numéricamente escenarios cada vez más complejos (Seguin *et al.* 2009; Lohse *et al.* 2004). En este contexto, la fotoelasticidad ha

cobrado gran importancia, dado que es posible visualizar las redes de esfuerzo generadas a partir de los puntos de contacto entre los granos (Figura 2-b). Dantu (1957) fue un pionero en aplicar esta técnica a medios granulares y su uso se ha extendido también a situaciones que involucran desplazamiento de objetos en medios dispersos (Seguin *et al.* 2011).

En otras áreas, tal vez menos conocidas, como la biomecánica, interesa comprender la mecánica de movimiento de ciertos organismos cuando se desplazan en medios arenosos. Esto ocurre con algunas arañas y lagartijas del desierto (Figura 2-c), las que pueden desplazarse sorprendentemente con gran agilidad tanto sobre la superficie libre, como dentro del medio. Algunas investigaciones recientes han logrado reproducir a escala de laboratorio el movimiento de las extremidades de estos organismos, caracterizando los esfuerzos de la masa granular sobre éstas y la influencia de la velocidad y dirección del movimiento (Li *et al.* 2013)

Finalmente en el campo de la geotecnia, es de interés comprender las propiedades de resistencia mecánica de suelos para el diseño de fundaciones seguras que eviten problemas de hundimiento de terreno (Figura 2-d). Para ello se conocen desde hace bastante tiempo los test de *penetrometría*, donde se mide la resistencia a la penetración de un objeto en un medio granular. La dificultad de penetración es una medida de la resistencia mecánica del suelo. En lo que sigue veremos varios estudios que se han inspirado en los fenómenos recién descritos, y que han explorado diversas propiedades de la fuerza de resistencia

1.2 Medición de la fuerza de resistencia en medios granulares

Wieghardt (1974, 1975) fue un pionero en abordar este fenómeno, realizando mediciones sistemáticas de la fuerza de resistencia F sobre una barra vertical inmersa en un volumen de esferas mono-dispersas de diámetro d, densidad ρ y concentración volumétrica ϕ , contenidas en un recipiente cilíndrico rotatorio. El autor determinó que esta fuerza no dependía significativamente de la velocidad V de rotación del recipiente ni de d. Por el contrario, esta fuerza si depende linealmente tanto de la profundidad z de enterramiento, como del diámetro D de la barra.

La mayor parte de los posteriores estudios se han inspirado en el trabajo de Wieghardt y han verificado buena parte de los resultados obtenidos por este autor bajo las condiciones usadas en sus experimentos (R. Albert *et al.* 1999). Estos trabajos han abordado otros aspectos tales como: la influencia de la geometría del objeto (I. Albert *et al.* 2001; Hill *et al.* 2005) o incluso las condiciones de confinamiento (Stone *et al.* 2004) como se observa en la Figura 3-a. Stone *et al.* exploró la influencia de la cercanía del objeto a una pared rígida de fondo, determinó que la fuerza se comporta linealmente al comienzo de la penetración (lejos de la pared), es cuasi constante en posiciones intermedias (lo que atribuyen a un efecto Jenssen) y finalmente un fuerte incremento de tipo exponencial cuando el objeto se aproxima a la pared.



Figura 3 - (a) Efectos de proximidad a una pared de fondo, sobre la fuerza de resistencia sobre un disco (Stone *et al.* 2001) y (b) asimetría de la fuerza de arrastre adimensional en ciclos de penetración (+) y extracción (-) según el estudio de Hill *et al.* 2005

Hill *et al.* (2005) y Schröter *et al.* (2007) abordaron además la influencia de la dirección del movimiento, midiendo la fuerza sobre éste en ciclos de penetración y extracción en un medio granular semi-confinado (Figura 3-b). Estas experiencias revelaron un comportamiento asimétrico de la fuerza, cuya magnitud en penetración puede ser hasta un orden superior que la medida en extracción. Estos resultados fueron parte del foco de interés reciente F. Martinez (2013), encontrando una conexión directa con las condiciones de confinamiento del material más que la propia acción de la gravedad.

La mayor parte de los estudios anteriores comparten algunos patrones. En primer lugar, todas ellas se desarrollan en un régimen cinemático que podemos denominar *lento* donde la velocidad del objeto varía usualmente en el rango de 0 hasta 0.5 m/s y el número de Reynolds granular $Re_g = Vd/\nu \ll 1$, siendo ν el equivalente a una viscosidad del medio, dependiente de la temperatura granular T.

Si descartamos la influencia de paredes rígidas, se puede asumir en este régimen que a una profundidad z la presión granular P está dominada por su componente hidrostática $\rho \phi g z$, pudiendose plantear que $F \propto P$. Más aún, la dependencia lineal respecto del diámetro del objeto no revela otro hecho más que $F \propto S$, donde $S = \pi D$ es la superficie frotante del objeto. En este cuadro, resulta natural postular que $F \propto PS$, donde el producto PS puede interpretarse como una fuerza de presión normal a la superficie del objeto. Tal como ocurre en casos de fricción sólida, se puede definir el coeficiente de fricción efectivo μ_{ef} como:

$$\mu_{ef} = \frac{F}{PS} \tag{1}$$

En este régimen, μ_{ef} puede alcanzar valores muy superiores a la unidad, lo que podría ser un indicio de ciertas características reológicas no locales en esta dinámica (Caballero-Robledo & Clement, 2009) y que al día de hoy no están bien entendidas. En este contexto, Seguin *et al.* (2011, 2013) realizó mediciones del campo de velocidad (Figura 4-a) de los granos durante la penetración de un cilindro de diámetro **D** en un volumen de esferas monodispersas. Estas mediciones arrojaron la existencia de una escala de longitud característica del cizalle inducido por el objeto $\lambda = \alpha D + \beta d$, donde $\alpha = 2.4$ y $\beta = 1.3$ son constantes numéricas.



Figura 4 - (a) Campo de velocidad de flujo en experimentos de penetración de un cilindro (Seguin *et al.* 2011), y (b) líneas de ruptura interna observada en experimentos de penetración de un "dedo" rígido en un medio granular monodisperso (Hamm *et al.* 2011)

Este cizalle puede concentrarse en bandas que se crean y destruyen sucesivamente alrededor del objeto y que además pueden extenderse hasta la superficie del lecho granular, adoptando geometrías de tipo espiral logarítmica, como muestra la Figura 4-b obtenida del estudio de Hamm *et al.* (2011). Recientemente se ha demostrado, que esta geometría particular puede ser predicha a partir de la Teoría de Planos de Ruptura (*Slip-line Theory*) popularizada por Prandtl. Recientemente Pang *et al.* (2013) verificó exitosamente esta teoría para el caso de la penetración de un cilindro en un medio granular seco y monodisperso, lo que proporciona un auspicioso panorama para tratar analíticamente este problema.

2 MONTAJE EXPERIMENTAL

2.1 Características de los experimentos

En nuestros experimentos, un disco metálico (intruso) de diámetro D variable entre 8 y 32 mm, es colocado en una cierta posición inicial al interior de una celda rectangular horizontal, de largo L variable entre 370 y 393 mm y de ancho W del orden de 400 mm, como se observa en la Figura 5-a. Esta celda contiene una monocapa horizontal de discos birrefringentes, deformables y de diámetros d, variables entre 4 y 5 mm. La presencia de dos tamaños diferentes impide la aparición de efectos de *cristalización granular*. El carácter birrefringente de los granos, hace que éstos puedan desviar la polarización de la luz incidente sobre el medio, al ser sometido a un cierto estado de deformación. A mayor deformación, mayor intensidad de polarización y por ende, mayor el esfuerzo aplicado en los puntos de contacto entre los granos.

El disco está conectado en su extremo, a un sistema de tracción mecánico que tira el intruso a velocidad V_0 constante (Figura 5-b). Esta velocidad varía en el rango 0.001 mm/s hasta 5 mm/s. Un sensor de fuerza está igualmente conectado a este sistema, de forma que es posible registrar la fuerza F sobre el intruso durante su desplazamiento Δx que es variable en el rango $\frac{\Delta x}{D} \simeq 8-10$. Esta fuerza se traduce en una señal voltaica que es registrada por el ordenador a una frecuencia controlada y que se transforma a unidades de fuerza usuales, por medio de una calibración previa del sensor.



Figura 5 - (a) Imágenes del conjunto de discos fotoelásticos y de la celda con sus dimensiones características (L, W). Observamos el pistón que permite confinar los granos y además la placa vibrante y la placa en vidrio, (b) sistema de tracción del intruso y (c) esquema de la instalación experimental y del sistema de captura y polarización de imágenes.

La placa sobre la cual se apoya el material, se encuentra empotrada a un sistema mecánico que puede oscilar a una cierta frecuencia f variable en el rango 0-10 Hz y amplitud A constante igual a 10 mm. De esta manera, se puede inducir un estado de agitación generalizada de los granos lo que nos permite estudiar la influencia de la energía cinética inyectada al sistema, sobre la fuerza ejercida sobre el intruso. La instalación cuenta además con un pistón en su extremo superior, con el cual podemos fijar la compacidad global inicial ϕ del material, variable entre 76% hasta 82% aproximadamente.

Finalmente, una cámara ubicada sobre el medio permite registrar el movimiento del objeto y de los granos. Acoplada a ella se encuentra un sistema de polarizadores cruzados, que funcionan de manera sincronizada a los tiempos de captura de imágenes. Este sistema permite obtener una imagen polarizada y otra sin polarizar, de forma consecutiva durante toda la corrida del objeto, como se esquematiza en la Figura 5-c. Estas imágenes son tratadas posteriormente mediante un algoritmo ad-hoc. La instalación aquí descrita es operada de manera totalmente automática y todos los parámetros que hemos descrito pueden ser controlados desde un ordenador a través de una rutina programada con el software LabView.

3 ALGUNOS RESULTADOS

3.1 Descripción cualitativa de los resultados

La Figura 6-a muestra una imagen típicamente observada sin el uso de los polarizadores cruzados y otra que ha sido capturada usando el sistema de polarización (Figura 6-b). La imagen polarizada, revela que si bien la red de esfuerzos se propaga en todas direcciones, ésta se concentra principalmente en la vecindad del frente de avance de intruso y tras él, aparece una zona de vacío que también se ha observado en otros estudios (Kolb *et al.* 2004, 2013; F. Martinez 2013).

Este hecho ha sido observado experimentalmente en ensayos de penetración vertical de un cilindro o una esfera (Seguin *et al.* 2013), donde la masa granular delante del objeto parece plastificarse a medida que éste avanza. P.Cixous (2010) ha caracterizado de manera detallada

esta zona de vacío usando una instalación de similares características y encontrando una influencia directa del diámetro del objeto y de la compacidad global ϕ sobre el tamaño de esta zona. Otros autores han planteado incluso que la existencia de esta zona de vacío es necesaria para que el material dilate y así los granos puedan reorganizarse permitiendo el paso del intruso a través de él (Hill *et al.* 2005).



Figura 6 - Imágenes típicamente obtenidas en una experiencia cualquiera, (a) sin polarizadores cruzados y (b) con los polarizadores. Aquí D = 8 mm, $V_0 = 1 \frac{mm}{s}$ y f = 10 hz.

Experimentos conducidos a una compacidad mayor muestran que la red de esfuerzos no solo se ramifica en todas direcciones sino que además sigue concentrada en el frente de ataque del objeto y se vuelve más intensa, como se observa en la Figura 7-a. Que las líneas de esfuerzo tiendan a alinearse verticalmente, es una consecuencia de la dirección en que es agitado del medio. La Figura 7-b muestra la situación para una compacidad cercana a la máxima posible de generar en la instalación. En este escenario, la cantidad de vacíos se reduce de manera importante y los granos son forzados a deformarse significativamente. Esto último deslinda en un escenario de fuerte resistencia al desplazamiento del intruso, resultado que también es observado cuando aumenta la velocidad V_0 .



Figura 7 - Imágenes obtenidas para una posición central del intruso (círculo en rojo), donde D = 16 mm, $V_0 = 1 \frac{mm}{s} y f = 10 Hz$. La compacidad global del medio es (a) $\phi = 80,2\%$ y (b) $\phi = 81,8\%$. La dirección de movimiento es de izquierda a derecha.

Para altas compacidades, la red de esfuerzos puede llegar hasta las paredes rígidas de la celda, lo que incrementa aún más la resistencia y, a diferencia del caso anterior, aquí las líneas de esfuerzo ya no se alinean necesariamente con la dirección de agitación.

3.2 Acerca de la reología del material

Las mediciones de la fuerza de resistencia sobre el intruso obtenidas con el captor mecánico, han sido contrastadas con aquella obtenida a partir de la integración de esfuerzos sobre la superficie del objeto. Para determinar dichos esfuerzos se hizo uso de un código existente de programación realizado en Matlab desarrollado durante la tesis de C. Coulais (2012). Con este algoritmo es posible identificar la posición de las partículas y los puntos de contacto entre ellas, aplicando el principio de triangulación de Delaunay.

Cada punto de contacto, tiene asociada un área de contacto sobre la cual es posible calcular los gradientes de respuesta óptica del material y con ellos las respectivas fuerzas tangenciales y normales, asociadas a cada punto de contacto. Drescher (1972) propuso un conjunto de expresiones que permite estimar los esfuerzos generados en estos puntos a partir de este proceso, para una partícula en interacción con sus vecinas. Sugerimos al lector referirse a dicho artículo para consultar más detalles.

Nos contentaremos aquí con la comparación entre la fuerza medida por el sensor mecánico y aquella realizada a partir del algoritmo de Drescher, como se observa en la Figura 8. Ambas señales son fuertemente fluctuantes, lo que es una característica propia de un proceso en el cual las cadenas de esfuerzos se crean y destruyen sucesivamente. Por cierto, ambas mediciones están bien correlacionadas entre sí y las discrepancias provienen del hecho que las colisiones entre los granos y el objeto no son siempre capturadas por el gradiente óptico, pero si por el captor mecánico.



Figura 8 – Señales de fuerza obtenidas mediante el captor mecánico (azul) y calculando directamente el esfuerzo a partir de las imágenes polarizadas (azul).

De estas señales es posible extraer una fuerza promedio temporal que denotaremos simplemente por $\langle F \rangle$. La Figura 9-a muestra que $\langle F \rangle$ decrece a medida que aumenta la agitación del medio granular, para distintos niveles de compacidad. Este hecho sugiere un efecto de *fluidización* del material, haciendo que éste ofrezca menor resistencia el desplazamiento del intruso. Esta fluidez es capturada de manera más clara, al realizar ensayos a máxima frecuencia de agitación (f = 10 hz) y distintas velocidades de desplazamiento del objeto, como se observa en la Figura 9-b.



Figura 9 – Fuerza de arrastre promedio $\langle F \rangle$ sobre un intruso (D = 8 mm y $V_0 = 1 mm/s$) en función de (a) la frecuencia de agitación f y distintos valores de ϕ y en función de (b) la velocidad V_0 del intruso para f = 10 Hz.

Esta curva sugiere un comportamiento lineal de la fuerza a partir de un cierto valor umbral $\langle F_0 \rangle \simeq 22N$, lo que desde el punto de vista reológico se asimila al comportamiento de un fluido viscoplástico. Visto de esta manera, podemos extraer a partir del tensor de esfuerzos σ algunos invariantes escalares que nos invitan a profundizar sobre este comportamiento, entre ellas: la presión granular P(x, y), el esfuerzo tangencial $\tau_{VM}(x, y)$ y la taza de cizalle $\dot{\gamma}_{VM}(x, y)$. Estas variables se pueden calcular de la siguiente manera:

$$P = -\frac{1}{2}tr(\boldsymbol{\sigma}) \tag{2}$$

$$\tau_{VM} = \sqrt{tr(\boldsymbol{\tau}^2)} \tag{3}$$

$$\dot{\gamma}_{VM} = \sqrt{tr(\boldsymbol{D}^2)} \tag{4}$$

Donde $\tau = \sigma + PI$ es el tensor desviatorio y $D = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^t u)$ el tensor tasa de deformación calculado a partir del campo cinemático u(x, y). La Figura 10 muestra el promedio temporal de estas variables durante una corrida típica del objeto. El campo de presiones (Figura 10-a) se concentra fuertemente en el frontis del intruso, como habíamos anticipado al observar la distribución de las redes de esfuerzo (Figura 7).

Esta tendencia se replica en el campo de tensiones tangenciales, donde las direcciones de cizalle tienden a alinearse en ángulos cercanos a $\pi/4$ respecto del eje de movimiento, como se desprende de la Figura 10-b. Respecto de la taza de cizalle, en la Figura 10-c se observan tres zonas de fuerte intensidad: dos de ellas simétricamente distribuidas en el frontis del objeto y la tercera tras de él. Si bien, la magnitud de los esfuerzos es despreciable en esa zona, la existencia de un gradiente de velocidad no nulo y de igual intensidad en el frontis y tras el intruso, sugiere que los granos parecen acomodarse tan rápido como avanza el objeto, de forma de permitir su desplazamiento.



Figura 10 – Variación espacial de las cantidades escalares para un intruso con $D = 16 mm, V_0 = 1 mm/s$ y $\phi = 76\%$. Campos de (a) presión P(x, y), (b) el esfuerzo tangencial $\tau_{VM}(x, y)$ y (c) la taza de cizalle $\dot{\gamma}_{VM}(x, y)$. Las zonas en rojo (azul) corresponden a zonas de fuerte (débil) intensidad.

Para caracterizar de manera más precisa la reología de este medio, se condujeron más experimentos a distintas velocidades del intruso, pero la misma compacidad. En este contexto, resulta conveniente definir una nueva variable que capture la fluidez del material y que denominaremos viscosidad local η , definida punto a punto del espacio como:

$$\eta = \frac{\tau_{VM}}{\dot{\gamma}_{VM}} \tag{5}$$

La ecuación (5) nos indica que la viscosidad se obtiene a partir de las Figuras 10-b y 10-c. Estos cálculos han mostrado la constancia radial de esta variable en una región angular concentrada en el frente del objeto, lo que nos autoriza a estudiar el valor medio de esta variable cuyo comportamiento se aprecia en la Figura 11-a. Allí, se observa claramente una aminoración de η a medida que aumenta $\dot{\gamma}_{VM}$, lo que nos invita a pensar en un comportamiento reológico de carácter *reofluidizante*. Este comportamiento, puede ser capturado también por el coeficiente de fricción cuando es contrastado con el número de inercia *I*, como sugiere el estudio realizado por GDR Midi (2004). Según Andreotti *et al.* (2011), este número adimensional fue introducido originalmente por da Cruz *et al.* y es una medida del estado "termodinámico" al que se encuentra sometido el material granular. Este parámetro se define usualmente como:

$$I = \frac{\dot{\gamma}_{VM} d}{\sqrt{P/\rho}} \tag{6}$$

Valores en el rango $I \le 10^{-3}$ indican que las deformaciones del material que ocurren a la velocidad $\dot{\gamma}_{VM}d$ son mucho más lentas respecto de la rapidez de reorganización de los granos $\sqrt{P/\rho}$, estableciendo así un régimen denominado *cuasi-estático*. Caso contrario se observa cuando $I \ge 10^{-1}$, generando un régimen hidrogranular que se asimila al estado *gaseoso*. Finalmente, un régimen similar al de un *fluido* se observa para valores intermedios de este número.

Tal como introdujimos al comienzo de este artículo, podemos entonces definir punto a punto el coeficiente de fricción del material μ_{eff} como:

$$\mu_{eff} = \frac{\tau_{VM}}{P} \tag{7}$$

De la misma forma como hicimos con la viscosidad, es posible promediar espacialmente este coeficiente lo que nos conduce a la Figura 11-b donde se observa la curva μ_{eff} en función de *I*. A medida que aumenta *I*, resulta un claro efecto de disminución de μ_{eff} de 0.3 a valores que tienden a estabilizarse alrededor de 0.2. Este resultado parece sugerir un efecto de "alisamiento" del material, esto es el medio se vuelve menos friccional y la velocidad de reorganización de los granos parece quedar condicionada por la del intruso, independizándonos así parcialmente de la agitación del medio.



Figura 11 - a) Variación del coeficiente de viscosidad η en función de la taza de deformación angular $\dot{\gamma}_{VM}$ y b) variación de $\mu_{eff} = \frac{\tau_{VM}}{p}$ en función del número de inercia *I*. En ambas curvas D = 16 mm y $\phi = 76\%$.

Notemos que μ_{eff} presenta valores inferiores a la unidad, situación muy diferente de la observada en experimentos sin agitación externa, donde este coeficiente puede alcanzar fácilmente magnitudes del orden de 10 o más. Esto reafirma la importancia de incluir en la definición de la reología, un nuevo parámetro que dé cuenta de la temperatura del medio.

4 CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En este trabajo hemos mostrado algunos resultados parciales relativos a la fuerza de arrastre medida en un material granular. ¿Por qué resulta de interés abordar un problema de esta naturaleza? Principalmente porque es un problema original, muy poco investigado y que tiene implicancias en campos tan diversos como la geofísica, la biomecánica y la reología. Desde el punto de vista fundamental, la comprensión y la exploración de las propiedades de esta fuerza, nos permite extender el concepto de resistencia al movimiento de objetos para medios de características complejas, cuya reología no responde necesariamente a la de un fluido newtoniano. En este contexto, los medios granulares siempre nos ofrecen nuevos desafíos experimentales y de desarrollo analítico, brindando una mirada más amplia a la comunidad ligada a la mecánica de fluidos.

En nuestro estudio hemos tratado de contribuir a profundizar esta mirada abordando el movimiento de un intruso en una monocapa horizontal de discos fotoelásticos. Experiencias de esta naturaleza son recientes y cuyas técnicas de visualización poseen un gran potencial para comprender el fenómeno de ruptura de medios granulares sometidos a forzamientos externas. Si bien, nuestra instalación posee limitaciones evidentes que lo alejan de situaciones más realistas (geometría 2D, partículas deformables, etc.), ella ofrece otras ventajas como la visualización y cuantificación de redes de esfuerzos que se originan durante el desplazamiento del intruso. Este carácter fotoelástico nos ha ayudado a entender que los esfuerzos granulares se intensifican en la vecindad del objeto y donde las cadenas de fuerzas pueden extenderse incluso hasta las paredes de la celda confinante. La destrucción y creación de estas cadenas, otorga a nuestro juicio el carácter fluctuante o de *stick-slip* observado en las señales temporales de fuerza.

Por otro lado, las mediciones realizadas bajo un estado de agitación granular muestran que la viscosidad del medio tiende a decrecer con la taza de cizalle, lo que revela un estado reológico de tipo *reofluidizante*. Este resultado nos invita a pensar que la fuerza de arrastre parece estar condicionada tanto por efectos de confinamiento, como por la temperatura granular. Cuando el medio se encuentra excitado externamente, encontramos que la fuerza varía cuasi-linealmente con la velocidad del objeto, estableciendo así una analogía con el caso de un objeto que sedimenta en un fluido cuya viscosidad depende de la temperatura. Situaciones de este tipo han sido observadas en el campo de la vulcanología, en un fenómeno conocido como *diapirismo*.

Desde un enfoque de medios continuos y bajo nuestras condiciones, el problema del arrastre granular puede considerarse en principio, similar al fenómeno de penetración lenta de un intruso en un fluido de reología viscoplástica. Los efectos de esta reología pueden extenderse sobre una región cuyo tamaño es del orden de una cierta longitud característica que depende tanto del diámetro del intruso como de los granos, como revelan los estudios de Seguin *et al.* (2011) y Cixous (2010). Reologías de este tipo también reciben la denominación de "no-locales", dado que extienden el concepto de "localidad" representado por la relación $\mu_{eff}(I)$, introduciendo variaciones espaciales de este coeficiente.

Lamentablemente, desconocemos aún cuales son los efectos sobre esta reología si los experimentos fuesen realizados con partículas más duras. La dureza del material es un aspecto que hemos ignorado hasta ahora y que podría situar la magnitud de la fuerza en otro régimen. Del mismo modo, desconocemos cuales son los efectos del fluido intersticial sobre esta dinámica. Si bien ya se han realizado experiencias de penetración en ambientes inmersos (Constantino *et al.* 2011), no está claro si el efecto de aminoración de la fuerza observado en este caso se debe exclusivamente a un efecto de lubricación del fluido, de la gravedad reducida o tal vez a un cambio en la reología del material. Estas interrogantes permanecen (afortunadamente) aún abiertas y que esperamos abordar en futuras investigaciones.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Centro de Energía Atómica de Saclay (Francia) y el Grupo Sphynx por haberme acogido y facilitado tanto la instalación experimental, como su personal de apoyo. Del mismo modo extiendo mis agradecimientos a Antoine Seguin y Corentin Coulais que contribuyeron significativamente con el trabajo experimental aquí mostrado y del cual se ha beneficiado el autor para la realización de parte de su tesis doctoral.

REFERENCIAS

I. Albert, J. G. Sample, A. J. Morss, S. Rajagopalan, A.L. Barabási and P. Schiffer. *Granular drag on a discrete object: Shape effects on jamming*. Physical Review E, 64(6): 061303. 2001.

R. Albert, M. A. Pfeifer, A.L. Barabási and P. Schiffer. *Slow Drag in a Granular Medium*. Physical Review Letters, (82):205-208. 1999.

J. Anderson. Luwdig Prandtl's Boundary Layer. Physics Today, Vol. 58 (12), 2005.

B. Andreotti, Y. Forterre et O. Pouliquen. Les Milieux Granulaires. Entre Fluide et Solide. EDP Sciences, 2011.

G. A. Caballero-Robledo and E. Clément. *Rheology of a sonofluidized granular packing*. European Physical Journal E (30), 395, 2009.

P. Cixous. *Blocage et écoulement d'un milieu granulaire dense et désordonné autour d'un obstacle rigide*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. (2009)

A. H. Clark, L. Kondic, and R. P. Behringer. *Particle Scale Dynamics in Granular Impact*. Physical Review Letters 109, 238302, 2012

D. J. Costantino, J. Bartell, K. Scheidler & P. Schiffer. *Low-velocity granular drag in reduced gravity*. Physical Review E 83, 011305, 2011

C. Coulais. *Milieux granulaires vibrés proches du Jamming: Des liquides figés aux solides mous*. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2012.

C.-A. Coulomb. Théorie des machines simples. 1821. (http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1095299)

P. Dantu. *Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents*. IV^{ème} Congres Internationale de Mécanique des Sol et Fondations, pp :114-148, Londres, 1957.

S. J. de Vet and J. R. de Bruyn. *Shape of impact craters in granular media*. Physical Review E, 76(4): 041306. 2007.

A. Drescher and G. de Josselin de Jong. *Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, 20, 337-340, 1972

E. Hamm, F. Tapia and F. Melo. *Dynamics of shear bands in a dense granular material forced by a slowly moving rigid body*. Physical Review E 84, 041304, 2011.

G. Hill, S. Yeung, and S. A. Koehler. *Scaling vertical drag forces in granular media*. Europhysics Letters, 72(1): 137-143. 2005.

E. Kolb, J. Cviklinski, J. Lanuza, P. Claudin and E. Clément. *Reorganization of a dense granular assembly: The unjamming response function*. Physical Review E (69), 031306, 2004.

E. Kolb, P. Cixous & J. Charmet. *Flow fields around an intruder immersed in a 2D dense granular layer.* Granular Matter, Vol. 16, Issue 2, pp: 223, 2014.

H. Lamb. Hydrodynamics. Cambridge University Press, 1932

C. Li, T. Zhang and D. I.Goldman. A Terradynamics of Legged Locomotion on Granular Media. Science, 339, 1408, 2013.

D. Lohse, R. Rauhé, R. Bergmann and D. van der Meer. *Granular physics: Creating a dry variety of quicksand*. Nature, 432, 689-690, 2004.

F. Martinez. *Force de resistance au mouvement d'un object dans un milieu granulaire*. These de Doctorat, Université Paris-Sud. 2013.

H. J. Melosh. Impact cratering: A geologic process. Oxford University Press. 1989.

G. D. R Midi. On dense granular flows. The European Physical Journal E, 14: 341-365. 2004.

Pang Y. and Liu C. *Continuum description for the characteristic resistance sensed by a cylinder colliding against granular medium*. Science China, Physics Mechanics and Astronomy, 2013 (doi: 10.1007/s11433-013-5142-1)

J. V. Poncelet. Introduction à la mécanique industrielle, physique et expérimentale. METZ. 1841.

E. Purcell. Life at low Reynolds number. American Journal of Physics, Vol.45, N°1, 1977.

M. Schröter, S. Nägle, C. Radin and H. L. Swinney. *Phase transition in a static granular system*. Europhysics Letters, 78, 2007.

A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret and J. Crassous. *Sphere penetration by impact in a granular medium: A collisional process.* Europhysics Letters, 88, 2009.

A. Seguin, Y. Bertho, P. Gondret and J. Crassous. *Dense granular flow around a penetrating object: Experiment and hydrodynamic model*. Physical Review Letters, 107: 048001. 2011.

A. Seguin, Y. Bertho, F. Martinez, J. Crassous and P. Gondret. *Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium*. Physical Review E, 87, 2013.

M.B. Stone, R. Barry, D.P. Bernstein, M.D. Pelc, Y. K. Tsui and P. Schiffer. *Local jamming via penetration of a granular medium*. Physical Review E, 70(4), 2004.

A. Walsh, K. Holloway, P. Habdas and J. de Bruyn. *Morphology and Scaling of Impact Craters in Granular Media*. Physical Review Letters, 91(10), 2003.

K. Wieghardt. Forces in granular flow. Mechanics Research Communications, Vol. 1, 3-7, 1974.

K. Wieghardt. Experiments in Granular Flow. Annual Review of Fluid Mechanics. Vol. 7, 89-114, 1975.