# SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

# XXII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

# VISUALIZACIÓN DE PROCESOS DE TRANSPORTE DE SOLUTOS EN MEDIOS PERMEABLES

# EDINSSON MUÑOZ VEGA<sup>1</sup> PAULO HERRERA RICCI<sup>2</sup>

## RESUMEN

Los procesos de transporte de masa en flujos de agua subterránea han sido estudiados ampliamente en la literatura, debido a que gobiernan el transporte de contaminantes u otras sustancias disueltas. Una buena caracterización de los procesos de transporte puede ser útil, entre otros, para la optimización de sistemas de remediación, y la predicción de las trayectorias y tiempos de viaje de contaminantes en acuíferos. El uso de técnicas de laboratorio para el estudio de los procesos de transporte en medios permeables se ha vuelto más común en los últimos 30 años. Una de las herramientas que se ha utilizado es el análisis de imágenes, el cual busca caracterizar campos de concentraciones de un soluto mediante el estudio de fotografías. A pesar del avance de este tipo de técnicas, todavía existe la necesidad de introducir mejoras para aumentar su resolución y confiabilidad, y así permitir su uso en el estudio de problemas que requieren un alto grado de detalle. Lo anterior fue la motivación de este trabajo, en el cual se desarrolló un montaje experimental que busca emular el transporte de un trazador conservativo en un medio permeable homogéneo saturado. Se realizaron diferentes ensayos para caracterizar las propiedades hidráulicas del medio utilizado (microesferas de vidrio) y las características ópticas del trazador (Blue Brilliant). A través de análisis de imágenes se logró calcular el campo de concentraciones del experimento, el cual fue comparado a la solución teórica del problema estudiado para analizar la confiabilidad y resolución de la técnica de visualización utilizada.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Tesista Magíster en Recursos y Medio Ambiente Hídrico, Universidad de Chile – <u>edimunoz@ing.uchile.cl</u> <sup>2</sup>Profesor Asistente, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile – <u>pherrera@ing.uchile.cl</u>

## 1. INTRODUCCIÓN

Los procesos de transporte de masa en flujos de agua subterránea han sido estudiados ampliamente en la literatura, debido a que gobiernan el transporte de contaminantes u otras sustancias disueltas. Una buena caracterización de los procesos de transporte ha de permitir por ejemplo, la optimización de sistemas de remediación, predicción de las trayectorias y tiempos de viaje de contaminantes en acuíferos, lo que podría tener importancia en el análisis de la contaminación de pozos, aguas superficiales, entre otros.

La modelación de los procesos de transporte a escala de laboratorio comúnmente se lleva a cabo en tanques de arena, técnica conocida como Experimentos a Escala Intermedia o ISE (Intermediate Scale Experiments, en inglés). Las características más generales de estos tipos de experimentos se enuncian a continuación (Sánchez *et al.*, 2008):

a) Comúnmente se usan materiales como el vidrio o acrílico para construir las paredes del tanque, de tal forma de permitir la visualización del medio. Por la facilidad para trabajarlo, se prefiere usar acrílico la mayoría de las veces, sobre todo para tamaños más grandes de los tanques.

b) En su mayoría los experimentos llevados a cabo en tanques de arena han sido en dos dimensiones, debido a que se necesitan tanques muy grandes para poder emular flujos de tres dimensiones en medios porosos heterogéneos.

c) Entre los materiales más usados para llenar los tanques se encuentran las esferas de vidrio, debido a que su índice de refracción son similares al del acrílico, lo que los hace materiales prácticamente transparentes.

d) Para poder medir tanto el avance del flujo como las concentraciones de los solutos es necesario el uso de trazadores, los cuales son compuestos insertados en concentraciones controladas dentro del tanque. Como trazadores se usa la sal, la rodamina, blue brilliant, fluoresceína, oxígeno, entre otros. Para poder caracterizar el campo de concentraciones se han utilizado técnicas invasivas a través de la utilización de sensores al interior del medio, y no invasivas mediante toma de fotografías, análisis de rayos X, entre otros. En general, las técnicas de observación dependen del tipo de trazador utilizado.

e) Otra dificultad de los montajes experimentales de los ISE es la forma de emplazar el medio en el tanque. Comúnmente el llenado se realiza en pequeñas capas de suelo (por ejemplo de 0,5 cm de espesor), teniendo cuidado en mantener un nivel de agua sobre la capa del medio, para así lograr la saturación del suelo.

A lo largo de este trabajo explicaremos el diseño del montaje experimental que permite simular un proceso de transporte de masa en un medio poroso homogéneo saturado, además de la técnica de análisis de imágenes (fotografías) utilizada para poder caracterizar el campo de concentraciones del trazador en el medio permeable.

## 2. MONTAJE EXPERIMENTAL

## Diseño del Tanque y Control del Flujo

Se diseñó un tanque de acrílico de dimensiones 85 [cm] x 16 [cm] x 1 [cm] (largo x ancho x espesor). Se eligió el acrílico por su facilidad de trabajar en laboratorio, además de las propiedades ópticas antes mencionadas. El hecho de que el espesor sea muy pequeño permite que el tanque, relleno con microesferas de vidrio, emule un medio permeable bidimensional (2D). El acrílico utilizado tiene un espesor de 1,5 [cm], el cual fue seleccionado de tal forma de asegurar suficiente resistencia y evitar deformaciones.

El tanque cuenta con ocho puertos de entrada y ocho puertos de salida para el flujo, distanciados 2 [cm] entre sí. El flujo a través del medio permeable es regulado gracias al uso de dos bombas peristálticas Masterflex Standard a la entrada del tanque (cada una conectada a 4 puertos), sincronizadas entre sí para entregar el mismo caudal en cada puerto. A la salida del tanque se cuenta con un vertedero de carga constante, el cual permite la toma de muestras promediadas de concentración. En el experimento se hace pasar un trazador por los dos puertos centrales y agua por los demás, aunque es posible trabajar con otras configuraciones de inyección. La Figura 1 muestra un esquema de la configuración experimental.

El fin del experimento es poder caracterizar el campo de concentraciones del trazador mediante imágenes, por ende se deben capturar fotografías del experimento. Para ello se ilumina el tanque por la parte trasera, mediante el uso de un panel LED. Se usa una luz LED debido a que prácticamente no fluctúa en el tiempo en la intensidad de luz entregada. Entre el panel y la parte posterior del tanque se usa una pantalla de acrílico blanco de 5 [mm], el cual actúa como difusor, homogenizando la luz que llega al tanque. Las fotografías son capturadas mediante el uso de una cámara Canon Rebel T3i, de 18 Megapixeles, la cual cuenta con un programa de adquisición de fotografías que permite capturar imágenes del experimento cada 5 segundos de forma automática. La cámara está ubicada a 1 [m] de la cara frontal del tanque. En la Figura 2 se muestra un esquema en vista lateral del montaje experimental.

Cabe mencionar, que para aislar el experimento de variaciones externas de luz, todo el montaje experimental se encuentra dentro de una cámara oscura, construída en el laboratorio Francisco Javier Domínguez, de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.





Figura 2: Vista lateral del montaje experimental.

## Elección medio permeable y determinación de sus propiedades

## Granulometría

Como medio permeable se utilizaron microesferas de vidrio (SPES S.A, Santiago, Chile), debido a que su uso permite utilizar técnicas de iluminación en las que el tanque se encuentre entre la fuente de luz y la cámara. Las microesferas emulan un medio poroso homogéneo, por lo cual fue necesario determinar sus propiedades hidráulicas. La Figura 3 muestra la curva granulométrica de las microesferas de vidrio, la cual permitió determinar que el diámetro medio es de 0,52 [mm].



Figura 3: Curva granulométrica de microesferas de vidrio.

## Conductividad Hidráulica

La conductividad hidráulica de las microesferas permite el estudio del campo de flujo en el medio permeable, por lo tanto es una propiedad muy importante de determinar. Comúnmente los ensayos de conductividad hidráulica se realizan en un permeámetro, ya sea de carga variable o carga constante. En este caso se construyó un permeámetro, en el cual se hizo circular flujo de agua gracias a una bomba peristáltica (se utilizó la misma bomba para saturar la muestra de suelo). Se contaba con dos piezómetros conectados al permeámetro, los cuales permitieron definir la diferencia de carga entre dos puntos de la columna. La Figura 4 muestra un esquema del permeámetro utilizado.

La conductividad hidráulica se estima gracias a la Ley de Darcy, mediante la siguiente ecuación:

$$K = \frac{QL}{A\Delta H} \tag{1}$$

donde:

K = Conductividad hidráulica [LT<sup>-1</sup>].

Q = Caudal que pasa por el permeámetro [L<sup>3</sup>T<sup>-1</sup>].

L = Distancia entre los puntos donde se mide la carga hidráulica [L].

A =Área transversal al flujo [L<sup>2</sup>].

 $\Delta H$  = Diferencia de carga entre dos puntos [L].





Se utilizó una columna de área A = 15,76 [cm<sup>2</sup>] y longitud L = 22,5 [cm]. Los valores de caudal, diferencia de carga y conductividad que se obtuvieron fueron los siguientes:

Tadia 1: valores de A obtenido				
$Q [cm^3/s]$	$\Delta H$ [cm]	<i>K</i> [cm/s]		
0,233	2,7	0,123		
0,333	3,9	0,122		

Tabla 1:	Valores	de K	obtenidos
----------	---------	------	-----------

Por lo que se asignó un valor de conductividad hidráulica promedio K = 0,12 [cm/s] a las microesferas.

#### Dispersividad Longitudinal

Dado que se busca estudiar un proceso de transporte de masa en el medio permeable, es importante definir los coeficientes de dispersión hidrodinámica del suelo, los cuales aparecen en la ecuación de advección dispersión, incluyendo los procesos de difusión molecular y dispersión mecánica. Al estar modelando un problema en dos dimensiones, se tiene que conocer el coeficiente de dispersión hidrodinámica longitudinal y transversal, los cuales se definen a continuación:

$$D_L = \eta D_m + \alpha_L v \tag{2}$$

$$D_T = \eta D_m + \alpha_T \nu \tag{3}$$

Donde:

 $D_L$  = Coeficiente de dispersión hidrodinámica longitudinal [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>].

 $D_T$  = Coeficiente de dispersión hidrodinámica transversal [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>].

 $D_m$  = Coeficiente de difusión molecular en agua [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>].

 $\alpha_L$  = Dispersividad longitudinal [L].

 $\alpha_T$  = Dispersividad transversal [L].

v = Velocidad de poros en la dirección preferencial del flujo [LT<sup>-1</sup>].

 $\eta$  = Porosidad de la muestra de suelo.

El coeficiente de difusión molecular del trazador, en este caso el colorante alimenticio Blue Brilliant (BB), se obtuvo de la literatura y es igual a  $D_m = 2,8 \times 10^{-9} \text{ [m^2/s]}$  (Ghoreishi *et al.*, 2011). Este trazador se comporta como conservativo para el transporte en microesferas de vidrio (Zinn *et al.*, 2004).

Para determinar la dispersividad longitudinal se realizaron ensayos de columna (flujo unidimensional), para los cuales se ajustó el valor de  $\alpha_L$  a partir de soluciones teóricas. En el caso de la dispersividad transversal  $\alpha_T$ , actualmente no existe consenso en la comunidad científica para su determinación. En el caso de este trabajo  $\alpha_T$  se calibra en base a los resultados obtenidos del análisis de imágenes de las concentraciones en el montaje experimental.

Para poder realizar las pruebas de columna se diseñó un montaje experimental como el que se muestra en la Figura 5. El trazador se inyectó mediante el uso de una bomba peristáltica por la parte inferior de la columna de 28 [cm] de largo y 4,48 [cm] de diámetro. La misma bomba se conecta a la salida para asegurar que el caudal inyectado es el mismo que el que sale de la columna. Es importante tener en cuenta que la columna debe estar saturada antes de la inyección del trazador, lo cual se logra inyectando agua en la columna vacía y

llenando de partículas en pequeñas capas (1 [cm]), de tal forma de que el nivel de agua esté siempre sobre la capa de material. Una vez saturada la columna, se hace pasar el trazador. Se registró el tiempo desde la inyección y la concentración a la salida de la columna. La concentración de BB se midió en un espectrofotómetro (HACH DR5000), el cual fue previamente calibrado para tener una relación de absorbancia versus concentración de BB.



Figura 5: Esquema del montaje experimental del ensayo de dispersividad.

Conociendo la evolución temporal de la concentración de BB en el efluente de la columna (es decir la *breakthrough curve*, BC, *curva de elución en español*), se pudo analizar el valor de la dispersividad longitudinal de las microesferas de vidrio a utilizar.

Para analizar los resultados obtenidos se usó el programa STANMOD (Simunek *et al.*, 1999), desde el cual se pudo obtener el valor del coeficiente de dispersión hidrodinámica longitudinal y el valor de la velocidad de poros, insertando la BC medida. En base a estos valores y a la ecuación (2), calculamos el valor de la dispersividad longitudinal de las microesferas. La porosidad de las columnas fue de 0,36; la cual se obtuvo midiendo el volumen de agua necesario para saturar las muestras de suelo. El resultado obtenido se muestra en la Tabla 2:

•	abia 2. Dispersividad Dongitudina					
	<i>v</i> [cm/s]	$D_L [\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}]$	$\alpha_L$ [cm]	1		
	5,5 x 10 <sup>-3</sup>	7 x 10 <sup>-4</sup>	0,123			

Tabla	2: E	Dispersi	ividad	Longitudinal
-------	------	----------	--------	--------------

Como complemento se mostrará la curva teórica esperada del experimento de columna, versus los datos medidos. Para un problema de inyección continua, con condición inicial

C(x, 0) = 0 y condición de borde  $C(0, t) = C_0$  (primer tipo o Dirichlet), la evolución temporal de la concentración es (Ogata y Banks, 1961):

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left[ erfc\left(\frac{x-vt}{2\sqrt{D_L t}}\right) + \exp\left(\frac{vx}{D_L}\right) \cdot erfc\left(\frac{x+vt}{2\sqrt{D_L t}}\right) \right]$$
(4)

Graficando esta solución adimensionalizada, con los valores de los parámetros obtenidos en STANMOD; junto a las concentraciones medidas de BB se obtiene:



Figura 6: Concentraciones de BB medidas, versus solución analítica. El eje de las abscisas muestra el tiempo adimensional, igual al tiempo que le tomaría a un volumen de poros transitar por la columna.

#### Propiedades del trazador Blue Brilliant

Como trazador en el experimento se usó BB. Tal como se mencionó antes en este artículo, este trazador no presenta adsorción en interacción con microesferas de vidrio. Se cuenta con un espectrofotómetro (HACH DR 5000), el cual permite calibrar una curva de absorbancia de luz versus concentración de BB (Figura 7), la que permite tomar medidas controladas de las concentraciones a inyectar en el experimento. También se pueden tomar medidas integradas a la salida del tanque, para efectos de comparar a modelaciones numéricas. La curva de calibración mostró una relación fuertemente lineal entre la absorbancia y la concentración de BB, tal como lo enuncia la ley de Beer – Lambert (1852),

que sostiene que la absorbancia de luz es proporcional a la concentración de un compuesto y a la longitud que debe atravesar la luz incidente.



Figura 7: Relación absorbancia versus concentración de BB.

Otro aspecto importante fue definir a qué longitud de onda se tiene la mayor absorbancia, pues eso se utilizó para definir a qué longitud de onda se emitió la luz incidente para calibrar la relación entre absorbancia y concentración de BB. Para ello el espectrofotómetro tiene la opción de pasar un haz de luz en un rango de longitudes de onda y medir la absorbancia para una concentración dada. En el rango de concentraciones de 0 a 30 [mg/L], el peak de absorbancia se presenta en una longitud de onda de 629 [nm] (Figura 8), por ende la relación absorbancia versus concentración se calibró usando un haz de luz definido por esa longitud de onda.

Dado que el peak de absorbancia ocurre a 629 nm, utilizamos un filtro pasa banda en el lente de la cámara fotográfica, para así maximizar la absorción de luz. Un filtro de color rojo permite dejar pasar las longitudes de onda comprendidas en el rango de 600 a 700 nm. Por ejemplo si se hace pasar BB por el medio permeable, saturado con agua inicialmente, y se toma una serie temporal de fotografías para un pixel, se verá como varían las intensidades de los tres componentes del modelo de color RGB (Red – Green – Blue) hasta que el medio se sature de BB. El uso de un filtro rojo hace que la variación de concentración se refleje en una variación más importante del color rojo. Esto se aprecia en la Figura 9, donde se demuestra que el uso del filtro hace que los canales Green y Blue pierdan importancia. Esto es importante para el análisis de imágenes del experimento, pues



para poder caracterizar el campo de concentraciones de BB, sólo se utilizará la información del canal rojo de las fotografías.

Figura 8: Absorbancia versus longitud de onda, para diversas concentraciones.



experimento. A la izquierda se muestra sin uso de filtro y a la derecha con uso de filtro

## 3. PROBLEMA EN ESTUDIO Y RESULTADOS OBTENIDOS

### Solución teórica

El problema a estudiar en el experimento corresponde a la inyección en los dos puertos centrales del tanque, de un trazador conservativo, en un medio homogéneo (Figura 10). La solución teórica del problema de una fuente lineal, en régimen permanente es (Domenico & Palciauskas, 1982):

$$\frac{C(x,y)}{C_0} = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{y+\frac{Y}{2}}{2\sqrt{\frac{xD_T}{v}}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{y-\frac{Y}{2}}{2\sqrt{\frac{xD_T}{v}}}\right] \right\}$$
(5)

Donde:

- $D_T$  = Coeficiente de dispersión hidrodinámica transversal [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>].
- C =Concentración del trazador [ML<sup>-3</sup>].
- $C_0$  = Concentración del trazador en la fuente [ML<sup>-3</sup>].
- Y = Ancho de la fuente [L].
- y = Coordenada lateral [L].
- x =Coordenada longitudinal [L].
- v = Velocidad de poros [LT<sup>-1</sup>].



#### Análisis de imágenes

#### Calibración

Para lograr definir la concentración que posee cada pixel en una imagen, es necesario conocer cómo va variando la intensidad de luz de un pixel ante un cambio en la concentración del trazador. Una fotografía digital en formato RGB es una matriz que contiene la información de las intensidades de los tres canales de color (rojo, verde y azul). Como se explicó anteriormente, se trabajó solamente con el canal rojo, debido a las propiedades del trazador escogido. Se hicieron pasar diversas concentraciones por el tanque y se analizó como iba variando la intensidad del canal rojo en cada pixel de la fotografía. El área que se analiza del experimento es una sección de 3 [cm] x 14 [cm] (alto x ancho), en la que, dada la configuración experimental, 1 [cm] equivale a 121 pixeles, por lo que se analizó un total de 614.922 pixeles. Para reducir ruido en las imágenes, la intensidad de luz en cada pixel se promedia en una ventana móvil de 15 x 15 pixeles.

La ley de Beer-Lambert plantea que la absorción de luz es proporcional a la concentración de trazador presente en una muestra de agua. Si bien es cierto que esta ley no es válida para medios permeables, se utiliza como inspiración para poder definir una relación entre concentración y absorción de luz. La absorción (*A*) se define como:

$$A = \ln\left(\frac{I_0}{I}\right) \tag{6}$$

Donde  $I_0$  es la intensidad de la luz a la entrada de la muestra de trazador e I es la intensidad a la salida de la muestra. Por ende se grafica para el área de estudio la concentración C versus ln  $\left(\frac{I_0}{I}\right)$ , lo cual se muestra en la Figura 11. Se usaron 8 concentraciones distintas para poder hacer la calibración, C = [0; 0.43; 0.95; 5.04; 10.13; 15.49; 20.42; 25.97] [mg/L].

Si la ley de Beer-Lambert fuera correcta para un medio poroso no se deberían ver los quiebres que se aprecian en la Figura 11. Se decidió hacer una relación lineal por tramos para cada pixel, calculando la pendiente entre cada tramo de concentraciones. Dicha calibración matemáticamente se expresa como:

$$C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)\right) = C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I^i}\right)\right) + \frac{\left(C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I^{i+1}}\right)\right) - C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I^i}\right)\right)\right)}{\left(\ln\left(\frac{I_0}{I^{i+1}}\right) - \ln\left(\frac{I_0}{I^i}\right)\right)} \left(\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) - \ln\left(\frac{I_0}{I^i}\right)\right)$$
(7)

donde:

 $I_0$  = Intensidad de luz en el estado de C = 0, para cada pixel.  $C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)\right)$  = Concentración para la variable  $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$ , para cada pixel.  $C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I^i}\right)\right) = \text{Concentración para la variable } \ln\left(\frac{I_0}{I^i}\right)$  (extremo inferior del intervalo donde se encuentra  $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$ ) para cada pixel, la cual es conocida.  $C\left(\ln\left(\frac{I_0}{I^{i+1}}\right)\right) = \text{Concentración para la variable } \ln\left(\frac{I_0}{I^{i+1}}\right)$  (extremo superior del intervalo donde se encuentra  $\ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$ ) para cada pixel, la cual es conocida.



Figura 11: Relación concentración versus absorción para 614.922 pixeles (área de estudio).

Cálculo de las concentraciones en el área de estudio, en base a la calibración realizada

Conociendo la relación *C* versus  $\ln \left(\frac{I_0}{I}\right)$ , para cada pixel, se hizo pasar trazador a través de los dos puertos centrales y se tomó una fotografía del estado permanente. Dicha fotografía se analizó de acuerdo a la ecuación (7), de tal modo que se pudo calcular la concentración en cada pixel (Figura 12, inferior). También se calculó la solución teórica para la zona analizada (Figura 12, superior). El único parámetro desconocido en la ecuación (5) es el coeficiente de dispersión transversal, pues el ancho de la fuente es conocido (4 [cm], cada puerto cubre 2 [cm]) y la velocidad de poros se obtiene dado que el caudal es conocido y la sección también. Se obtuvo  $v = 2,98 \times 10^{-4}$  [m/s]. Para obtener el coeficiente de dispersión transversal de las imágenes a la solución teórica, obteniendo una dispersividad transversal de  $\alpha_T = 0,12\alpha_L$ .



Figura 12: Solución teórica (arriba) y resultado obtenido en base al análisis de imágenes (abajo). La barra de color muestra las concentraciones normalizadas.

En la Figura 12 se aprecia que el resultado experimental se asemeja bastante al resultado teórico con la excepción de algunos píxeles. Es importante entender que la solución teórica asume un campo de conductividades hidráulicas totalmente homogéneo, lo cual no es completamente cierto en el caso experimental, pues hay zonas en el medio permeable que tienen distinta compactación y, por ende, distinta conductividad hidráulica. Esto puede explicar en parte las diferencias entre las distribuciones de concentración calculadas a partir de las fotografías. Actualmente realizamos experimentos adicionales para obtener mayor información que permita un análisis cuantitativo de la similitud entre ambas distribuciones de concentración.

## 4. REFERENCIAS

Domenico, P. A., & Palciauskas, V. V. (1982). Alternative boundaries in solid waste management. Groundwater, 20(3), 303-311.

Ghoreishi, S. M., Behpour, M., & Golestaneh, M. (2011). Simultaneous voltammetric determination of brilliant blue and tartrazine in real samples at the surface of a multi-walled carbon nanotube paste electrode. Analytical methods, 3(12), 2842-2847.

Ogata, A., & Banks, R. B. (1961). A solution of the differential equation of longitudinal dispersion in porous media: fluid movement in earth materials. US Government Printing Office.

Sánchez, I., López Chacón, L. & Capilla Romá, J. E. 2008. Investigación del Flujo y Transporte Mediante Experimentación a Escala Intermedia. Ingeniería del Agua, 15(3), 147-162.

Simunek, J., Van Genuchten, M. T., Sejna, M., Toride, N., & Leij, F. J. (1999). The STANMOD computer software for evaluating solute transport in porous media using analytical solutions of convection–dispersion equation. Versions 1.0 and 2.0. International Ground Water Modeling Center.

Zinn, B., Meigs, L. C., Harvey, C. F., Haggerty, R., Peplinski, W. J., & von Schwerin, C. F. (2004). Experimental visualization of solute transport and mass transfer processes in twodimensional conductivity fields with connected regions of high conductivity. Environmental science & technology, 38(14), 3916-3926.