

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**  
**XXII CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**PROPAGACIÓN NUMÉRICA DE TSUNAMIS UTILIZANDO VOLÚMENES FINITOS  
EN MALLAS TRIANGULARES ADAPTADAS A LA BATIMETRÍA**

**SEBASTIÁN FLORES B.** <sup>1</sup>  
**FRANCISCO DURÁN O.** <sup>2</sup>  
**DANILO KUSANOVIC M.** <sup>3</sup>  
**PATRICIO CATALÁN M.** <sup>4 5 6</sup>

**RESUMEN**

Se presenta un nuevo software de simulación de las ecuaciones de aguas someras, que incluye módulos de pre y post-procesamiento. La característica principal del software es la utilización de mallas triangulares no regulares, lo que permite tener una resolución fina en toda la costa de Chile con un número de elementos comparativamente bajo. En la propagación, es posible capturar diversos tipos de datos de salida, tales como series de tiempo en lugares puntuales, y cálculo de alturas máximas, tiempos de arribo, inundación y perfiles espaciales (de ola), además de ser posible guardar las alturas en todo el dominio para generar animaciones. Se ilustra la utilización del software para el estudio de tsunamis, utilizando como caso de estudio el reciente tsunami de Iquique, y se compara la solución obtenida con una solución equivalente obtenida con modelos estándar (e.g. COMCOT) y datos reales de mareógrafos. Se obtiene un buen acuerdo de los datos en las horas iniciales, pero se observan efectos de dispersión y disipación numérica en las horas posteriores.

---

<sup>1</sup>Académico de Jornada Parcial, Departamento de Matemática, Universidad Santa María - sebastian.flores@usm.cl

<sup>2</sup>Alumno de Ingeniería Civil Informática, Departamento de Informática, Universidad Santa María - francisco.duran@usm.cl

<sup>3</sup>Alumno de postgrado, California Institute of Technology - dkusanov@caltech.edu

<sup>4</sup>Profesor Auxiliar, Depto. de Obras Civiles, Universidad Santa María - patricio.catalan@usm.cl

<sup>5</sup>Investigador Asociado, CIGIDEN - patricio.catalan@usm.cl

<sup>6</sup>Investigador Asociado, Centro Científico Tecnológico de Valparaíso, CCTVal - patricio.catalan@usm.cl

## 1. INTRODUCCIÓN

Los más de 4000 kilómetros de costa de Chile presentan múltiples desafíos para la simulación de tsunamis. En primer lugar, la gran extensión requiere de un gran número de elementos, o bien, una discretización gruesa. Por otra parte, la geografía chilena es altamente variable, con pendientes fuertes y cambios significativos de profundidad en distancias relativamente pequeñas. Además, la existencia de un sinnúmero de islas, bahías, cañones costeros y otros elementos morfológicos requiere una discretización fina para su adecuada resolución.

Este problema se ha resuelto tradicionalmente con el uso de mallas equiespaciadas (rectangulares) de distintas resoluciones, las cuales se anidan telescópicamente para obtener una resolución mayor en cada submalla. Este es el procedimiento estándar en modelos específicos de tsunamis tales como COMCOT (Wang, 2009) y NEOWAVE (Yamazaki, 2008), entre otros. Esto presenta ciertas desventajas, como resolución innecesaria en algunos puntos sin interés, dificultades de alineación entre las mallas y la imposibilidad de mallar de manera fina toda la costa, lo cual se traduce en aplicar mallas refinadas únicamente a algunas localidades de interés. Modelos que utilizan mallas adaptativas como GEOCLAW (LeVeque, 2011), por otra parte, no permiten definir de antemano el número de elementos y presentan dificultades para una paralelización completa en espacio.

La utilización de mallas triangulares no regulares tiene el potencial para ser una solución ideal para la representación de la geografía de Chile, puesto que permite imponer la fineza del mallado únicamente en las zonas de interés. Lamentablemente, no existen actualmente paquetes de software libre disponibles que permitan resolver las ecuaciones de aguas someras (Shallow Water Equations) en mallas triangulares para obtener la simulación de tsunamis en la costa chilena. Puesto que la cantidad de celdas triangulares que constituyen la malla puede ser potencialmente elevada, resulta además necesario que el algoritmo de propagación pueda ser paralelizado para acelerar los cálculos y permita obtener resultados dentro un tiempo de simulación razonable.

Producto de las consideraciones anteriores, se han desarrollado 3 implementaciones numéricas, que son descritas en el presente documento. El módulo de preprocesamiento, QUESTION, permite generar de manera sencilla casos de benchmark de la literatura, generar mallas triangulares no regulares y adaptadas a la batimetría, y modificar las condiciones iniciales de un escenario. El módulo de procesamiento, ANSWER, permite realizar la simulación propagando los volúmenes de agua mediante una discretización de las ecuaciones de aguas someras en mallas triangulares no regulares. Finalmente, el módulo de postprocesamiento, SWEET, entrega estadísticas sobre las mallas generadas, además de permitir visualizar tanto las mallas, la batimetría, las condiciones iniciales, y los resultados de la simulación.

En este documento se presentan estos modelos, y se ofrece un ejemplo de cálculo, resaltando las

ventajas y dificultades que ofrece su utilización.

## 2. MÓDULOS DE PRE-PROCESAMIENTO, PROCESAMIENTO Y POST-PROCESAMIENTO

Los módulos QUESTION, ANSWER y SWEET, descritos en esta sección, funcionan de manera completamente independiente y se comunican únicamente a través de archivos. Para ello, ha sido necesario definir un formato estándar, denominado QAS, que es descrito en detalle en un archivo README dentro de cada escenario generado por QUESTION.

### Pre-procesamiento: QUESTION

Todo software de propagación de volúmenes de agua orientado al modelado de tsunamis debe cumplir una serie de conocida de benchmarks, que han sido apropiadamente recopilados en un artículo de elaborado por National Oceanic and Atmospheric Administration (Synolakis, 2007). Si bien los benchmarks son conocidos y bien documentados, los valores numéricos específicos de las mallas, las condiciones iniciales y los resultados de las series de tiempo no se encuentran disponibles, por lo que cada software debe implementar los benchmarks y verificar su funcionamiento en ellos. Esto constituye una gran ineficiencia, puesto que errores pueden ser involuntariamente cometidos y resultan difícilmente detectables, y existe una duplicación constante de trabajo. QUESTION, acrónimo de Quick User Engine of Systemic Test Instances and Operational Nexus, fue creado con la intención de ser una implementación open source de los benchmarks requeridos para un software de tsunami. Si bien QUESTION genera los benchmarks en el formato QAS, el código fuente de QUESTION es libre, abierto y documentado, para que terceros puedan implementar una extensión y guardar en un nuevo formato requerido. QUESTION ha sido desarrollado en *python* con las librerías numéricas *numpy* y *scipy*, y se encuentra disponible bajo licencia GPL.

Producto de las necesidades específicas del solver ANSWER, el software ha sido además equipado con un algoritmo de generación de mallas triangulares no-estructuradas, que funciona de manera similar a la librería DistMesh (Persson, 2004; Persson y Strang, 2004). Ello permite que QUESTION genere mallas triangulares que son especialmente adaptadas a la batimetría, obteniéndose una malla cuyo paso temporal ha sido optimizado para la ejecución en el solver ANSWER.

QUESTION ha sido diseñado para ser utilizado por línea de comandos y requiere una cantidad minimalista de datos de entrada por parte del usuario. Como ejemplo, demostraremos la utilización de QUESTION para crear el escenario de solución analítica del benchmark Run Up Of Solitary Wave Over A Sloping Beach, descrito en detalle en la publicación del NOAA (Synolakis, 2007) anteriormente mencionada. Para obtener los archivos asociados a este benchmark, utilizando las condiciones de borde por defecto y en una carpeta a llamarse `mi_test`, debería ejecutarse:

```
question.py --benchmark 8 --to mi_test
```

El número 8 corresponde al índice que tiene el benchmark Run Up Of Solitary Wave Over A

Sloping Beach en el conjunto ya implementado de escenarios. Puede obtenerse una lista completa de todos los benchmarks implementados, y la ayuda general de utilización, mediante el comando:

```
question.py --help benchmark
```

Para generar el mismo escenario, con un número aproximado de 500 elementos, y condiciones de borde reflectantes (*wall*), en una carpeta `mi_test_2`, deberíamos ahora utilizar:

```
question.py --benchmark 8 --NElems 500 --BC wall --to mi_test_2
```

Como ya ha sido mencionado, QUESTION almacena los resultados en un formato específico que fue denominado QAS, y que permite la interoperabilidad entre QUESTION, ANSWER y SWEET. Los benchmarks pueden ser creados en mallas equiespaciadas, por lo que la extensión a otros formatos resultaría sencillo y podría ser de interés para el estudio, verificación y validación de otros softwares de propagación de tsunamis.

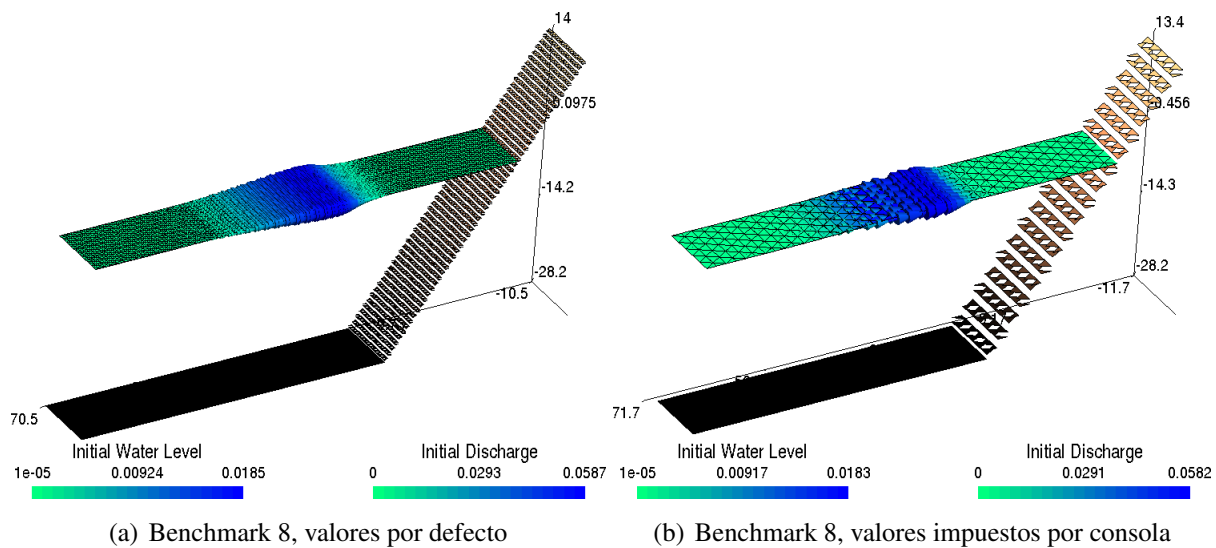


Figura 1: Condiciones iniciales obtenidas para benchmark 8.

El archivo de configuración base de la simulación, `Output/ExecutionParameters.txt`, es fácilmente editable, por lo que la elección de los parámetros de la simulación y los archivos de salida puede modificarse fácilmente por el usuario.

### Procesamiento: ANSWER

El módulo de procesamiento ha sido denominado ANSWER, acrónimo de A Numerical Shallow Water Equation Resolution. ANSWER emplea un algoritmo muy eficiente de volúmenes finitos para obtener la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras (Shallow Water Equations, SWE), en su versión no lineal. El esquema numérico subyacente a ANSWER ha sido desarrollado por Bryson, Levy y Kurganov (Bryson y Levy, 2005; Bryson et al, 2011), entre otros autores, y permite garantizar el cumplimiento de dos condiciones esenciales para la resolución numérica de las SWE: condición de reposo (*lake at rest condition*) y la positividad del nivel de agua. Tiene como características principales ser un esquema explícito de volúmenes finitos en mallas triangulares no

estructuradas, con paso temporal variable.

Las principales ventajas del esquema utilizado son:

- (a) El método de central-upwind method puede aplicarse en mallas triangulares.
- (b) Tiene mayor precisión en la estimación de corrientes cerca a la costa, producto de las ventajas del mallado no regular.
- (c) Permite evitar problemas de inestabilidad de grillas anidadas.
- (e) Permite propagación e inundación, de manera simultánea, utilizando una única malla.
- (f) Permite representar batimetrías complejas e incluso discontinuas.

Las principales desventajas del esquema utilizado son:

- (a) La solución es calculada únicamente en el centroide de cada celda.
- (b) La evaluación de la función de flujo debe realizarse para cada celda, en cada uno de sus lados.
- (c) Requiere una definición semiformal de cada elemento, de manera similar a lo que se realiza en elementos finitos, como se ilustra en la figura 2.

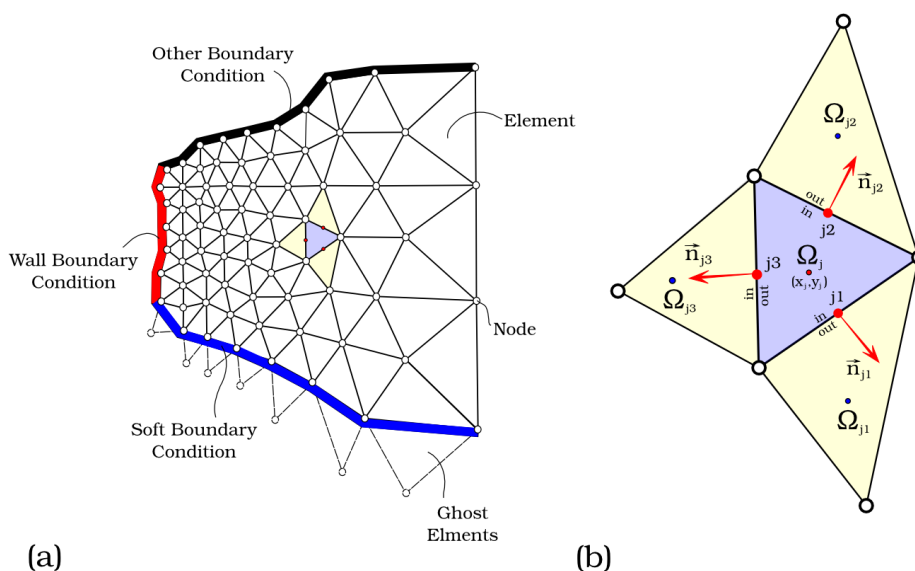


Figura 2: (a) Malla de volúmenes finitos, (b) volumen de control y variables asociadas.

Los pasos realizados por el algoritmo son ilustrados en la figura 3. Las condiciones iniciales se generan discretizando las variables a conservar (altura de columna de agua y descargas o flujos en direcciones  $x$  e  $y$ ) y verificando nivel de agua no negativo (pasos (a), (b) y (c) de la figura 3).

ANSWER repite en bucle la reconstrucción bien balanceada, el cálculo de función de flujo, la actualización de las variables, y la reconstrucción preservando positividad (pasos (d), (e), (f) y (c) de la figura 3) durante cada iteración hasta alcanzar el tiempo deseado de simulación.

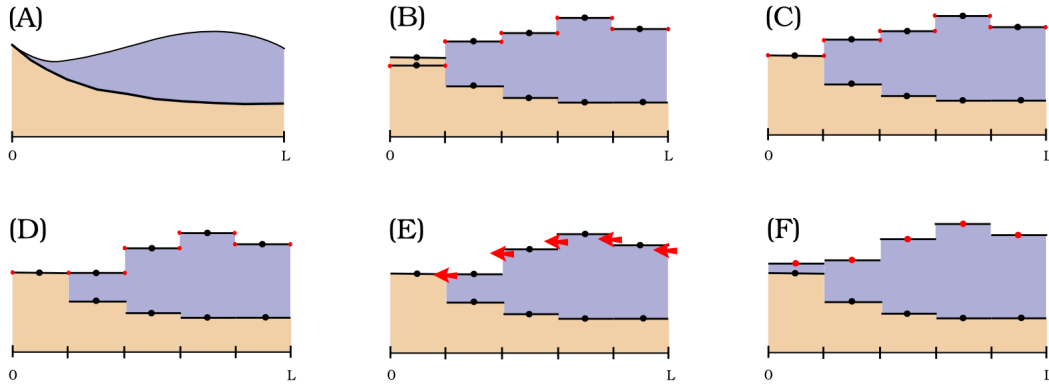


Figura 3: Método de primer orden, semi-discreto, de tipo central-upwind, utilizando en ANSWER. (a) Variables continuas conservadas, (b) Reconstrucción constante por elemento, (c) Reconstrucción preservando la positividad, (d) Reconstrucción bien balanceada, (e) Cálculo de funciones de flujo, (f) Actualización de variables conservadas.

### Post-procesamiento: SWEET

El post-procesamiento de los datos se realiza utilizando el módulo SWEET, acrónimo de Shallow Water Equation Eye Treat. El programa SWEET fue desarrollado en *python* con las librerías *numpy*, *scipy* y *matplotlib*, y se encuentra disponible bajo licencia GPL.

La filosofía tras SWEET ha sido delegar la visualización en softwares especializados. La visualización de datos bidimensionales simples, como series de tiempo o perfiles espaciales, se realiza generando las imágenes respectivas y exportándolas en formato pdf o png. La visualización de datos bidimensionales complejos, como las condiciones iniciales o mapas de inundación, o animación temporal de datos bidimensionales, como la superficie del agua y las descargas de agua, se realizan exportando los datos a un formato específico para ser visualizado con el software *gms* (Geuzaine, 2009), también de licencia GPL. En la figura 4 se muestra la consola de GMSH que se obtiene al visualizar las condiciones iniciales de un escenario.

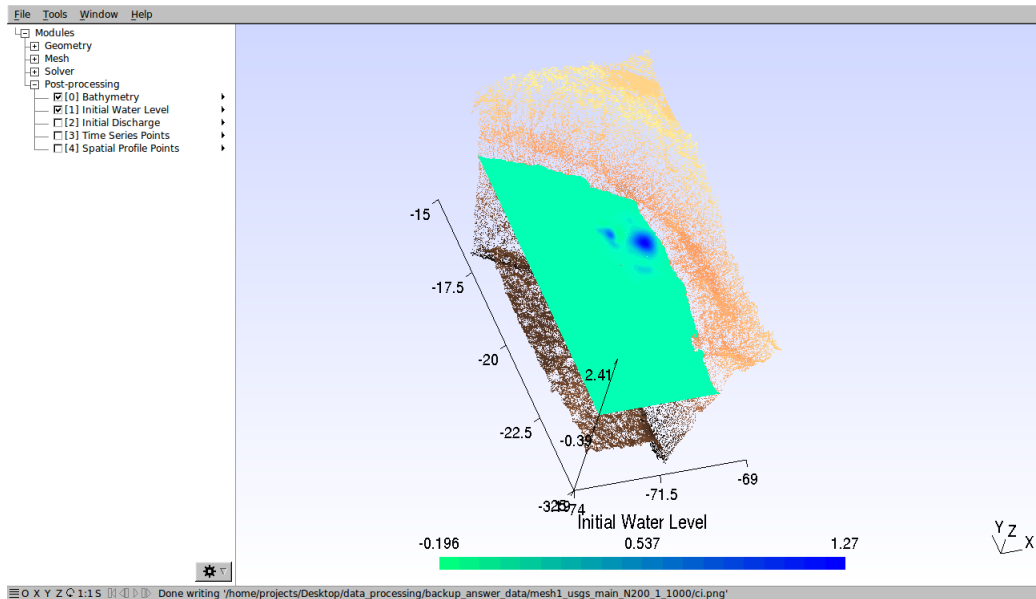


Figura 4: Visualización de las condiciones iniciales, utilizando GMSH.

SWEET permite actualmente:

- Mostrar en el terminal de comandos un resumen de las estadísticas de la malla: calidad de triángulos y paso temporal estimado.
- Visualizar, mediante gmsh, las estadísticas de la malla asociada a un escenario, elemento a elemento.
- Visualizar, mediante gmsh, las condiciones iniciales de un escenario.
- Visualizar, mediante gmsh, los mapas de inundación, alturas máximas y tiempos de arribo.
- Visualizar, mediante gmsh, la solución de la propagación en todo el dominio, para ciertos instantes.
- Generar imágenes en png o pdf para las series temporales (time series) y perfiles espaciales (spatial profiles).

### 3. DISEÑO DE LA SIMULACIÓN

El énfasis del presente documento no es la validación de los módulos QUESTION, ANSWER y SWEET, puesto que ello requeriría una extensa discusión de las implementaciones realizadas en cada módulo, y la presentación de los resultados obtenidos para los numerosos benchmarks presentes en la literatura. Se ha buscado explícitamente entregar una visión general del funcionamiento de cada módulo y de las facilidades que entrega su utilización como conjunto. Se realizará la aplicación de QUESTION, ANSWER y SWEET a un caso real, para lo cual se ha seleccionado el tsunami de Iquique del 1 de abril del 2014 (Catalán et al, 2015). Adicionalmente, se comparan los

resultados con aquellos obtenidos a partir de COMCOT, un modelo de uso frecuente en el país para el modelado de tsunamis.

En particular, se estudiarán los registros correspondientes a los mareógrafos de Iquique y Mejillones, para lo cual se capturarán los resultados en las boyas correspondiente a Iquique (longitud  $-70.14783$  grados y latitud  $-20.204578$  grados) y Mejillones (longitud  $-70.45083$  grados y latitud  $-23.09750$  grados). El sismo se modela tomando como superficie inicial la deformación estimada a posteriori para el sismo por el United States Geological Survey (Hayes et al, 2014). Se puede observar que con esto se introduce una deformación inicial del océano no uniforme. La batimetría y las condiciones iniciales utilizadas se ilustran en la figuras 5.

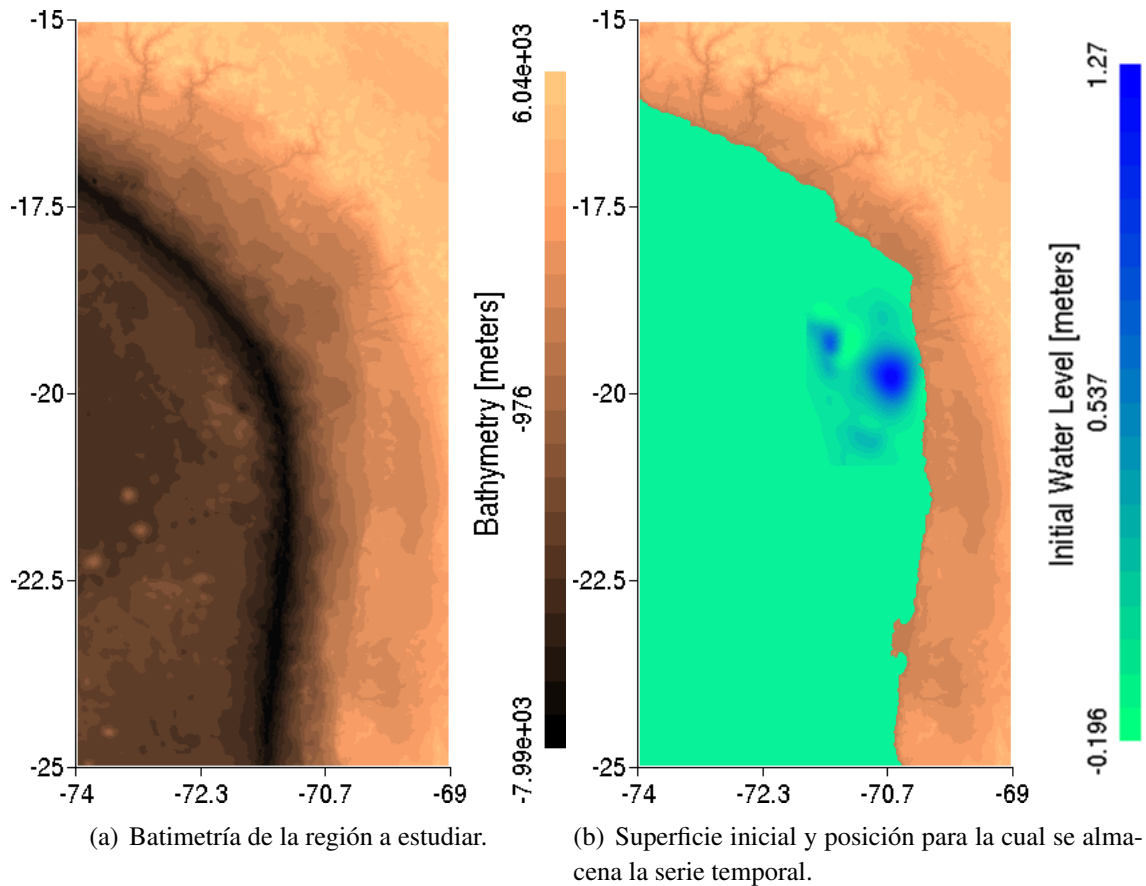


Figura 5: Batimetría y deformación inicial para la simulación.

### Malla para COMCOT

La malla utilizada en COMCOT es una grilla regular, con un espaciamiento de 30 segundos de arco, correspondiente a aproximadamente 920 metros, tanto para la longitud como para la latitud. El dominio se encuentra definido entre las longitudes  $-74$  y  $-69$  grados, con una discretización en 600 puntos, mientras que la latitud se encuentra en el rango  $-25$  y  $-15$  grados, discretizada en 1200 puntos. Se tienen por tanto una malla rectangular equiespaciada con 720,000 valores de



batimetría.

## **Malla para ANSWER**

Utilizando la malla para COMCOT como base, es posible generar una malla para ANSWER en 2 etapas:

(1) Conversión de formato, realizada de manera simple mediante la ejecución del comando respectivo. Esto permite a usuarios de COMCOT convertir fácilmente sus modelos previos hacia ANSWER:

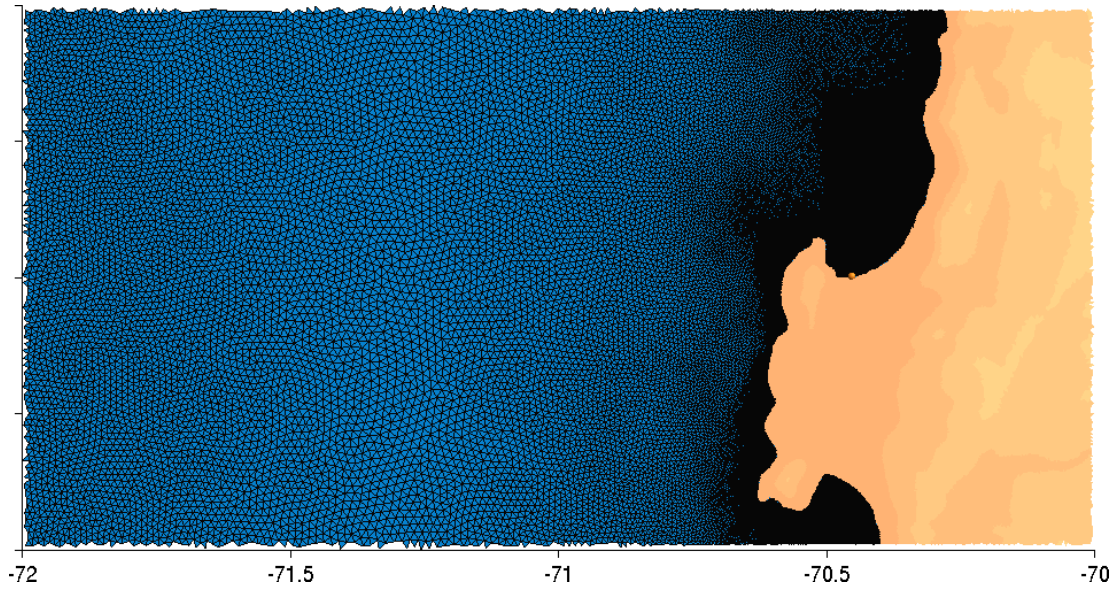
```
question.py --from_comcot comcot_iquique --to gas_iquique
```

(2) Adaptar la malla, imponiendo las características deseadas. Para ello se genera una malla triangular a partir de datos en coordenadas geográficas:

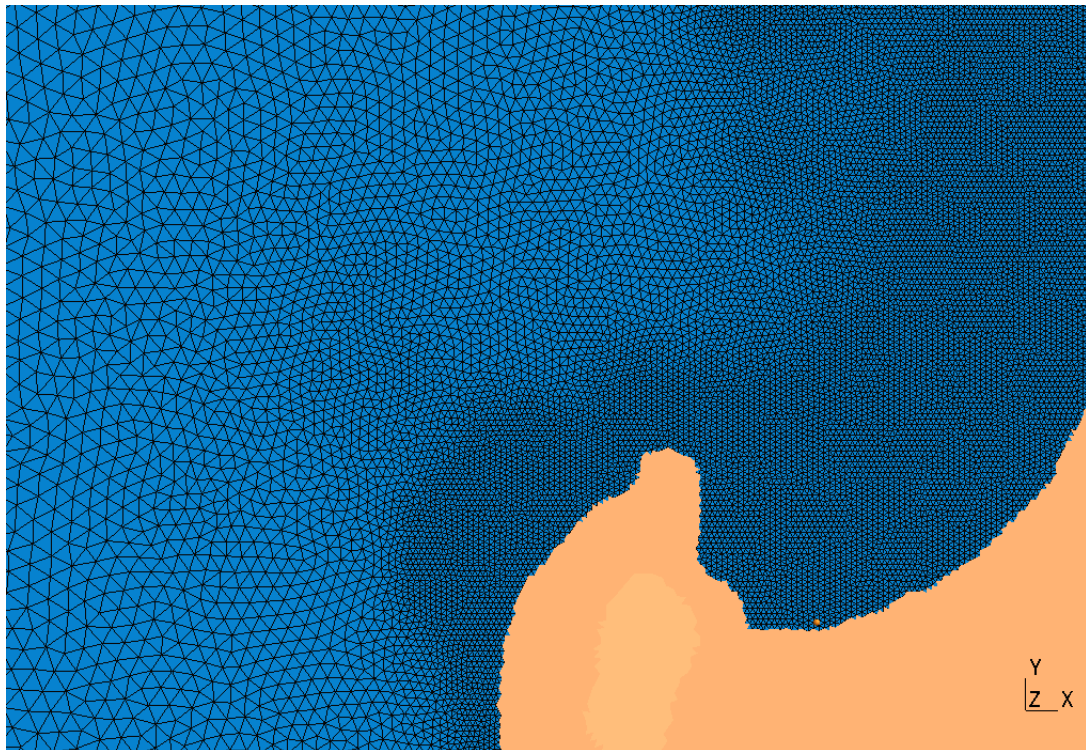
```
question.py --from gas_iquique --adapt 1000 1.0 250  
--to gas_adapted_iquique
```

En nuestro caso, hemos impuesto un número máximo de 1,000 iteraciones al método especialmente adaptado de DistMesh, con aristas mínimas de 250 metros y un paso temporal deseado de 1.0 segundos, correspondiente a una arista máxima de aproximadamente 1000 metros, obtenida en las zonas de mayor profundidad. La malla obtenida tiene 918,489 nodos y 1,816,682 celdas triangulares. Puesto que el número de iteraciones no fue suficientemente alto, el paso temporal inicial asociado a la malla es de aproximadamente 0.11 segundos en lugar de 1.0 segundos como se deseaba.

El mallado generado por QUESTION se muestra para la zona cercana a Mejillones en la figura 6, tanto en una vista general como un acercamiento a la boya en estudio. La fineza y transición del mallado en la zona cercana a Iquique es similar y no se incluye por razones de espacio. En la figura 6 es posible apreciar en detalle la transición del tamaño de las celdas obtenidas mediante el mallado triangular no regular, permitiendo una excelente reconstrucción de la línea de costa.



(a) Vista general



(b) Acercamiento

Figura 6: Malla triangular no regular en la zona cercana a Mejillones.

#### 4. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

La ejecución en ANSWER requiere 2 pasos:

(1) Selección del motor de cálculo (CPU o GPU), si no ha sido realizado previamente:

```
answer.py --set_engine gpu
```

(2) Ejecución de ANSWER:

```
answer.py gas_adapted_iquique
```

Los resultados obtenidos por COMCOT y ANSWER, así como los datos registrados por el mareógrafo ubicados en Iquique y Mejillones, se muestran en las figuras 7 y 8, respectivamente. En las figuras se aprecia que la solución en ANSWER captura de buena manera las alturas y fases durante las primeras horas, aunque es posible observar disipación y disipación numérica en los horas posteriores. Dicha situación era esperable debido a la reconstrucción constante por elemento tanto de la batimetría como de la superficie del agua. Los resultados obtenidos en COMCOT, si bien cuentan con menor disipación numérica, presentan un grado de acuerdo similar con el mareógrafo, situación que ya había sido observador y reportado para estas localidades (Catalán et al, 2015) utilizando NEOWAVE.

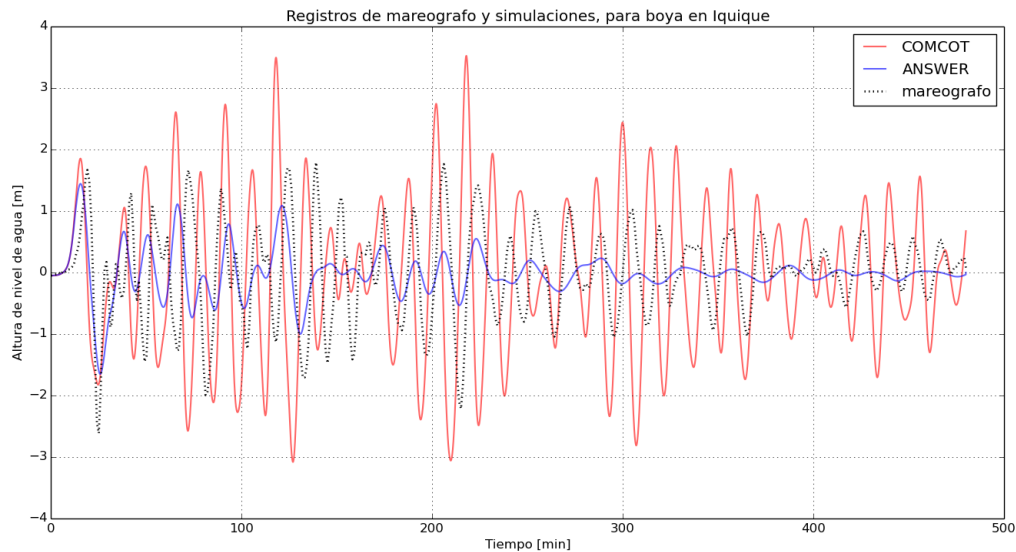


Figura 7: Resultados obtenidos por ANSWER y COMCOT, y valores medidos por mareógrafo, para boyas en Iquique.

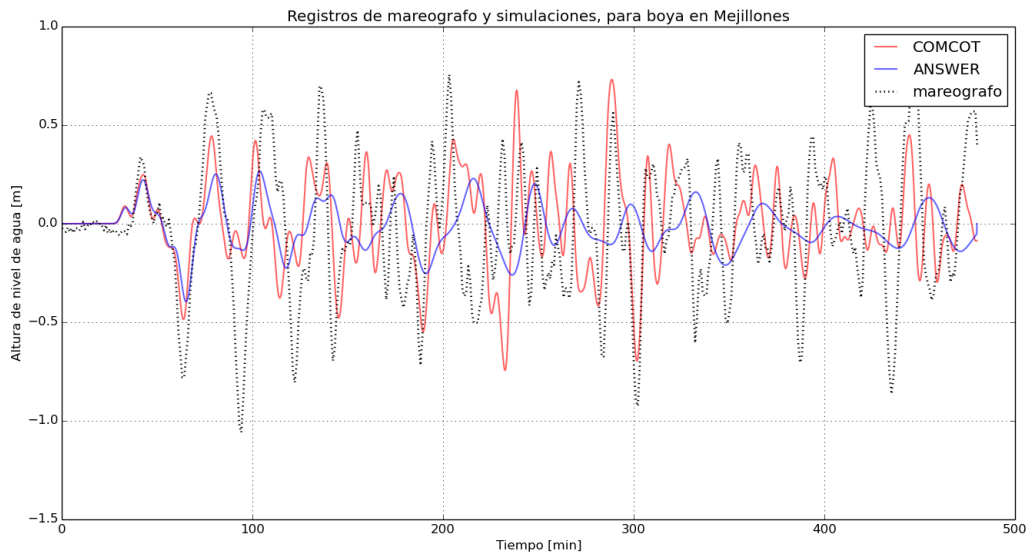


Figura 8: Resultados obtenidos por ANSWER y COMCOT, y valores medidos por mareógrafo, para boya en Mejillones.

## 5. CONCLUSIÓN Y TRABAJOS FUTUROS

El presente trabajo tiene por objetivo introducir un modelo de propagación e inundación de tsunamis diseñado considerando los desafíos que presenta la configuración geográfica nacional, con el objeto de reducir los tiempos de cómputo sin sacrificar en demasía la resolución. Un factor importante a considerar en esto es la naturaleza de la batimetría utilizada. El mallado triangular no regular permite incluir celdas de menor tamaño sin elevar de manera excesiva el número total de celdas puesto que el tamaño de las celdas mar adentro se mantiene constante. Ello permite que el mallado generado por QUESTION y utilizado por ANSWER sea fidedigno. Al contrario, para mejorar la resolución en COMCOT resulta necesario aumentar la resolución en todo el dominio o anidar de manera correcta mallas en lugares específicos; en ambos casos, aumentando de manera considerable el número de nodos de la malla.

Un segundo factor de peso es el tiempo de ejecución. ANSWER ha sido implementado para ser utilizado ya sea en ambientes CPU o GPU. Esta última permite obtener tiempos de ejecución considerablemente menores, puesto que es posible la paralelización completa del bucle espacial. Una comparación directa de los tiempos de ejecución entre COMCOT en ANSWER no es posible, puesto que las mallas y algoritmos son distintos. Más aún, COMCOT se ejecuta en CPU mientras que ANSWER realiza los cálculos en la tarjeta gráfica, por lo que los tiempos de ejecución pueden cambiar entre distintas unidades de procesamiento y tarjetas gráficas. En nuestro modelo, COMCOT tardó aproximadamente 4 horas, mientras que ANSWER cerca de 30 minutos.

Las ventajas presentadas por QUESTION y ANSWER no son gratuitas. La implementación de un

buen algoritmo de mallado dista de ser trivial, y el tiempo requerido para el algoritmo puede llegar a tomar días por el gran número de iteraciones requerido para obtener una buena malla. Sin embargo, una vez que la malla y batimetría han sido obtenidas es posible reutilizarlas de manera recurrente, cambiando simplemente las condiciones iniciales sin requerir tiempo adicional significativo. En nuestro caso, los resultados de la simulación mejorarán generando la malla para ANSWER a partir de una malla con mejor resolución en la costa y no a partir de la malla de COMCOT considerada. Más aún, un mayor número de iteraciones permitirían obtener un paso temporal mayor, disminuyendo el número requeridos de pasos en el bucle temporal y obteniéndose la simulación en un tiempo considerablemente menor.

Los trabajos futuros que se plantean son los siguientes:

Para QUESTION, resulta necesario mejorar y acelerar el proceso de adaptación de mallas, e incorporar la definición de otros formatos, incluyendo la posibilidad de reconstrucción bilineal.

En ANSWER, resulta necesario estudiar y mejorar los efectos de dispersión y disipación numérica. Se considera también natural extender la implementación actual a reconstrucción lineal, manteniendo las condiciones de positividad y estabilidad numérica en condiciones de reposo.

Por último, en SWEET es importante resolver los desafíos de visualización de mallas grandes, puesto que la utilización de *gmsh* para mallas de más de un millón de nodos presenta algunos inconvenientes.

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores agradecen el financiamiento otorgado por el FONDEF d11i1119, que ha permitido el desarrollo de los módulos de software descritos.

## **REFERENCIAS**

1. S. Bryson and D. Levy, Balanced Central Schemes for the Shallow Water Equations on Unstructured Grids, SIAM Journal on Scientific Computing, 2005, Vol 27, 532-552, doi:10.1137/040605539.
2. S. Bryson, Y. Epshteyn, A. Kurganov and G. Petrova, Well-balanced positivity preserving central-upwind scheme on triangular grids for the Saint-Venant system, ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 05/2011, Vol 45, 432-446, doi:10.1051/m2an/2010060.
3. P. A. Catalán, R. Aránguiz, G. González, T. Tomita, R. Cienfuegos, J. González, M. N. Shrivastava, K. Kumagai, C. Mokrani, P. Cortés, Pablo and A. Gubler, The 1 April 2014 Pi-

- sagua tsunami: Observations and modeling, *Geophysical Research Letters*, 2015, Vol 42, doi:10.1002/2015GL063333.
4. C. Geuzaine, and J. F. Remacle, Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, Vol 79, 1309–1331.
  5. G. Hayes, M. W. Herman, W. D. Barnhart, K. P. Furlong, S. Riquelme, H. M. Benz, E. Bergman, S. Barrientos, P. Earle, S. Samsonov, Continuing megathrust earthquake potential in Chile after the 2014 Iquique earthquake, *Nature*, 08/2014, Vol 512, 295-298, doi:10.1038/nature13677.
  6. M. J. Berger, D. L. George, R. J. LeVeque, K. Mandli, The GeoClaw software for depth-averaged flows with adaptive refinement, *Advances in Water Resources*, Vol 34, 09/2011, 1195–1206.
  7. P. O. Persson, Ph.D. thesis, Department of Mathematics, MIT, 2004.
  8. P.O. Persson and G. Strang, A simple mesh generator in MatLab, *SIAM Review*, 06/2004, 329/345, doi:10.1016/j.coastaleng.2011.05.015
  9. Synolakis, C.E., E.N. Bernard, V.V. Titov, U. Kânoğlu, and F.I. González (2007), Standards, criteria, and procedures for NOAA evaluation of tsunami numerical models. NOAA Tech. Memo. OAR PMEL-135, NOAA/Pacific Marine Environmental Laboratory, Seattle, WA, 55 pp, 05/2007.
  10. Y. Yamazaki, Z. Kowalik, and K. Cheung, Depth-integrated non-hydrostatic model for wave breaking and run-up, *International Journal for Numerical methods in fluids*, Vol 61, 2008, 473-497.
  11. X. Wang, COMCOT User's Manual v 1.7, publicación electrónica, 2009.