

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

XX CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA

**SOLUCIÓN A LAS ECUACIONES DE SAINT-VENANT 2DH MEDIANTE
VOLÚMENES FINITOS RECTANGULARES**

**M. IGNACIO SABAT A.¹
OSCAR LINK L.²**

RESUMEN

Se presenta una extensión al modelo JAZZ 2DH para el cálculo de las ecuaciones de Saint-Venant con los términos forzantes que representan la fricción y el fondo, y que gobiernan la hidrodinámica de aguas someras. La discretización de los términos fuente se realizó mediante un esquema centrado, combinando los esquemas de Roe y Q de van Leer. Se evaluó la calidad del modelo numérico mediante la comparación de resultados numéricos con resultados analíticos disponibles para varias situaciones de flujo idealizadas. Los resultados obtenidos validan el modelo implementado como una herramienta precisa para cuantificar escurrimientos someros. Se realiza una aplicación al análisis del flujo que causaría el rompimiento simultáneo de tres presas proyectadas en un cerro de la Cordillera de la Costa.

¹Tesista Magister en Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Concepción - mail: manusabat@udec.cl

²Profesor Asociado, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Concepción – mail: olink@udec.cl

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de esquemas de shock en el método de los volúmenes finitos ha permitido, en la última década, solucionar con buena precisión las ecuaciones gobernantes del escurrimiento de aguas someras en situaciones altamente variables, tanto espacial como temporal. Entre los esquemas de discretización propuestos, se cuenta el propuesto por Bermúdez (1998) basado en la condición tipo upwind. Donoso (2007) desarrolló el modelo Jazz1D para el cálculo del flujo unidimensional, utilizando el esquema de Bermúdez (1998). Ibacache (2009) extendió la formulación de Donoso (2007) para el cálculo del flujo somero sin términos fuente. El presente trabajo es una continuación de los anteriores y muestra la solución a las ecuaciones de Saint-Venant con términos fuente que representan la fricción y la geometría de fondo mediante el método de volúmenes finitos. El modelo utiliza volúmenes rectangulares, y tiene estrategia de secado/mojado, por lo que es aplicable en el análisis de varias situaciones reales cuya complejidad generalmente restringe la capacidad predictiva de otros métodos.

2. ECUACIONES GOBERNANTES

El sistema de ecuaciones que gobiernan la hidrodinámica de aguas someras es el de Saint-Venant que corresponde a un sistema de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólico y no homogéneo. Este representa la conservación de la masa y del impulso cuando la distribución vertical de presiones es hidrostática. Las ecuaciones gobernantes, en forma matricial, está dado por:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_y}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (1)$$

Donde \mathbf{W} , \mathbf{F}_x y \mathbf{F}_y son el vector de propiedades, el flujo en eje x y en eje y. Cada término de (1) se expresa en función de las variables del flujo como,

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} h \\ uh \\ vh \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_x = \begin{pmatrix} uh \\ u^2h + \frac{gh^2}{2} \\ uvh \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_y = \begin{pmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{gh^2}{2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_{ox} - S_{fx}) \\ gh(S_{oy} - S_{fy}) \end{pmatrix} \quad (2)$$

donde los términos ubicados a la izquierda de la ecuación (1) corresponden a la formulación homogénea del sistema de ecuaciones y los términos h , u , v representan profundidad y velocidad en los ejes cartesianos (x e y); el término \mathbf{S} corresponde a los términos fuente que introducen un desbalance en la conservación de la masa e impulso, \mathbf{S}_{ox} y \mathbf{S}_{oy} corresponden al término fuente asociado a pendiente geométrica del fondo y a su vez \mathbf{S}_{fx} y \mathbf{S}_{fy} corresponden al término fuente que representa la fricción del lecho.

3. SOLUCIÓN AL PROBLEMA NO HOMOGÉNEO

La solución para la forma homogénea del problema se basa en la desarrollada por Ibacache (2009) según la ecuación (3):

$$\mathbf{W}_i^{t+\Delta t} = \mathbf{W}_i^t - \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{j=1}^{n_{\text{vecinos}}} \Gamma_{ij} \Phi(\mathbf{W}_i^t, \mathbf{W}_j^t, \tilde{\mathbf{n}}_{ij}) \quad (3)$$

donde \mathbf{W}_i^t corresponde al vector en que están las variables del flujo (altura, velocidad en dirección \mathbf{x} e \mathbf{y}) en el paso de tiempo t , $\tilde{\mathbf{n}}_{ij}$ es el vector unitario normal a la cara, que apunta desde la celda \mathbf{i} hacia el vecino \mathbf{j} . Γ_{ij} es la longitud de la cara común de las celdas \mathbf{i} y \mathbf{j} . A_i es el área de la celda \mathbf{i} , en el plano xy . Φ es el vector de flujo.

El término fuente se separa en una componente friccional y otra geométrica según la ecuación (4)

$$S = S_0 + S_f \quad (4)$$

Para la solución de cada uno de los términos fuente se aplica un esquema centrado en las caras (Bermudez *et al.* 1998):

$$S_{0ij} = \frac{1}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^{n_{\text{vecinos}}} \left(A_{ij} \cdot (I - \tilde{n}_x \cdot |\mathbf{Q}| \cdot \mathbf{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{0xij} + A_{ij} \cdot (I - \tilde{n}_y \cdot |\mathbf{Q}| \cdot \mathbf{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{0yij} \right) \quad (5)$$

$$S_{fij} = \frac{1}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^{n_{\text{vecinos}}} \left(A_{ij} \cdot (I - \tilde{n}_x \cdot |\mathbf{Q}| \cdot \mathbf{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{fxij} + A_{ij} \cdot (I - \tilde{n}_y \cdot |\mathbf{Q}| \cdot \mathbf{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{fyij} \right) \quad (6)$$

donde A_{ij} es el área en planta entre el centro del elemento y la cara en contacto con el volumen \mathbf{j} , \tilde{n}_x y \tilde{n}_y corresponden a las componentes en \mathbf{x} e \mathbf{y} del vector normal a la cara, \mathbf{Q} corresponde a la matriz Jacobiana del vector de flujo, \hat{S}_{0xij} y \hat{S}_{0yij} son la solución del término fuente geométrico y \hat{S}_{fxij} y \hat{S}_{fyij} son la solución del término fuente de fricción de fondo.

La solución al término fuente de fondo queda dada por:

$$\hat{S}_{0xij} = \begin{pmatrix} 0 \\ g \cdot \left(\frac{h_i + h_j}{2} \right) \cdot \left(\frac{z_j - z_i}{d_x} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\hat{S}_{0yij} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \cdot \left(\frac{h_i + h_j}{2} \right) \cdot \left(\frac{z_j - z_i}{d_y} \right) \end{pmatrix} \quad (8)$$

La solución al término geométrico está dada por:

$$\hat{S}_{fxij} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \cdot \left(\frac{q_{xj} + q_{xi}}{2} \right) \cdot \left| \frac{q_{xj} + q_{xi}}{h_j + h_i} \right| \cdot \left(\frac{\left(\frac{n_j + n_i}{2} \right)^2 \cdot (h_j + h_i + |\Gamma_{ij}|)^{4/3}}{\left(\frac{h_j + h_i}{2} \right)^{4/3}} \right) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{S}_{fyij} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \cdot \left(\frac{q_{yj} + q_{yi}}{2} \right) \cdot \left| \frac{q_{yj} + q_{yi}}{h_j + h_i} \right| \cdot \left(\frac{\left(\frac{n_j + n_i}{2} \right)^2 \cdot (h_j + h_i + |\Gamma_{ij}|)^{4/3}}{\left(\frac{h_j + h_i}{2} \right)^{4/3}} \right) \end{pmatrix} \quad (10)$$

donde \mathbf{g} es la aceleración de gravedad, h la profundidad de la columna de agua del volumen, \mathbf{z} es el valor asociado a la cota del terreno desde un nivel de referencia, \mathbf{d}_x y \mathbf{d}_y la distancia entre los centros de los volúmenes en el eje \mathbf{x} e \mathbf{y} , \mathbf{q}_x y \mathbf{q}_y el caudal pasante en cada eje, \mathbf{n}_i y \mathbf{n}_j el coeficiente de rugosidad de Manning de la celda \mathbf{i} y la celda \mathbf{j} , respectivamente.

Así, se obtiene una solución general para cualquier volumen dentro del dominio dada por la ecuación (11)

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_i^{t+\Delta t} &= \mathbf{W}_i^t - \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{j=1}^{n_{\text{vecinos}}} \Gamma_{ij} \Phi(\mathbf{W}_i^t, \mathbf{W}_j^t, \tilde{\mathbf{n}}_{ij}) + \dots \\ &\dots + \frac{\Delta t}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^{n_{\text{vecinos}}} \left(A_{ij} \cdot (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{n}}_x \cdot |\mathcal{Q}| \cdot \mathcal{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{0xij} + A_{ij} \cdot (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{n}}_y \cdot |\mathcal{Q}| \cdot \mathcal{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{0yij} \right) + \dots \quad (11) \\ &\dots + \frac{\Delta t}{A_i} \cdot \sum_{j=1}^{n_{\text{vecinos}}} \left(A_{ij} \cdot (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{n}}_x \cdot |\mathcal{Q}| \cdot \mathcal{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{fxij} + A_{ij} \cdot (\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{n}}_y \cdot |\mathcal{Q}| \cdot \mathcal{Q}^{-1}) \cdot \hat{S}_{fyij} \right) \end{aligned}$$

En el contorno se consideran dos tipos de condiciones de borde: abierto o cerrado. En la formulación del contorno abierto se busca que éste sea transmisoro,. Para esto, se impone una condición tipo Neumann, en la que se evalúa el flujo con un vecino ficticio de iguales propiedades a fin de que el gradiente del flujo sea nulo. Para el contorno cerrado se utiliza una condición de borde reflectiva mediante una formulación tipo Dirichlet, en la que se impone que el gradiente del flujo a través de la cara sea nulo, y se obtiene evaluando el flujo ante la cara con un

volumen vecino ficticio, de propiedades de igual magnitud, pero con los términos de la conservación del impulso en x e y de sentido opuesto.

Para el cálculo del flujo en la interface entre volúmenes con profundidad no nula y nula, se aplica una estrategia de secado/mojado acorde a lo recomendado en Bradford y Sanders (2002), fijando una profundidad mínima umbral, δ , tal que valores inferiores se consideran volúmenes secos. La Figura (1) muestra un diagrama de flujo del algoritmo implementado.

4. TEST Y CALIDAD DEL ALGORITMO PROPUESTO

La validación de algoritmo desarrollado se realizó mediante la simulación de casos de estudio con solución documentada en la literatura, como el establecimiento del flujo gradualmente variado, establecimiento del flujo rápidamente variado y cálculo de ondas de shock.

Los resultados obtenidos se comparan con otros resultados reportados previamente en la literatura especializada donde se provee de soluciones analíticas, semi-analíticas o empíricas (ver e.g.: Ippen y Dawson (1951), Mingham y Causon (1998)). Cabe notar que, en general, las soluciones disponibles corresponden a casos unidimensionales muy simplificados.

TEST 1: Flujo gradualmente variado 1D

Se simuló el flujo en un canal unidimensional con rugosidad variable. La solución del modelo propuesto se comparó con los resultados del software HEC-RAS. El test evalúa la calidad de la solución de los términos fuente de roce, y la estabilidad de la solución estacionaria.

Las dimensiones del canal rectangular simulado fueron iguales a 100 m de longitud, 4 m de ancho, con una pendiente longitudinal igual a 0.002 y rugosidad igual a 0.02, 0.04 y 0.02 $m \cdot s^{-1/3}$ a lo largo de tres tramos consecutivos con longitud de 33.3 m. Las condiciones iniciales de la simulación son:

$$h = 0.92 \text{ m } \forall x, y, \quad u = 0 \left[\frac{m}{s} \right], v = 0 \left[\frac{m}{s} \right] \quad \forall x, y$$

Las condiciones de contorno son:

$$h_{(x,0,t)} = 0.92m, \quad q_{x(0,y,t)} = 0.8 \frac{m^3}{s \cdot m},$$

$$q_{y(L,y,t)} = 0 \frac{m^3}{s \cdot m}, \quad q_{x(L,y,t)} = 0.5 \cdot (q_{x(L,y,t-\Delta t)} + q_{x(L-\Delta x,y,t-\Delta t)}) \frac{m^3}{s \cdot m}$$

Condiciones de borde son tales de imponer flujo subcrítico. Se realizó simulación mediante software HEC-RAS y la Figura (2) muestra los resultados de la simulación con JAZZ y el eje hidráulico calculado con HEC-RAS

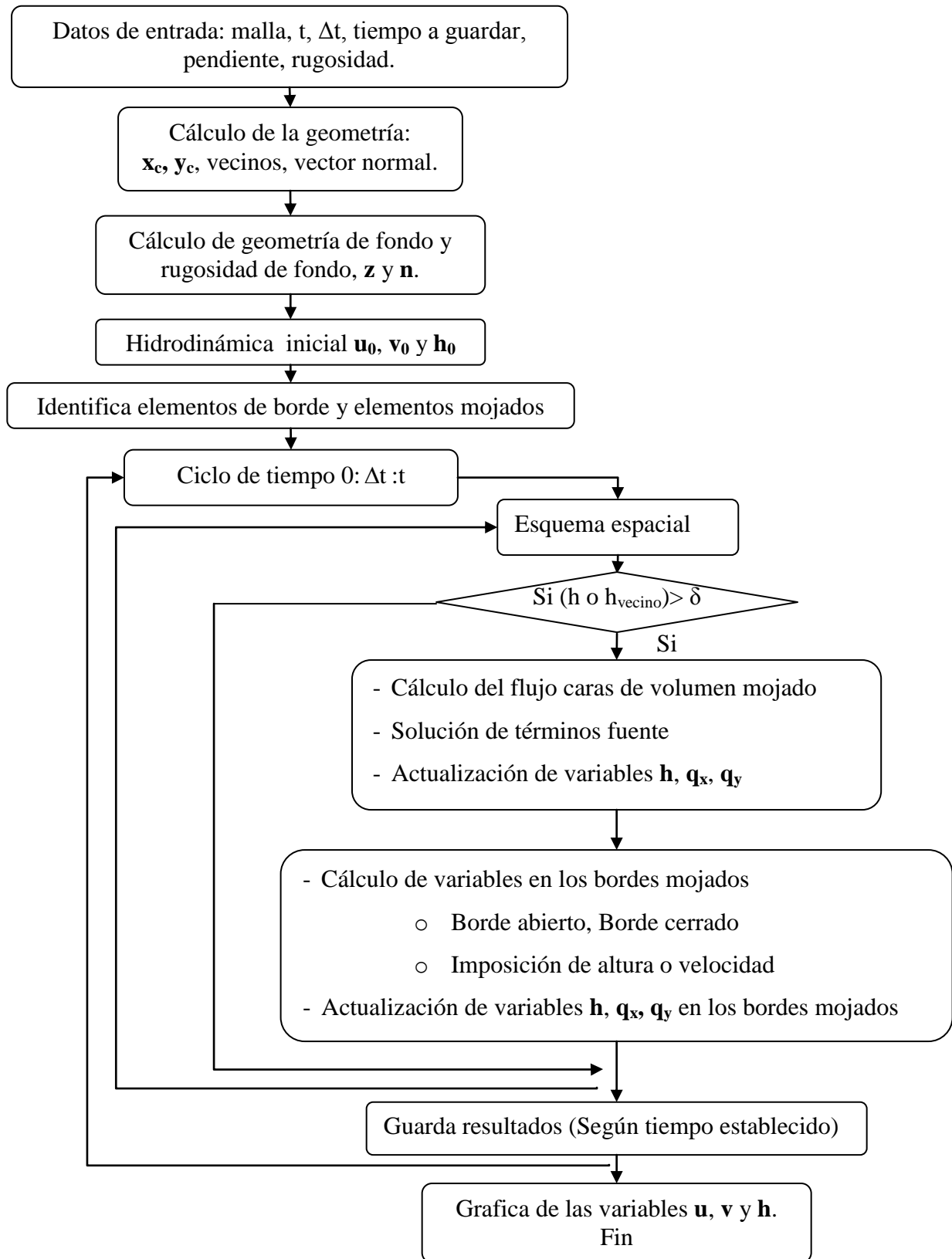


Figura (1). Diagrama de flujo de algoritmo.

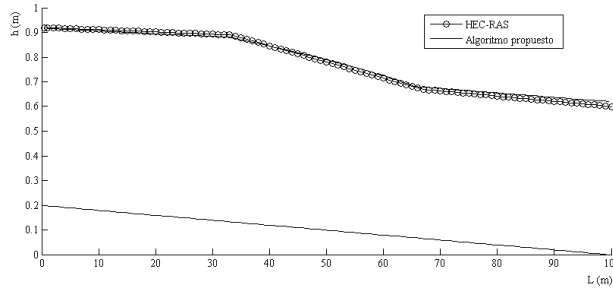


Figura (2) Resultados de la simulación de un canal recto con cambio de rugosidad.

Los resultados de la simulación muestran un eje hidráulico semejante al obtenido mediante HEC-RAS. El error porcentual promedio evaluado en función de h es de 1.7% y el error estándar de 1.4%.

TEST 2: Flujo rápidamente variado 1D

Se simuló el flujo a través de un canal rectangular, de largo 25 m y ancho 1 m, discretizado mediante un mallado de rectángulos con intervalos espaciales $\Delta x=0.1$ m, $\Delta y=0.2$ m, con un obstáculo de forma parabólica. El obstáculo tiene una altura máxima igual a 0.2 m, según la expresión:

$$z = \begin{cases} 0 \text{ m para } x < 7.5\text{m} \\ 0.2 - 0.2 \cdot \left(\frac{(x-10)}{2.5}\right)^2 \text{ m para } 7.5\text{m} < x < 12.5\text{m} \\ 0 \text{ m para } x > 12.5\text{m} \end{cases}, \forall y$$

Se consideró rugosidad de fondo (Coeficiente de rugosidad n de Manning) o alguna pendiente longitudinal igual a cero.

Se presentan tres casos posibles controlados por las condiciones iniciales y de borde impuestas que son: flujo subcrítico, flujo con cambio de régimen y flujo con resalto. En la simulación se utilizó las condiciones iniciales y de borde usadas por Link y Donoso (2008) y los resultados son comparados con la solución analítica de Alcrudo y Benkhaldoun (2001)

Flujo subcrítico sobre un bump

Las condiciones iniciales y de borde impuestas a fin de asegurar el flujo subcrítico son:

$$h_{(x,0,0)} = 2.5\text{m}, \quad h_{(L,y,t)} = 2.0\text{m},$$

$$q_{x(0,y,t)} = 4.42 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}, \quad q_{y(0,y,t)} = 0 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{m}}$$

La Figura (3) muestra los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto.

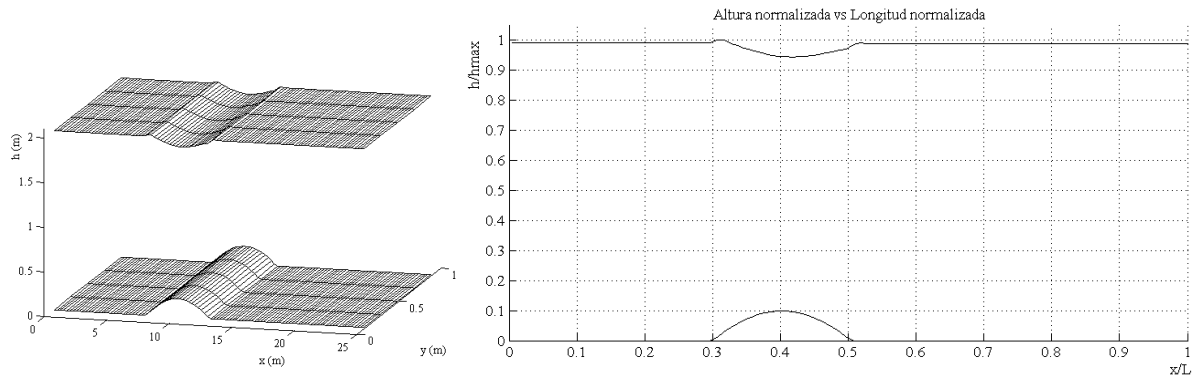


Figura (3) Simulación de flujo subcrítico por sobre un obstáculo.

La Tabla (1) muestra en forma comparativa los resultados de la solución analítica y por el algoritmo implementado.

Tabla (1): Cota de agua mediante la solución analítica y algoritmo implementado.

Esquema	Altura normalizada											
	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	
Alcrudo y Benkhaloun (2001)	2.00	2.00	2.00	2.00	1.71	1.98	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
Algoritmo propuesto	2.01	2.01	2.01	2.01	1.71	1.94	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00

Cambio de régimen de sub a supercrítico después de un bump

Las condiciones iniciales y de borde impuestas para asegurar el flujo transcrito son:

$$h_{(x,0,0)} = 1.25m, \quad h_{(L,y,t)} = 0.5 \cdot (h_{(L,y,t-\Delta t)} + h_{(L-\Delta x,y,t-\Delta t)})m,$$

$$q_{x(0,y,t)} = 1.53 \frac{m^3}{s \cdot m}, \quad q_{y(0,y,t)} = 0 \frac{m^3}{s \cdot m}$$

Se utilizó un paso temporal $\Delta t=0.0125s$. La Figura (4) presenta una vista isométrica de la solución del algoritmo propuesto y el eje hidráulico normalizado

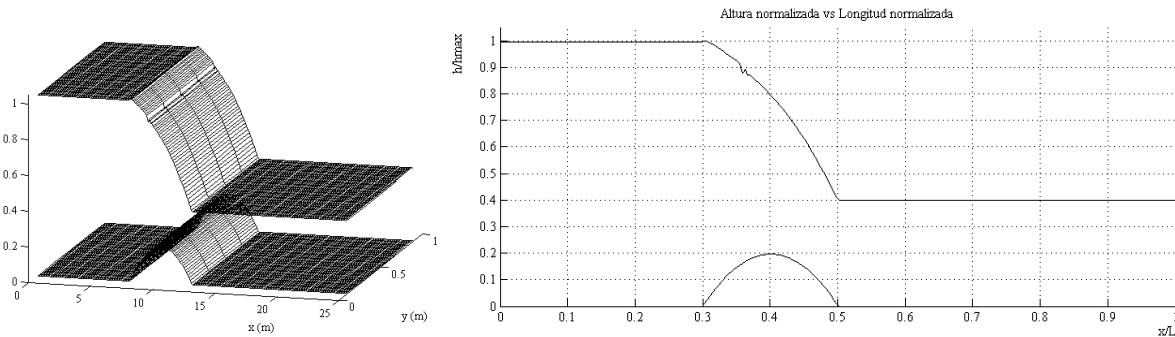


Figura (4) Cambio de flujo subcrítico a supercrítico a través de un obstáculo.

La tabla (2) muestra en forma comparativa los resultados de la solución analítica y del algoritmo implementado.

Tabla (2): Cota de agua mediante la solución analítica de Alcrudo y Benkhaldoun (2001) y el algoritmo implementado.

Esquema	Altura normalizada											
	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	
Alcrudo y Benkhaldoun (2001)	1.03	1.03	1.03	1.03	0.67	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
Algoritmo propuesto	1.01	1.01	1.01	1.01	0.62	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41

Formación del resalto hidráulico aguas abajo de un bump

Las condiciones iniciales y de borde impuestas para asegurar la formación del resalto hidráulico son:

$$h_{(x,0,0)} = 0.45m, h_{(L,y,t)} = 0.33m,$$

$$q_{x(0,y,t)} = 0.18 \frac{m^3}{s \cdot m}, q_{y(0,y,t)} = 0 \frac{m^3}{s \cdot m}$$

Se utilizó un paso temporal $\Delta t=0.01s$. La Figura (5) muestra el eje hidráulico calculado.

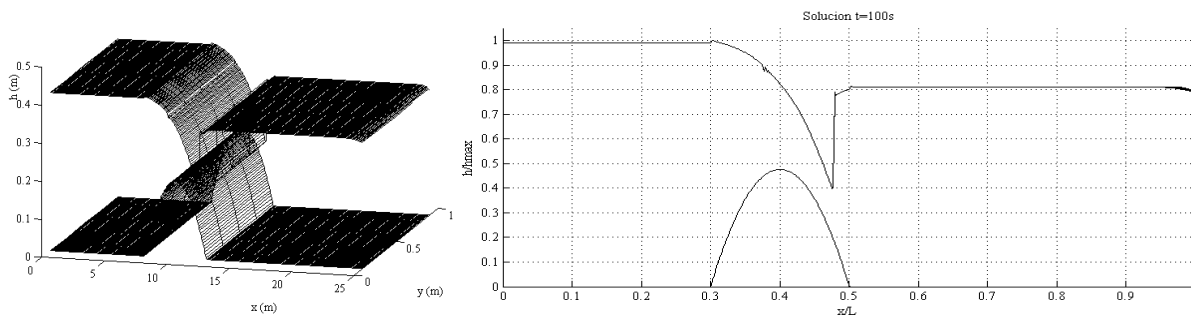


Figura (5) Resultados simulación formación resalto hidráulico.

Los resultados muestran la formación del resalto aguas abajo del obstáculo, mientras la tabla (3) muestra una comparación de resultados entre la solución analítica y la solución calculada.

Tabla (3): Cota de agua calculada con la solución analítica y el modelo numérico.

Esquema	Altura normalizada											
	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	
Alcrudo y Benkhaldoun (2001)	0.41	0.41	0.41	0.41	0.14	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
Algoritmo propuesto	0.42	0.42	0.42	0.42	0.15	0.32	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33

La tabla (4) resume los errores porcentuales asociados a las simulaciones realizadas.

Tabla (4): Error porcentual de simulaciones numéricas

Situación	h [m]	q [m ³ s m ⁻¹]
Flujo subcrítico sobre un <i>bump</i>	3.1	0.0
Cambio de régimen de sub a supercrítico después de un <i>bump</i>	16.9	0.0
Formación del resalto hidráulico aguas abajo de un <i>bump</i>	8.7	0.0

En general, el comportamiento del modelo se correlaciona adecuadamente con la solución analítica, con la salvedad de la zona en crisis. Zona donde las diferencias no son inestabilidades sino corresponde al tratamiento del modelo al solucionar el flujo en crisis, ya que el resultado es estable a lo largo del tiempo.

TEST 3: Propagación de ondas de shock – Ondas cruzadas

Se simuló el flujo supercrítico en un canal rectangular con angostamiento paulatino, donde se observa la formación de ondas cruzadas estacionarias aguas abajo del angostamiento, y su propagación a lo largo del canal angosto (Ippen y Dawson, 1951).

Se utilizaron los parámetros modificados según Causon y Mingham (1999). La longitud de contracción es igual a 1.067 m y el angostamiento se define mediante dos curvas de igual radio y opuestos, con un ángulo de contacto de 16.26°. El canal posee un ancho de 0.610 m y su ancho después del angostamiento es 0.305 m.

Como condición de flujo, se impuso inicialmente una profundidad de 0.030 m, y una velocidad de 2.7 m/s, asegurando flujo supercrítico. Como paso espacial se consideró $\Delta x=0.097$ m, $\Delta y=0.005$ m y un paso de tiempo $\Delta t = 0.0025$ s. Se consideró un coeficiente de rugosidad de Manning de fondo igual a $n = 0.015 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1/3}$.

La figura (8) muestra una foto de Ippen y Dawson (1958) y los resultados de la simulación con el modelo propuesto.

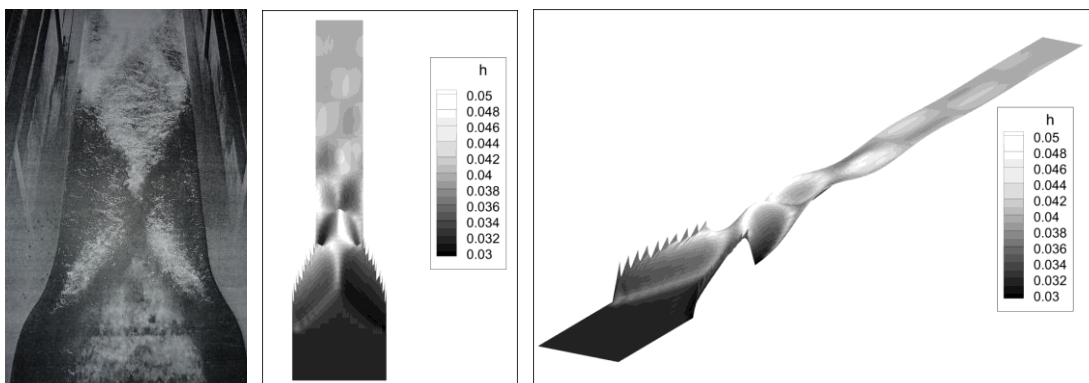


Figura (6) Vista frontal e isométrica de investigación de Ippen y Dawson (1951) y simulación comparativa

Los resultados de la simulación no son posibles de ser evaluados vía estimación de un error; sin embargo, presentan la formación de ondas cruzadas estacionarias aguas abajo del angostamiento, semejantes a lo observado y caracterizado por Ippen y Dawson, lo que evidencia una correcta

implementación de la condición de borde cerrada y reflectiva. Se destaca que las ondas presentan una disminución de amplitud a lo largo del canal tras el angostamiento, lo que se debe a la disipación de energía por efecto del roce en el fondo.

TEST 4: Propagación de ondas de shock – Rompimiento de presa

Se simuló la rotura instantánea de una presa asimétrica durante 150 s, utilizando un dominio de cuadrados de 5m de lado, con un paso de tiempo $\Delta t=0.01$ s. La presa posee una longitud de 200 m de largo, con 10 m de ancho, la zona de rotura entre 95 m y de 170 m. El canal aguas abajo de la presa tiene una rugosidad igual a $n=0.03 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1/3}$. Las condiciones iniciales, están dadas según:

$$h = \begin{cases} 10 \text{ m para } x < 100 \text{ m} \\ 5 \text{ m para } x > 100 \text{ m} \end{cases}, \forall y, \quad u = 0 \left[\frac{m}{s} \right], v = 0 \left[\frac{m}{s} \right] \quad \forall y$$

La Figura (9) muestra la comparación de la profundidad calculada en $t=7.2$ s por Mingham y Causon (1998), Ibacache (2009) y el algoritmo desarrollado. En todos los casos el dominio se modeló con un mallado estructurado con cuadrados de 5m.

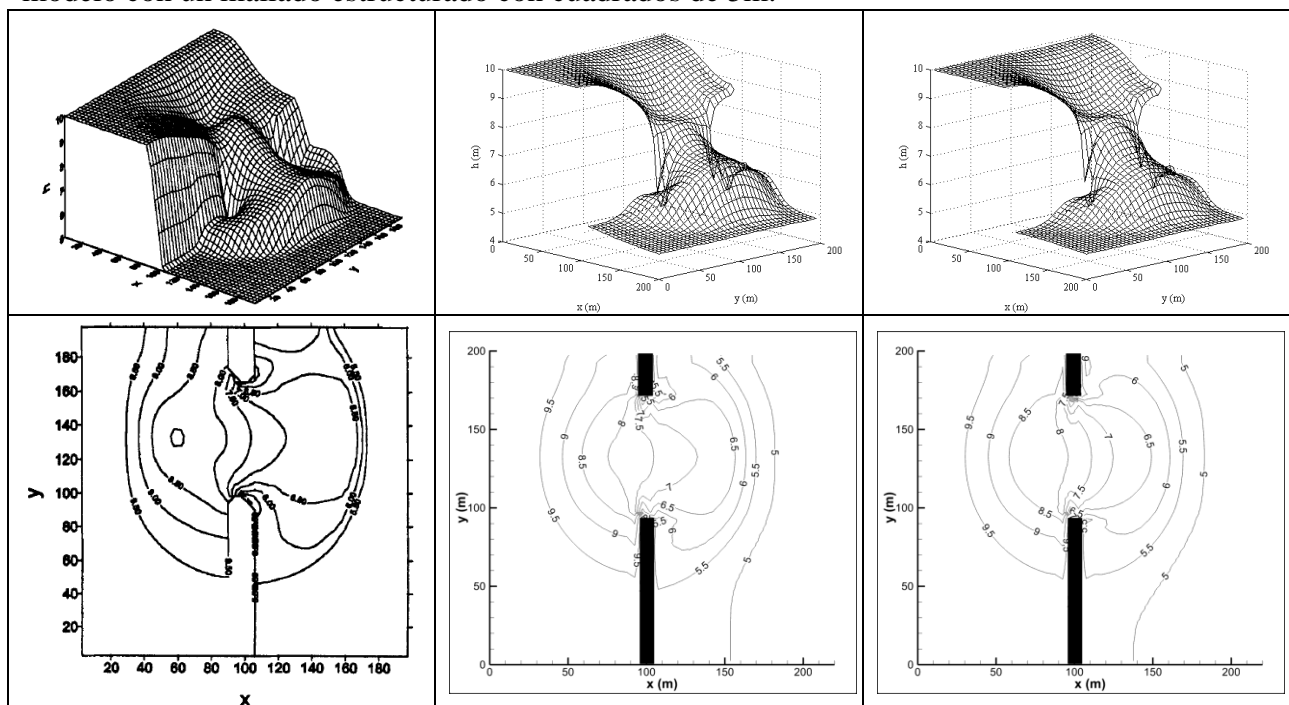


Figura (7) Comparación rompimiento de presa para $t= 7.2$ s Mingham y Causon (1998) (izquierda), Ibacache (2009) (centro), algoritmo desarrollado (derecha)

Se observa que algoritmo desarrollado presenta menores profundidades y un frente de avance menos desarrollado que Mingham y Causon (1998) e Ibacache (2009). Esto es atribuible a la consideración de términos fuente friccionales en el sistema.

TEST 5: Estrategia de secado/mojado

Se evaluó el rompimiento simultáneo de tres embalses ubicados en una cuenca de la cordillera de la costa. La motivación del test es verificar la estabilidad del modelo al obligar a funcionar la estrategia de secado/mojado.

Se modeló un dominio cuadrado con 1 km de lado, discretizando mediante volúmenes finitos con $D_x = D_y = 5 \text{ m}$. Se consideró una rugosidad constante de $n = 0.035 \text{ ms}^{1/3}$. El mallado, la geometría de fondo y profundidad inicial se muestran en la Figura (10).

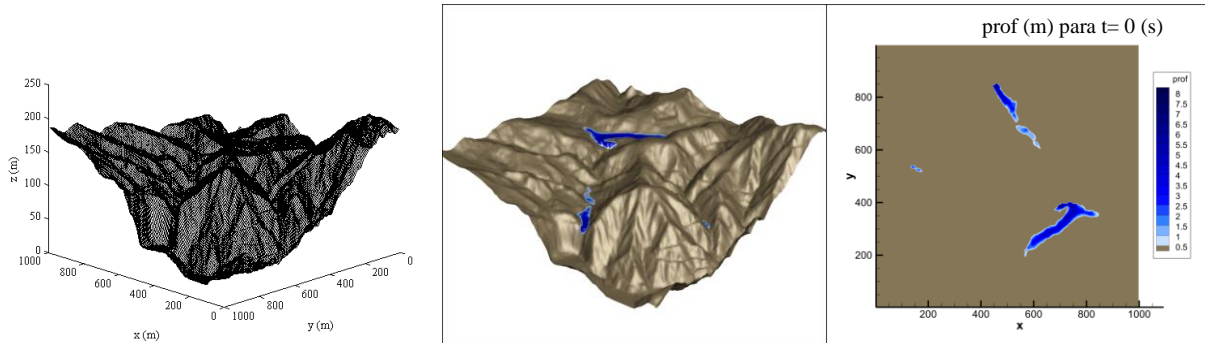


Figura (8) Topografía de cuenca a simular (izq.), profundidad inicial vista 3D (centro) y profundidad inicial vista en planta (der.)

Se evaluó el rompimiento simultáneo de los tres embalses. La profundidad calculada para $t = 30, 60, 90, 120$ y 150 s se presenta en la Figura (11)

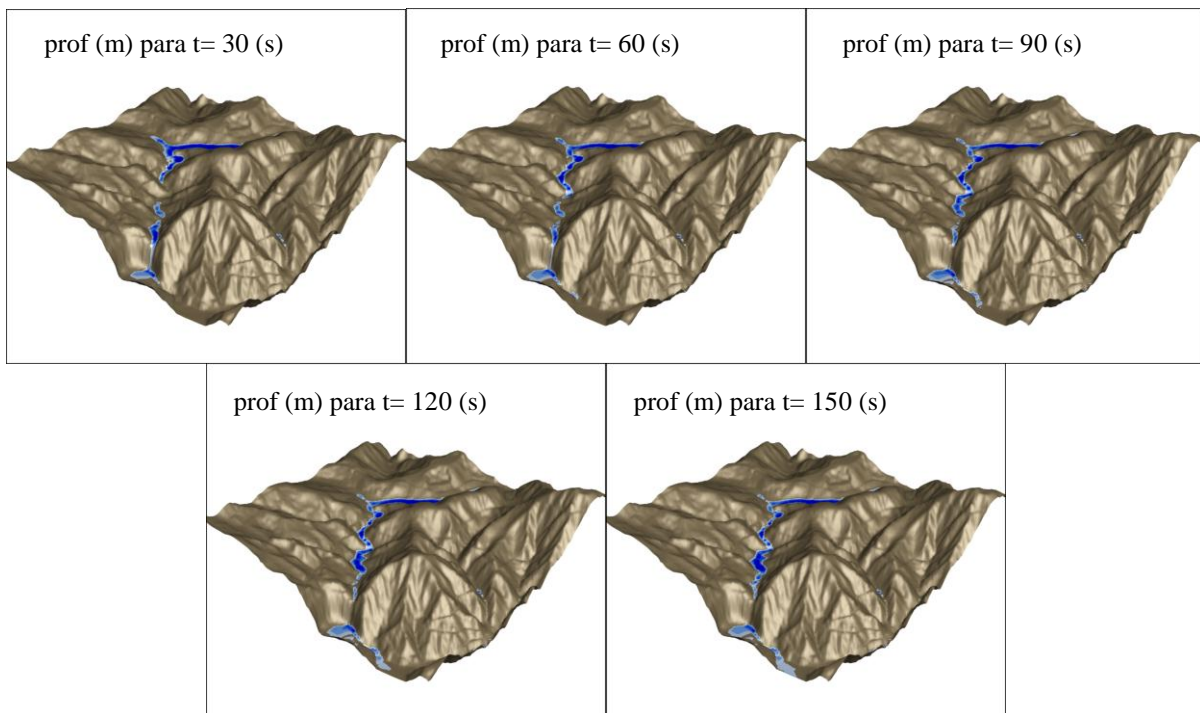


Figura (9) Profundidad calculada para $t = 30, 60, 90, 120$ y 150 s

Los resultados muestran que la estrategia de secado/mojado es estable y permite simular el rompimiento de las presas. Las simulaciones realizadas presentan una alta sensibilidad asociada a la grilla utilizada: una menor resolución de la cuenca concluye en la eliminación del cauce para el menor de los embalses. La conservación de la masa posee un error acumulado de 6.4%.

CONCLUSIÓN

Se extendió el algoritmo Jazz 2D de Ibacache (2009) para resolver en forma numérica las ecuaciones de Saint-Venant 2DH con términos fuente. Para la discretización de los términos fuente se formuló, implementó y validó un esquema híbrido centrado en volúmenes finitos.

El algoritmo fue capaz de reproducir escurrimientos altamente variables en el espacio y en el tiempo como la reflexión estacionaria de una onda cruzada generada por un angostamiento o la generación de corrientes oscilantes debido a un fondo con parches de rugosidad.

REFERENCIAS

Alcrudo, F. y Benkhaloun, F. (2001) Exact solutions to the Riemann problem of the shallow water equations with a bottom step. *Computers & Fluids*. 30(6). 643-671.

Bermúdez, A., Devieux, A., Desideri, J. y Vásquez, M. (1998) Upwind schemes for the two-dimensional shallow water equations with variable depth using unstructured meshes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 155(1). 49-72.

Bradford, S.F. y Sanders, B.F. (2002) Finite-Volume model for Shallow-Water flooding of arbitrary topography. *Journal of Hydraulic Engineering*, 128(3). 289-298.

Causon, D. y Mingham, C. (1999) Advances in calculation methods for supercritical flow in spillway channels. *Journal of Hydraulic Engineering*. 125(10). 1039-1050.

Donoso, J. (2007) Desarrollo y verificación de un modelo numérico unidimensional de flujo para canales abiertos de ancho uniforme mediante volúmenes finitos. Memoria de Título Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Concepción. Concepción

Ibacache, C. (2009) Cálculo del flujo 2DH sin término fuente en cauces abiertos. Memoria de Título Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil. Universidad de Concepción. Concepción

Ippen, A. y Dawson, J. (1951). Design of channel contractions: High velocity flow in open channels (symposium). *Transactions of ASCE*. 116. 326-346.

Link, O. y Donoso, J. (2008) Development and verification of a numerical model for calculation of flow in open channels using the finite volume method. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*. 56(3). 190-200.

Mingham, C. y Causon, D. (1998) High-resolution finite-volume method for shallow water flows. *Journal of Hydraulic Engineering*. 124(6). 605-614.

Sabat, M. I. 2011. Solución a las ecuaciones de Saint-Venant 2DH mediante volúmenes finitos rectangulares: formulación, programación y verificación del modelo. Departamento de Ingeniería Civil. Memoria de título Ingeniero Civil. Universidad de Concepción. Concepción