

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA

XX CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA

**ESTUDIO DE TERRENO, NUMERICO Y EXPERIMENTAL DE LA INTERACCION
RESONANTE ENTRE EL VIENTO Y LAS ONDAS INTERNAS EN EL LAGO
VILLARRICA, CHILE**

**CARLOS ROZAS¹
ALBERTO DE LA FUENTE²
HUGO ULLOA³
PETER DAVIES⁴
YARKO NIÑO⁵**

RESUMEN

El Lago Villarrica, situado en el sur de Chile, tiene una profundidad máxima de 167 m y un máximo *fetch* de unos 20 km. El lago es monomítico, con una termoclina estacional ubicada a una profundidad cercana a los 20 m. Datos de terreno muestran la presencia de ondas internas lineales y no-lineales, a escalas del lago, forzadas por vientos diarios. Se consideró un análisis modal de ondas internas afectadas por Coriolis, suponiendo un sistema estratificado en dos capas. Las simulaciones numéricas muestran un buen comportamiento con las ondas internas observadas y este comportamiento se mejora usando un método que utiliza las tasas de disipación de energía como variables de optimización. También se ha realizado un estudio de laboratorio de las interacciones resonantes entre un forzamiento periódico y ondas internas. Datos de terreno y simulaciones numéricas permiten reconocer: 1) la ocurrencia de una onda Kelvin de modo 1, con un periodo cercano a un día que coincide con la frecuencia de vientos diarios, sugiriendo que este modo de la onda Kelvin está en un estado resonante, que en la situación de terreno podría ser amortiguada y controlada por efectos friccionales; y 2) la presencia de ondas internas de frecuencias altas, que están excitadas por interacciones no-lineales entre ondas internas a escalas del lago. Los resultados experimentales confirman la interacción resonante entre un forzante periódico y la onda Kelvin de modo 1, para un sistema estratificado en dos capas.

¹Magíster, Ingeniero Civil, Depto. de Ingeniería Civil, Universidad de Chile - mail: crozas@ing.uchile.cl

²Profesor Asistente, Depto. de Ingeniería Civil, Universidad de Chile - mail: aldelafu@ing.uchile.cl

³Estudiante de Doctorado en Fluidodinámica, FCFM, Universidad de Chile - mail: hulloa@ing.uchile.cl

⁴Professor, Civil Engineering Department, University of Dundee – mail: p.a.davies@dundee.ac.uk

⁵Profesor Titular, Depto. de Ingeniería Civil, Universidad de Chile - mail: ynino@ing.uchile.cl

1. INTRODUCCIÓN

El Lago Villarrica, situado en el sur de Chile (alrededor de 39° latitud S), tiene una superficie cercana a los 176 km², una profundidad máxima de 167 m y un máximo *fetch* de unos 20 km. El lago es monomítico, con una termoclina estacional ubicada a una profundidad cercana a los 20 m. En este artículo son presentados y discutidos resultados de un estudio de terreno y una simulación numérica de la respuesta del lago al viento, focalizando en la variación de corto plazo de la estratificación, en la evolución de ondas internas afectadas por la aceleración de Coriolis y en la interacción resonante con vientos periódicos. También son presentados y discutidos los resultados de un conjunto de experiencias de laboratorio diseñados para investigar dichas interacciones en términos del estudio de terreno y de los resultados de las simulaciones numéricas.

2. MÉTODOS

Durante los meses de febrero y marzo de 2009, dos cadenas de termistores fueron desplegadas en el Lago Villarrica, cuando el lago muestra una fuerte estratificación termal. En la Figura 1 se muestran dos cadenas de termistores, una localizada al extremo Este del lago mientras que la otra se encuentra hacia el centro del lago. Cada cadena estaba formada por 17 termómetros data-loggers HOBO, distribuidos verticalmente con el fin de capturar mejor los gradientes de temperatura, muestreando cada 30 s. Una estación meteorológica fue instalada en la vecindad del lago (ver Figura 1), para registrar la dirección y magnitud del viento, promediando los datos cada 10 minutos.

Se siguió el análisis modal propuesto por Shimizu et al. (2007) para simular la respuesta de un sistema estratificado en dos capas al viento, sin considerar mecanismos de amortiguación. Este acercamiento pseudo-espectral resuelve primero el problema de valores propios que surge de buscar soluciones a las ecuaciones lineales homogéneas, con una estratificación de dos capas, por ondas periódicas y, luego, después de suponer que cualquier variable desconocida se representa por la combinación lineal de las ondas a escalas grandes (vectores propios del problema), el problema es reducido para calcular las amplitudes de esa combinación lineal (Shimizu et al., 2007). Siguiendo esta metodología, el problema de dos dimensiones y dos capas es simplificado a un conjunto de N ecuaciones, una por cada una de las N ondas a escalas grandes, las cuales pueden ser escritas:

$$\frac{d\tilde{\alpha}_r}{dt} = i\omega_r\tilde{\alpha}_r + \tilde{f}_r \quad (1)$$

donde $\tilde{\alpha}_r(t)$ denota la amplitud compleja de la onda de gran escala r , ω_r es la frecuencia natural de oscilación (los valores propios del problema), i es la unidad imaginaria y \tilde{f}_r una función que describe el momentum intercambiado entre cada onda de gran escala y el campo de vientos. Más detalles de este proceso puede ser encontrado en Shimizu et al. (2007) y Rozas (2011).

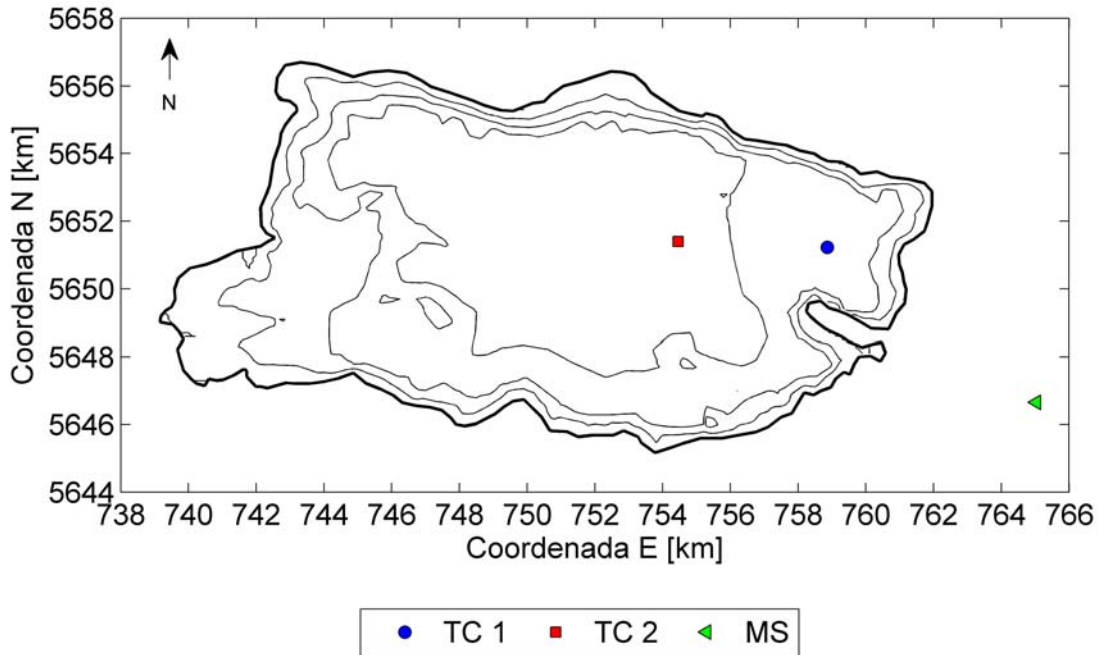


Figura 1: Batimetría Lago Villarrica, ubicación de termistores y estación meteorológica. Veriles cada 50 m.

Siguiendo a Shimizu & Imberger (2008), la disipación de energía puede ser incluida en el análisis modal introduciendo coeficientes de tasas de disipación, γ_r , obteniéndose:

$$\frac{d\mathbf{a}_r}{dt} = (i\varpi_r - \gamma_r)\mathbf{a}_r + \mathbf{f}_r \quad (2)$$

donde ϖ_r es la frecuencia modal de la onda de escala grande r , la cual es supuestamente modificada por fricción. Como se ha considerado que las tasas de disipación son pequeñas y el análisis es lineal, los modos no disipativos puede ser utilizados para ajustar los desplazamientos simulados de la interfaz de densidad, obtenidos del análisis modal, a los valores medidos por las cadenas de termistores en terreno. Luego, las tasas de disipación de energía pueden ser estimadas usando un proceso de optimización, el cual tiene como propósito minimizar el error entre los desplazamientos modales y las series de tiempo de desplazamientos de la interfaz, usando los coeficientes de disipación, las frecuencias modales afectadas por fricción y las amplitudes iniciales como parámetros libres para calcular la evolución temporal de las ondas internas (Shimizu & Imberger, 2008).

3. ANALISIS DE DATOS DE TERRENO

La Figura 2 despliega 12 días de datos de viento (magnitud y dirección), el número de Wedderburn 2D, W_{2D} , estimado para el Lago Villarrica (Shintani et al., 2010), y los desplazamientos verticales de las isotermas en TC1 y TC2, tomados en febrero de 2009. Claramente, el viento sopla con una frecuencia diaria desde el Oeste y la máxima velocidad del

viento observada es menor a 5 m/s. Pero la actividad de ondas internas es evidente en los registros, con mayores amplitudes observadas en los datos de TC1 con respecto a TC2, lo que se explica porque la cadena TC2 está localizada al centro del lago.

El viento es la fuente de momentum más importante para los cuerpos de agua, induciendo corrientes superficiales y ondas internas a la escala del lago. Para explorar las escalas de longitudes de desplazamientos de isotermas producidas por el viento, se estimó el número de Wedderburn 2D (Shintani et al., 2010) para una estratificación de dos capas para el Lago Villarrica, considerando su forma, paredes verticales, una profundidad media de $h = 120$ m y el esfuerzo de corte de viento. La Figura 2B muestra las series de tiempo de W_{2D} , con lo cual pequeños valores de W_{2D} implica grandes desplazamientos interfaciales, con $W_{2D} = 0.5$ siendo la condición para un fuerte upwelling en el caso lineal (Shintani et al., 2010). Suponiendo una inclinación lineal para la termoclina, los desplazamientos interfaciales inducidos por el viento, $\eta_2(\bar{x})$, en las locaciones TC1 y TC2 fueron estimadas como:

$$\eta_2(\bar{x}) = \frac{h_1}{W_{2D}} \frac{d(\bar{x})}{x_g} \quad (3)$$

donde $d(\bar{x})$ es la distancia a lo largo de la dirección del viento entre el centro de gravedad del lago y el lugar donde los desplazamientos isotérmicos son calculados, \bar{x} es la dirección horizontal, h_1 es la profundidad de la capa superior y x_g es la distancia a lo largo de la dirección del viento entre el centroide del área de la cuenca interfacial y el extremo de viento arriba. Las Figuras 2C y 2D muestran la comparación entre desplazamientos observados de la isoterma y desplazamientos inducidos por el viento estimados con (3) en TC1 y TC2, respectivamente. Este análisis preliminar muestra que el esfuerzo de corte del viento no es demasiado fuerte para generar las amplitudes observadas de la interfaz y la hipótesis que es discutida en el resto de este artículo es que la energía extra es provista por las interacciones resonantes entre el viento periódico (Figura 2A) y de algunas ondas internas a escalas del lago.

Se calculó un análisis espectral de la serie de tiempo de la energía potencial disponible (APE) usando las temperaturas registradas en TC1 y TC2 (no mostradas). El espectro obtenido muestra un periodo dominante cercano a 1 día (que corresponde al periodo diario del viento) y varios *peaks* con periodos entre 5 y 10 horas. Todos estos *peaks* pueden ser asociados con diferentes modos de las oscilaciones internas y son analizados considerando los resultados de las simulaciones numéricas de ondas internas de gran escala del lago en la sección siguiente.

4. CÁLCULO DE ONDAS INTERNAS

El análisis modal se realizó sobre una malla alternada, compuesta por elementos cuadrados de 400 m de lado, el cual permite calcular un set de ondas internas de gran escala compuesto por ondas gravitacionales, ondas topográficas y giros geostroficados (Shimizu *et al.* 2007). Para el cálculo de las ondas internas, se consideró un espesor promedio de la capa superficial $h_1=18.5$ m, y una diferencia de densidad entre capas $\Delta\rho=1.55$ kg/m³, la cual fue definida a partir de las mediciones en TC1 y TC2.

El *peak* espectral más importante en ambas cadenas tiene un periodo cercano a 1 día y está asociado a una onda Kelvin fundamental, con un periodo de 21.7 hrs según los resultados del análisis modal. Además, este análisis permite identificar la presencia de ondas tipo Poincaré, particularmente dos ondas de modo 3 horizontal con periodos de 9.7 and 8.4 hrs, dos de modo 4 horizontal con periodos de 7.9 and 6.3 hrs y dos de modo 5 horizontal con periodos de 6.1 and 5.2 hrs. En el contexto de este artículo, la interfaz de un modo 4 horizontal está compuesta de 4 *peaks* y 4 valles.

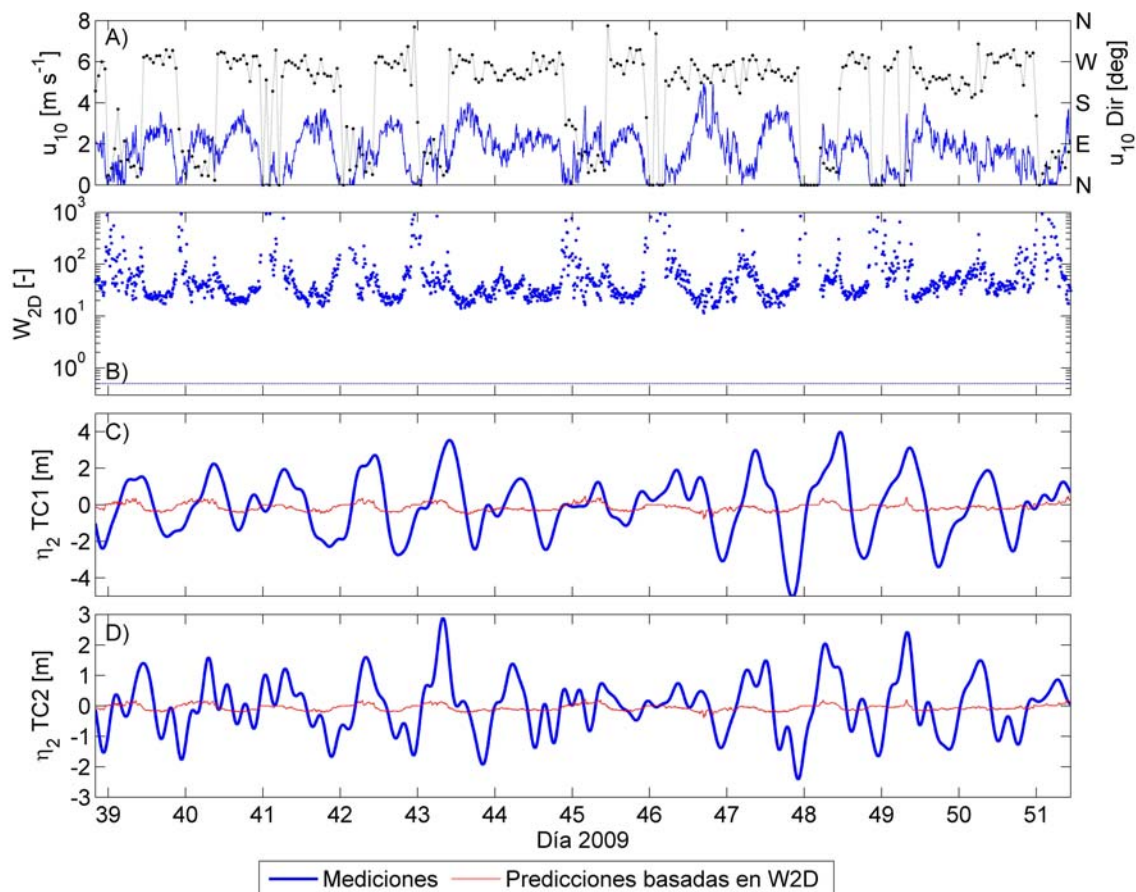


Figura 2: A) Dirección (puntos) y magnitud de viento (línea azul). B) Número de Wedderburn 2D para el Lago Villarrica. C y D) Desplazamientos interfaciales observados (línea azul) y predichos usando W2D (línea roja) en TC1 y TC2.

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE CAMPO Y SIMULACIÓN NUMÉRICA

Las amplitudes modales de cada onda fueron calculadas considerando la serie de tiempo medida de viento, comenzando el 8 de febrero (día 39 de 2009) y terminando 12 días después (día 52 de 2009). Por simplicidad, las amplitudes iniciales de cada onda fueron consideradas nulas (i.e., $\bar{a}_i = 0$). La comparación entre los desplazamientos medidos y simulados en TC1 y TC2 muestran

un buen ajuste en términos de amplitud, sin embargo, hay un problema persistente con la fase de las ondas internas, siendo las ondas simuladas más rápidas que las ondas observadas (no mostradas). La explicación más simple para esta diferencia consiste en que no se consideró disipación de energía en el problema de valores propios del análisis modal, la cual disminuye la velocidad de rotación angular.

5.1. PROCESO DE OPTIMIZACIÓN

Para incluir la disipación de fondo en el presente modelo, se implementó el método de ajuste propuesto por Shimizu & Imberger (2008), considerando que los coeficientes de disipación, las frecuencias modales afectadas por la fricción y las amplitudes iniciales de los primeros 12 modos como parámetros de optimización. Estos parámetros fueron ajustando la serie de desplazamientos interfaciales simulados a la serie de tiempo de desplazamientos observados, minimizando el error cuadrático medio entre ambas series. Los resultados de la optimización se presentan en la Fig. 3B y 3C para TC1 y TC2, respectivamente, donde la serie de tiempo simulada de los desplazamientos interfaciales fue obtenida mediante una combinación lineal de los 12 primeros modos con periodo natural entre 5 y 24 hrs.

Los parámetros optimizados para la onda Kelvin fundamental, cuyo periodo modal corresponde a 21.7 hrs, corresponden a un periodo de 23.4 hrs y una tasa de disipación de 24 días. Esta onda domina la respuesta forzada del sistema y concentra casi el 90% de la energía otorgada por el viento, como se observa en los desplazamientos simulados para TC1.

Por otro lado, los datos observados en TC2 (Fig. 3C) muestran la presencia de oscilaciones con periodo comprendido entre 5 y 8 hrs. Estas ondas no son excitadas por el viento, como lo muestran las simulaciones con amplitud inicial nula (Rozas 2011). Según de la Fuente *et al.* (2008), estos modos están ubicados en el centro de la cuenca y pueden ser excitados por la interacción no lineal entre modos, lo cual genera una onda de mayor frecuencia definida por la relación $\omega_{KP} = \omega_K + \omega_P$, donde ω_K y ω_P son las frecuencias modales de las ondas Kelvin y Poincaré, respectivamente. Por ejemplo, la interacción no lineal entre la onda Kelvin fundamental (de periodo optimizado de 23.4 hrs) y la onda tipo Poincaré modo 3 horizontal (de periodo optimizado de 11.9 hrs) en el Lago Villarrica, excita una onda de periodo cercano a las 7.9 hrs que calza con las oscilaciones observadas en el centro del lago. Como el modelo considerado es lineal y sólo considera la energía entregada por el viento como *input* del sistema, no es capaz de reproducir la interacción no lineal entre ondas internas y representa la presencia de estos modos mediante la asignación de alta amplitud inicial y bajas tasas de disipación en el proceso de optimización. Esto sugiere que para los modos de periodo entre 5 y 8 hrs existe un balance entre la energía recibida por la interacción no lineal entre las ondas Kelvin y Poincaré y la disipación de energía producida, por ejemplo, por la pérdida friccional y la interacción no lineal con otras ondas de gran escala de mayor frecuencia.

Las simulaciones numéricas y los resultados de terreno evidencian la dinámica resonante entre la onda Kelvin fundamental y el viento periódico que sopla sobre el lago, similar al caso reportado por Antenucci & Imberger (2003) para el Lago Kinneret. Para mostrar esta interacción resonante,

se realizaron dos análisis: análisis teórico de la solución para la ecuación de las amplitudes modales y análisis experimental.

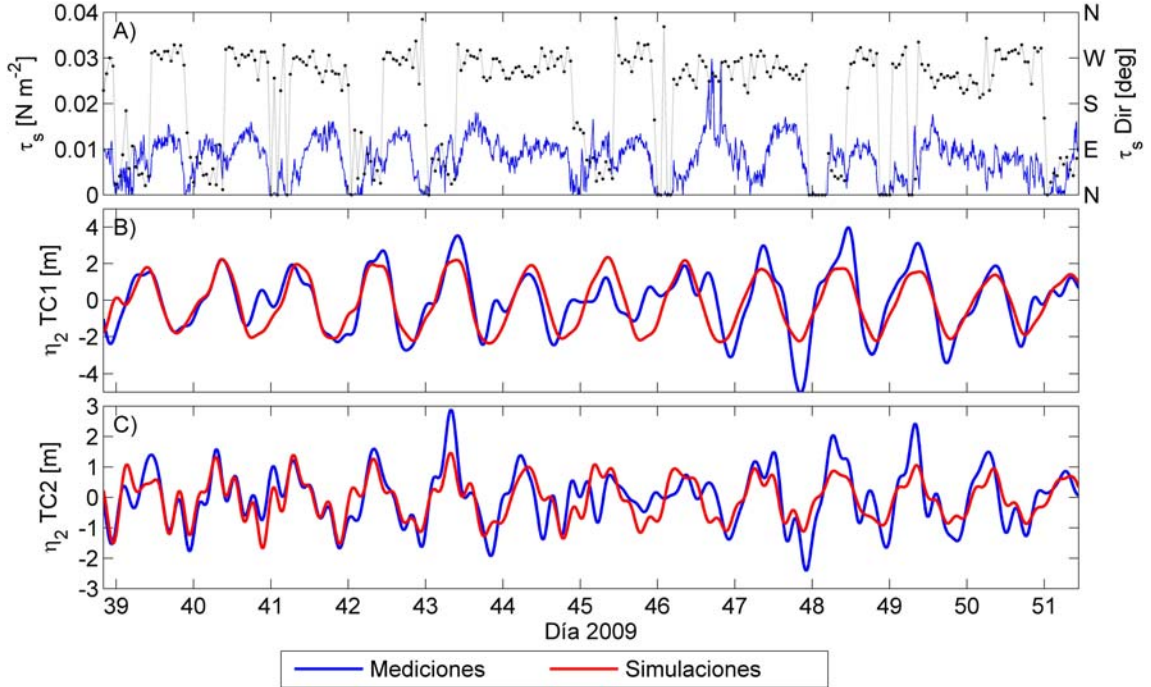


Figura 3: A) Esfuerzo de corte del viento, B y C) Comparación entre los desplazamientos interfaciales observados y simulados en TC1 y TC2.

5.2. SOLUCIÓN ANALÍTICA PARA LA ECUACIÓN DE LAS AMPLITUDES MODALES

La ecuación (3) tiene solución analítica para coeficientes constantes y viento periódico, modelado como una función sinusoidal. Esta solución puede ser escrita como:

$$\mathfrak{a}_r(t) = \omega_r \left[\frac{\omega_f \exp((i\omega_r - \gamma_r)t)}{\omega_f^2 - \omega_r^2 - 2i\omega_r\gamma_r + \gamma_r^2} - \frac{\exp(i\omega_f t)}{2(\omega_f - \omega_r - i\gamma_r)} - \frac{\exp(-i\omega_f t)}{2(\omega_f + \omega_r + i\gamma_r)} \right] \quad (4)$$

donde ω_f denota la frecuencia del viento, y $\mathfrak{a}_r(t)$ es adimensionalizado usando la magnitud del viento. Se observa que el sistema alcanza un equilibrio forzado cuando $t \rightarrow \infty$, donde la energía resonante entregada por el viento es contrarrestada por la disipación de energía por fricción (Antenucci & Imberger, 2003). Además, cuando $t \rightarrow \infty$, la componente oscilatoria que depende de ω_r en (4) tiende a cero y todo el flujo oscila en fase con el viento forzante.

5.3. INSTALACIÓN EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

La instalación experimental utilizada consiste en un estanque rectangular de acrílico transparente, sin base, con una tapa rígida de 1.84 m de largo, 0.364 m de ancho y 0.293 m de altura. Este

estanque está instalado dentro de otro estanque de acrílico más grande, de 2.14 m de largo, 0.470 m de ancho y 0.308 m de alto. Una cinta sin fin atraviesa horizontalmente a lo largo del fondo del canal para simular el esfuerzo de corte del viento, cuya velocidad es controlada mediante un motor ubicado en el extremo de “viento abajo” del estanque. Todo este sistema está montado en una mesa rotatoria controlada remotamente mediante un equipo de control ubicado en una de las paredes del laboratorio (Rizk, 2010).

La estratificación dentro del estanque se obtiene agregando agua potable hasta la altura del epilimnion, y luego agua salada de manera muy lenta, para evitar la mezcla entre ambas capas, mediante la operación de una válvula ubicada en el fondo del estanque. En todos los experimentos desarrollados se consideró la relación de aspecto del Lago Villarrica, $h_1 / H = 0.15$.

Cuatro sensores de conductividad fueron instalados en la sección transversal ubicada a 77 cm del extremo de “viento arriba” y a 4.5 cm del fondo del estanque, para medir la evolución temporal de las ondas internas dentro del sistema. La duración de todos los experimentos fue de 30 min, con una tasa de muestreo de 15 Hz.

Se realizaron 10 experimentos, forzando el sistema con una onda cuadrada de amplitud constante y periodo T_f , la cual fue generada prendiendo la cinta transportadora durante $0.5 T_f$ a muy baja velocidad para evitar la mezcla entre capas dentro del estanque y luego apagando la cinta por otros $0.5 T_f$.

De acuerdo a la ecuación (4), la respuesta forzada de un sistema estratificado en dos capas está fuertemente controlada por la frecuencia forzante. La Fig. 4 muestra el espectro promedio de cada experimento (promedio obtenidos sobre los 4 conductivímetros) en función de la frecuencia adimensional, adimensionalizada por la frecuencia forzante. En esta figura se observa claramente que cada espectro tiene un máximo local en torno a la unidad, confirmando el comportamiento predicho por la teoría.

La Fig. 5 muestra los desplazamientos interfaciales observados para 3 corridas, en las cuales se mantuvo fijo el número de Wedderburn y el número de Kelvin inverso y se varió la frecuencia forzante, acercándola a la frecuencia natural de la onda Kelvin fundamental calculada para la instalación experimental. El número de Wedderburn se define como:

$$W = \frac{g' h_1^2}{u_*^2 L} \quad (5)$$

donde g' es la gravedad reducida, h_1 es el espesor del epilimnion, u_* es la velocidad de corte del viento y L es la longitud del estanque rectangular. El número de Kelvin inverso se define como:

$$Ke^{-1} = \frac{R_{rad}}{B} \quad (6)$$

donde R_{rad} es el radio interno de deformación de Rossby y B es el ancho del estanque rectangular. La onda Kelvin fundamental entra en resonancia cuando la frecuencia forzante se acerca a la frecuencia de la onda. Queda de manifiesto que la fricción es el mecanismo de disipación que controla el crecimiento desproporcionado de la amplitud de las oscilaciones de la interfaz de densidad.

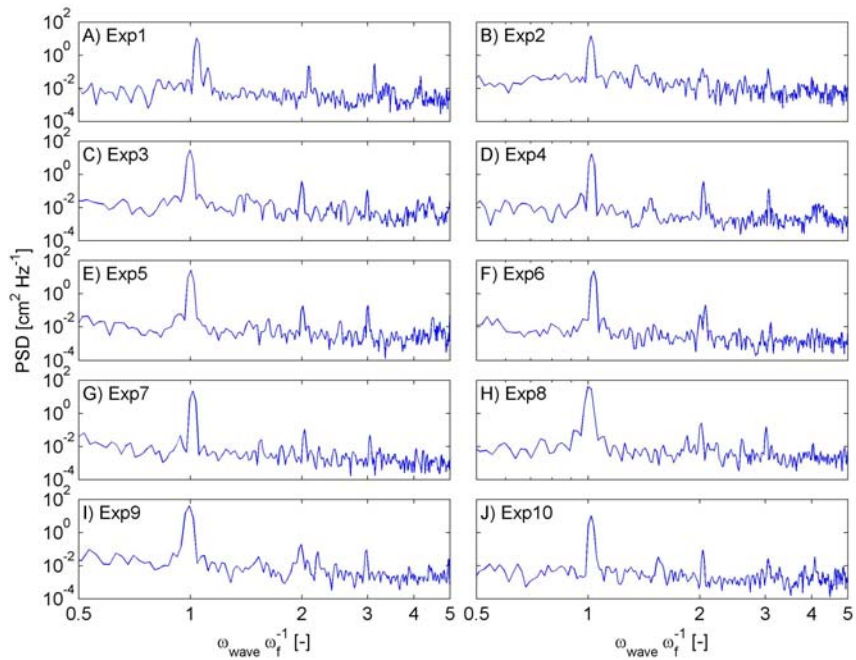


Figura 4: Densidad espectral de potencia promedio vs frecuencia adimensional para cada experimento.

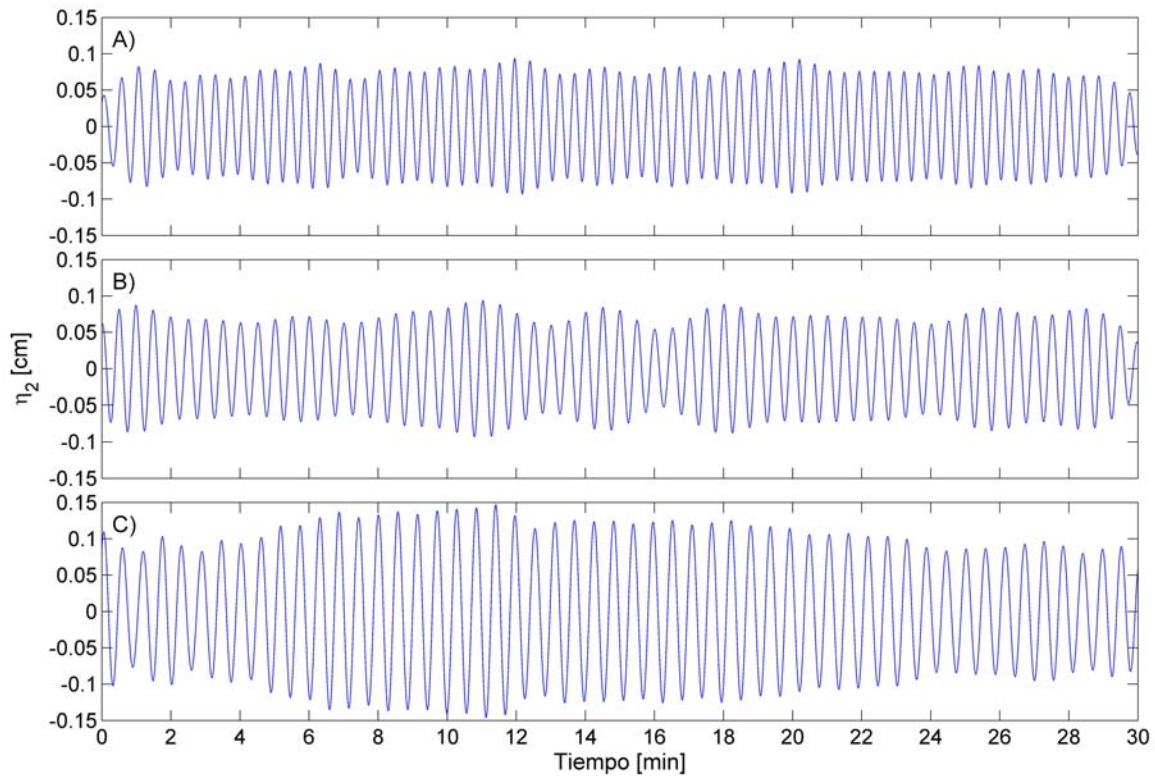


Figura 5: Desplazamientos interfaciales en el sensor 1, para los experimentos A) 1 ($T_f/T_K=0.8$), B) 2 ($T_f/T_K=0.9$) y C) 3 ($T_f/T_K=1.0$). En los tres casos se tiene $W=156$ y $Ke-1=0.47$.

6. CONCLUSIONES

En esta investigación se presentan los resultados de la aplicación de un análisis modal y análisis experimental para explicar los datos de campo registrados en el Lago Villarrica. Basado en estos análisis, se identificó que el modo fundamental de la onda Kelvin se encuentra en una interacción resonante con la componente de viento diaria que sopla sobre el lago. Esta resonancia fue confirmada mediante un análisis teórico, simulaciones numéricas y resultados experimentales de laboratorio. También estos estudios muestran que los modos con periodos entre 5 y 8 hrs están excitados por la interacción no-lineal entre la onda Kelvin fundamental y modos horizontales de ondas tipo Poincaré.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el apoyo otorgado por el Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Civil Engineering Department, University of Dundee y el financiamiento entregado por el Proyecto FONDECYT 1080617. El primer autor agradece el financiamiento aportado por el Departamento de Postgrado y Postítulo de la Vicerrectoría de Asuntos Académicos, Universidad de Chile.

REFERENCIAS

Antenucci, J.P. and Imberger, J. 2003. The seasonal evolution of wind/internal wave resonance in Lake Kinneret. *Limnol. Oceanogr.*, 48: 2055 – 2061.

de la Fuente, A., Shimizu, K., Imberger, J. and Niño, Y. 2008. The evolution of internal waves in a rotating, stratified, circular basin and the influence of weakly nonlinear and nonhydrostatic accelerations. *Limnol. Oceanogr.*, 53(6): 2738 – 2748.

Rizk, W. F. 2010. The response of a contained, rotating, two-layer stratified fluid to an applied surface stress. PhD Dissertation, University of Dundee.

Rozas, C. 2011. Análisis modal para el estudio de resonancia de ondas internas excitadas por el viento en el lago Villarrica. Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería. Universidad de Chile.

Shimizu, K., Imberger, J. and Kumagai, M. 2007. Horizontal structure and excitation of primary motions in a strongly stratified lake. *Limnol. Oceanogr.*, 52: 2641 – 2655.

Shimizu, K. and Imberger, J. 2008. Energetics and damping of basin-scale waves in a strong stratified lake. *Limnol. Oceanogr.*, 53: 1574 – 1588.

Shintani, T., de la Fuente, A., Niño, Y. and Imberger, J. 2010. Generalizations of the Wedderburn number: Parameterizing upwelling in stratified lakes. *Limnol. Oceanogr.*, 55(3): 1377 – 1389.