

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XX CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA**

**PROCESOS HIDRODINÁMICOS Y MEZCLA TURBULENTA EN CONFLUENCIAS
FLUVIALES: EL CASO DE LOS RÍOS AZUFRE Y CARACARANI**

CHRISTIAN GONZÁLEZ M. ¹
PABLO PASTÉN G. ² GONZALO PIZARRO P. ³ CRISTIÁN ESCAURIAZA M. ⁴

RESUMEN

Las confluencias fluviales son determinantes para el transporte de sedimentos y contaminantes en toda la red de drenaje en cuencas hidrológicas. Si bien se ha identificado su importancia en muchos procesos físicos y geoquímicos que ocurren en los cauces, la interacción entre estos procesos aún no ha podido ser caracterizada con claridad. Investigaciones recientes han permitido descubrir algunos factores determinantes que controlan la mezcla en situaciones específicas, y su estudio requiere relacionarlos con las propiedades morfológicas e hidrológicas de los afluentes. En la cuenca del río Lluta, en el norte de Chile, la confluencia entre los ríos Azufre y Caracarani es un importante ejemplo donde los procesos hidrodinámicos controlan las condiciones geoquímicas en la cuenca. La combinación de aguas de diferentes características químicas producen precipitados con un alto contenido de contaminantes inorgánicos como Arsénico. La distribución, mezcla y transporte de estas partículas está controlada por la dinámica de la turbulencia y específicamente por las estructuras coherentes generadas en la interfase de las dos corrientes. En esta investigación realizamos un estudio detallado de esta confluencia a partir de mediciones en terreno, experimentos de laboratorio y simulaciones computacionales de alta resolución inspiradas en las dimensiones y relación entre los caudales de ambos ríos. El objetivo principal es identificar los mecanismos hidrodinámicos fundamentales que controlan la mezcla y formación de partículas en la confluencia, para entender en detalle la interacción entre la turbulencia y los procesos geoquímicos que permiten parametrizar la mezcla y emplear procesos naturales en la remoción de contaminantes en sistemas fluviales complejos.

¹Estudiante de Magíster en Ciencias de la Ingeniería. Departamento de Ing. Hidráulica y Ambiental. Pontificia Universidad Católica de Chile. email: crgonzal@uc.cl

²Profesor Asociado. Depto. de Ing. Hidráulica y Ambiental. PUC. email: ppasten@ing.puc.cl

³Profesor Asociado. Depto. de Ing. Hidráulica y Ambiental. PUC. email: gpizarro@ing.puc.cl

⁴Profesor Asistente. Depto. de Ing. Hidráulica y Ambiental. PUC. email: cescauri@ing.puc.cl

1. INTRODUCCIÓN

Las confluencias fluviales cumplen un rol fundamental en el transporte de sedimentos y contaminantes en cuencas hidrológicas. La mayor parte de los procesos hidrodinámicos que ocurren en las confluencias están controlados por las estructuras coherentes del flujo turbulento que provienen de inestabilidades del flujo, y que se desarrollan por la unión entre los afluentes con diferentes características morfodinámicas, cantidad de movimiento, y distribución de velocidades. El flujo aguas abajo de la confluencia está generalmente caracterizado por zonas de separación, capas de corte, y corrientes secundarias compuestas por vórtices helicoidales, alineados con la dirección del flujo medio. Estas características del flujo constituyen los mecanismos principales que controlan los procesos de mezcla vertical y transversal en el río, y también tienen directa relación con el transporte local de sedimentos, erosión y sedimentación en la zona de la confluencia. Adicionalmente, los procesos hidrodinámicos descritos están también influenciados por aspectos morfodinámicos del cauce y por la rugosidad del lecho que comúnmente proviene del tamaño del sedimento o de la generación de formas de fondo.

El conocimiento detallado del flujo en confluencias permite entender la interacción entre los procesos hidrodinámicos y geoquímicos que ocurren en cauces naturales. Estas relaciones muchas veces tienen efectos sobre la calidad del agua, el ecosistema local, y pueden constituir mecanismos importantes de control en el diseño de medidas de restauración de ríos en áreas urbanas o rurales. En los complejos sistemas fluviales del altiplano de Chile, que sostienen delicados ecosistemas en zonas de gran altitud, muchos de los procesos químicos que ocurren en confluencias determinan la distribución de contaminantes en la red de drenaje. Uno de los ejemplos más significativos lo constituye la confluencia entre río Azufre y el Caracarani, en la cuenca del río Lluta ubicada en la región de Arica y Parinacota. La mezcla de agua con diferentes composiciones químicas favorece la formación de partículas ricas en Arsénico. La dinámica de la turbulencia en la zona de mezcla entre ambos flujos controla el transporte y la depositación de estas partículas en el lecho.

En esta investigación realizamos mediciones en terreno para describir las características de la mezcla entre los afluentes a partir las variaciones de conductividad y de pH a lo largo del cauce. Motivados por estas mediciones, desarrollamos un experimento de laboratorio integrado con simulaciones numéricas de alta resolución capaces de capturar la dinámica de los vórtices en la confluencia. El estudio detallado del flujo nos permite entender los procesos hidrodinámicos que ocurren en el canal principal. Esta investigación proporciona nueva información sobre la dinámica de las estructuras coherentes y la influencia de la mezcla turbulenta en los procesos químicos y acumulación de contaminantes en sistemas fluviales.

El artículo se organiza de la forma siguiente. La sección 2 contiene una descripción de la zona de estudio, la confluencia entre los ríos Azufre y Caracarani, indicando los resultados de las mediciones y los procesos fundamentales que caracterizan el flujo. Mediciones con ADV en el experimento desarrollado en el laboratorio de Hidráulica del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental de la Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC) se explica en detalle en la sección 3, que también contiene la descripción del modelo hidrodinámico con el que se realiza la simulación numérica de los procesos de mezcla en el canal de laboratorio. Discusiones y perspectivas futuras del trabajo están contenidas en la sección 4.

2. CARACTERIZACIÓN DE CONFLUENCIA AZUFRE-CARACARANI

La confluencia de los ríos Azufre y Caracarani (valle del Lluta, XV región de Arica y Parinacota) es un punto de gran interés para la comprensión de los procesos hidrodinámicos y químicos que se desarrollan en la cuenca del río Lluta. Se encuentra cercana a Humapalca, a unos 160 km de Arica y a 3986 msnm (ver figura 1). Ambos ríos presentan caudales prácticamente constantes durante el año, con crecidas que ocurren sólo en en la época estival por el invierno altiplánico. Para el río Azufre los caudales oscilan entre 45 – 245 ℓ/s , mientras que para el Caracarani van entre 170 – 641 ℓ/s aprox. La pendiente media del cauce es de 1.47 %. Respecto a la calidad del agua, el río Azufre posee una alta concentración de contaminantes inorgánicos, principalmente Arsénico, Azufre y Hierro. Estos contaminantes son transportados hacia aguas abajo, mezclándose con otros afluentes. Estas condiciones dificultan el uso agrícola o el tratamiento del agua para consumo.

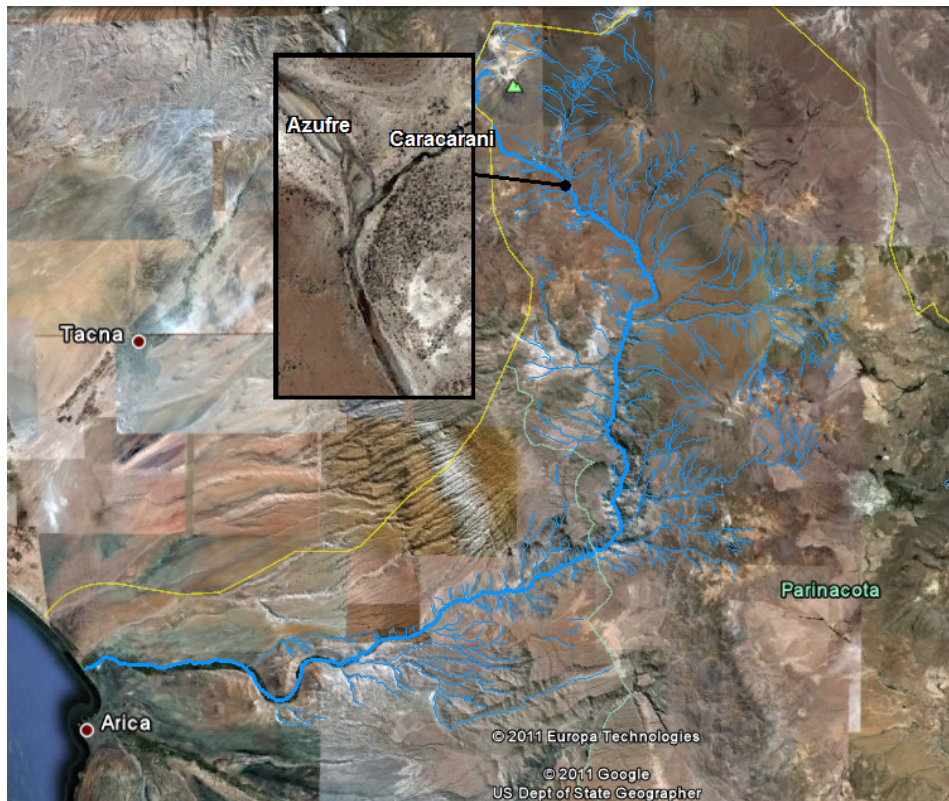


Figura 1: Imagen satelital de red hidrográfica de cuenca del Lluta y acercamiento de confluencia en estudio Azufre-Caracarani (Google Earth).

Para caracterizar las confluencias generalmente se utiliza la razón de caudales o de cantidad de movimiento, el ángulo de confluencia y la existencia de discordancia entre los afluentes (diferencia en la elevación del lecho de los flujos) (Biron et al., 2004; Best, 1988; Biron et al., 1996). En este

caso el sistema tiene un ángulo de intersección de 40° , con una profundidad aproximada de 25 cm en condiciones normales, en periodos de estiaje. Estas condiciones determinan un régimen de río, con un número de Froude igual a $Fr = 0.12$ y Reynolds de $Re = 49138$. La razón de cantidad de movimiento entre los afluentes es significativamente alta e igual a $M = 12.8$, con un mayor caudal en el río Caracarani. El fenómeno químico más importante que ocurre en la confluencia es la precipitación y generación de flóculos que adsorben contaminantes y se depositan en el lecho. Observaciones de terreno muestran que la generación, el transporte y sedimentación de estas partículas están regulados por las condiciones hidrodinámicas del sistema. Además se observa una mayor turbiedad en la interfase de mezcla de los cauces tributarios, lo que significa que las interacciones químicas ocurren principalmente en la zona de mezcla del flujo turbulento. Un aspecto destacable es que la turbiedad no aparece en ninguno de los dos canales antes de la confluencia. La figura 2 muestra ejemplos de las observaciones de estos fenómenos en terreno.



Figura 2: Confluencia Azufre-Caracarani, cuenca del río Lluta. (a) Campaña de terreno diciembre de 2010, a la izquierda río Azufre (46.5 ℓ/s) y a la derecha el río Caracarani (210 ℓ/s). Se aprecia una banda formada por las partículas generadas en el cauce. (b) Turbiedad en zona de mezcla por floculación aguas abajo.

Durante las últimas visitas a terreno se realizaron mediciones de pH y conductividad en la zona aguas abajo de la confluencia. Dado que ambos tributarios tienen características químicas distintas, las mediciones sirven para evaluar la mezcla del sistema. La conductividad es la capacidad del agua de conducir corriente eléctrica (inverso a la resistividad) y se mide en Siemens por unidad de longitud. En general se asume que una mayor conductividad está ligada a una mayor concentración de iones en el ambiente. Por otro lado el pH representa el logaritmo de la concentración de hidrógeno. Las mediciones se realizaron para 6 secciones transversales a distancias de 13–34.5–48.5–94.9–157.4–287.8 m desde el vértice de la confluencia. En la dirección transversal se midió con mayor resolución espacial en aquellos lugares en que el muestreo de datos presentaba una mayor varianza. Las mediciones se realizaron a 10 cm de profundidad medidos

desde la superficie. En la figura 3 se muestran los resultados de la medición donde se aprecia claramente la evolución de la mezcla en el río hacia aguas abajo. Es importante indicar que la figura 3 no se encuentra a la misma escala vertical y horizontal. El ancho medio del río es 6.9 m, y las mediciones muestran que la estabilidad química, dada por la homogeneidad o mezcla transversal completa, se logra a una distancia igual a 40 veces el ancho del río hacia aguas abajo.

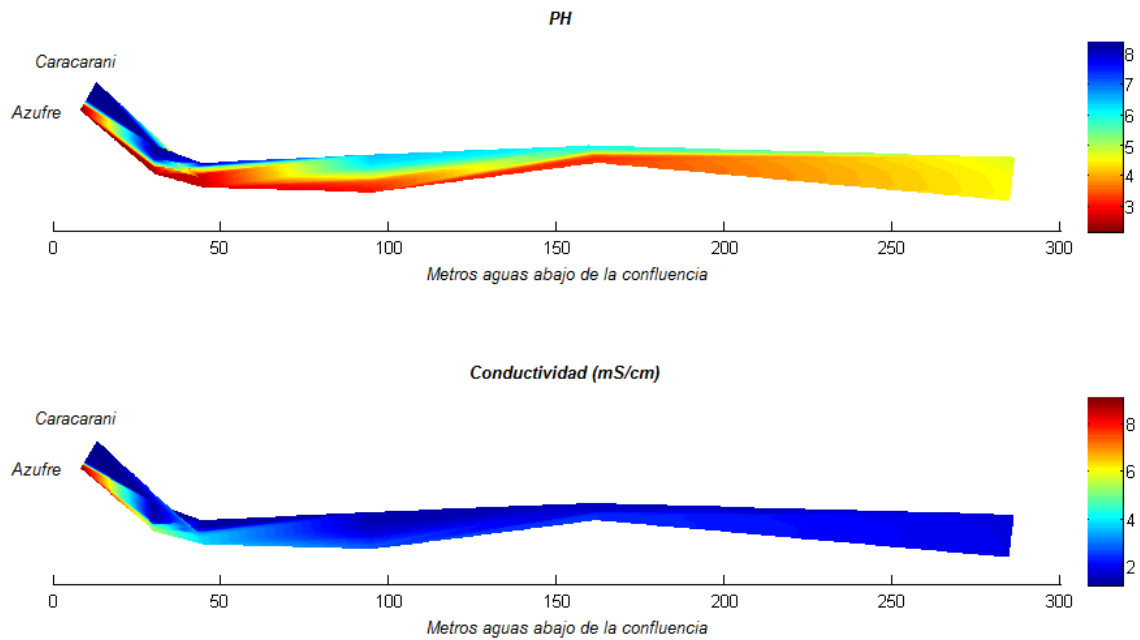


Figura 3: Vista en planta de mediciones de pH y conductividad aguas abajo de la confluencia Azufre-Caracarani. Estos gráficos representan una interpolación lineal en el espacio obtenida del muestreo en secciones transversales en terreno. (a) El río Azufre tiene un pH inicial de 2.22 y el Caracarani de 8.69. (b) El río Azufre tiene una conductividad inicial promedio de 9.36 mS/cm y el Caracarani 1.403 mS/cm.

3. MODELO EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DE UNA CONFLUENCIA SIMPLIFICADA

Basado en las características de la confluencia entre el río Azufre y el Caracarani, se construyó una confluencia experimental con canales rectangulares en el laboratorio de hidráulica del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental de la PUC, como se muestra en la figura 4. Los canales se unen en un ángulo de 40° , con el canal aguas abajo recto después de la confluencia. Los anchos son iguales a 25.2 y 40.2 cm para los cauces tributarios correspondientes a los equivalentes a los ríos Azufre y Caracarani respectivamente, y 27.5 cm para el postconfluente. Estas dimensiones corresponden a un escalamiento horizontal de 1:19 con respecto al sistema real. La profundidad del flujo se regula con una compuerta a la salida del canal. Durante las mediciones se mantuvo la profun-

didad del flujo en 10 cm, para mantener un escalamiento vertical de 1:2.5. El canal postconfluente tiene una longitud total de 10 m, mientras que los tributarios 2.4 y 3.13 m respectivamente. De esta manera la convergencia de los flujos se produce en condiciones de regimen uniforme con igualdad del número de Froude. Los caudales en los canales tributarios son iguales a 1.0 y 4.5 ℓ/s y el número de Reynolds en el experimento es igual a $Re = 20078$. Se realizaron medidas de velocidad usando un MicroADV 16-MHz de Sontek. En esta etapa inicial se midieron series de tiempo de velocidad en tres dimensiones en un plano ubicado a una altura de 8.0 cm medido desde el lecho, para un total de 1335 puntos distribuidos en la zona de la confluencia. Para cada medición se obtuvo una serie de tiempo de 30 s de duración, escogiendo este tiempo por no ser excesivo para la cantidad de puntos medidos y asumiendo que es capaz de representar los estadísticos de la muestra y las diferentes escalas temporales de la dinámica de los flujos.



Figura 4: Confluencia experimental en el laboratorio mirado desde aguas abajo hacia aguas arriba. El número de Froude, el ángulo, y la razón de cantidad de movimiento son iguales a la confluencia entre los ríos Azufre y Caracarani.

Las ecuaciones utilizadas para modelar este flujo son las ecuaciones de Reynolds (*unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes* o URANS). Las ecuaciones para un fluido incompresible, escritas en formato vectorial y forma conservativa, y empleando coordenadas curvilíneas generalizadas no ortogonales, pueden expresarse de la forma siguiente:

$$\Gamma \frac{\partial Q}{\partial t} + J \frac{\partial}{\partial \xi^j} (F^j - F_v^j) = 0 \quad (1)$$

donde

$$\Gamma = \text{diag}[0 \ 1 \ 1 \ 1]$$

$$Q = [P, u_1, u_2, u_3]^T$$

$$F^j = \frac{1}{J} [U^j, u_1 U^j + P \xi_{x_1}^j, u_2 U^j + P \xi_{x_2}^j, u_3 U^j + P \xi_{x_3}^j]^T$$

$$F_v^j = \frac{1}{J} \left(\frac{1}{Re} + \nu_t \right) \left[0, g^{mj} \frac{\partial u_1}{\partial \xi^m} + R_{m1} \xi_{x_m}^j, g^{mj} \frac{\partial u_2}{\partial \xi^m} + R_{m2} \xi_{x_m}^j, g^{mj} \frac{\partial u_3}{\partial \xi^m} + R_{m3} \xi_{x_m}^j \right]^T$$

En estas ecuaciones P es la presión dividida por la densidad, más el componente diagonal del tensor de Reynolds ($P = p + \frac{2}{3}k$), u_i ($i = 1, 2, 3$) son las componentes de velocidad en coordenadas cartesianas, x_i son las coordenadas cartesianas, J es el jacobiano de la transformación, $\xi_{x_i}^j$ las coordenadas métricas, U^j las componentes contravariantes de la velocidad $U^j = u_i \xi_{x_j}^i$, g^{ij} son las componentes del tensor métrico contravariante $g^{ij} = \xi_{x_k}^i \xi_{x_k}^j$, Re es el número de Reynolds, y el tensor R_{ij} se define como: $R_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial \xi^k} \xi_{x_j}^k$. En todas las ecuaciones anteriores las variables están adimensionalizadas con la profundidad y la velocidad del flujo.

Para el modelo de turbulencia empleamos el enfoque híbrido DES (*detached-eddy simulation*) que utiliza la ecuación del modelo de Spalart y Allmaras (1994) (S-A) como base para su formulación. El modelo S-A (Spalart y Allmaras, 1994) es una ecuación de cierre para el sistema URANS, y consiste en una relación para la variable auxiliar $\tilde{\nu}$, que está relacionada con la viscosidad turbulenta ν_t . El modelo de turbulencia funciona en modo URANS cerca de las paredes sólidas y como LES (*large-eddy simulation*) en el resto del dominio. La limitación del modelo LES es la resolución de las escalas menores de la turbulencia, siendo este el motivo por el que se utiliza donde se esperan gradientes menores en las propiedades del flujo. Las condiciones de borde son velocidad nula en las paredes y una extrapolación de la velocidad para la superficie libre manteniendo su gradiente constante. De esta manera no se genera un esfuerzo de corte adicional. Para más detalles del modelo y la solución numérica se sugiere al lector ver los artículos de Paik et al. (2007) y Escauriaza y Sotiropoulos (2011b,a). Para este caso empleamos una discretización con mallas traslapadas que permiten aumentar la resolución en zonas de interés y adaptarse a la geometría compleja del dominio como se muestra en la figura 5, donde la distancia mínima a la pared se encuentra siempre al interior de la subcapa viscosa de la capa límite con $y^+ < 1$.

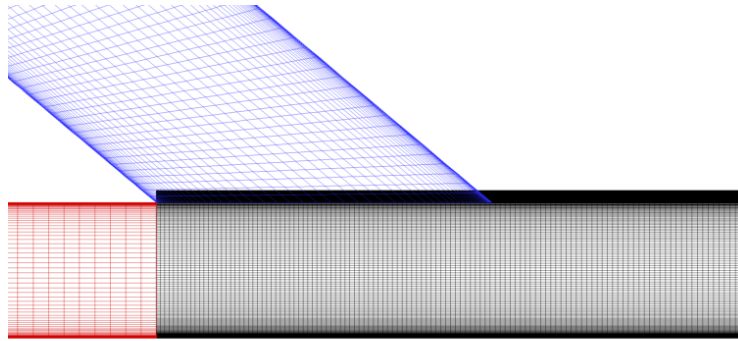


Figura 5: Detalle de la discretización del dominio espacial de la confluencia con 5.6 millones de nodos usando mallas traslapadas y coordenadas generalizadas. La primera capa de nodos se encuentra siempre a una distancia $y^+ < 1$ desde los bordes sólidos para todo el dominio

4. RESULTADOS PRELIMINARES

Inicialmente comparamos la magnitud del campo de velocidad promedio medido en el experimento para el plano ubicado a una altura de 8.0 cm desde el lecho. A pesar de que la imagen de la simulación corresponde a velocidad instantánea, se observa que el modelo numérico captura en detalle las principales características de la hidrodinámica en la zona de la confluencia, como se muestra en la figura 6.

En la figura 6 es visible una zona separada de recirculación del flujo cercano a la pared izquierda de la confluencia (vista hacia aguas abajo). En general, por el lado derecho el flujo presenta una velocidad considerablemente mayor. La penetración del flujo del canal lateral es más evidente en las líneas de corriente obtenidas para el flujo promedio en el plano, que se muestran en la figura 7. Con respecto a la turbulencia controlada por las estructuras coherentes del flujo, se midió en el experimento la energía cinética turbulenta (TKE) que se encuentra graficada en la figura 9. Los resultados muestran que la zona de separación tiene la magnitud más grande de TKE.

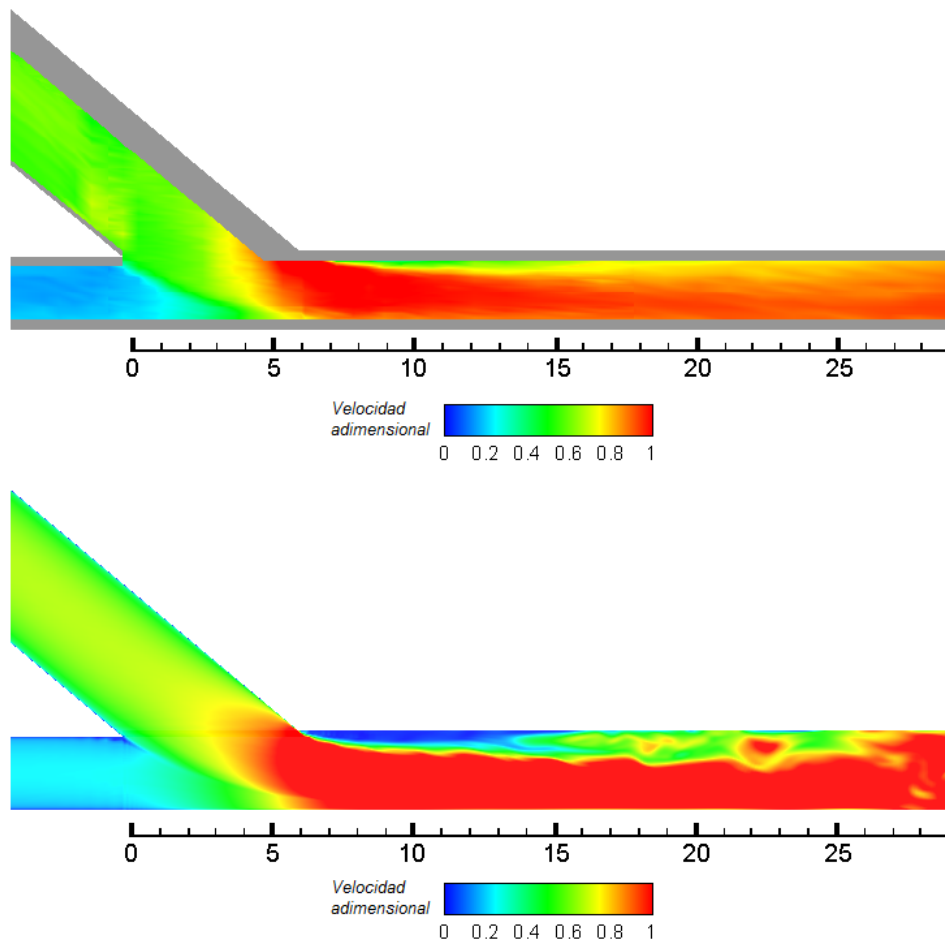


Figura 6: Magnitud de velocidad en un plano a 8.0 cm desde el lecho. El eje de las abscisas ha sido adimensionalizado con la profundidad del cauce (10 cm), mientras que la velocidad se ha escalado con la velocidad media aguas abajo de la confluencia (0.2 m/s). (a) Vista en planta de la velocidad media en los primeros 3 metros del modelo físico. (b) Simulación de velocidad instantánea para el mismo sector.

En la figura 8 se muestran perfiles transversales de la magnitud de velocidad vistos en planta, según datos experimentales de laboratorio. Dichos perfiles se concentran en la zona posterior a la confluencia, y en ellos se observa una reducción considerable de la velocidad en el área cercana a la recirculación. También es visible una recuperación gradual de la homogeneidad de la velocidad en la transversal a medida en que se avanza hacia aguas abajo.

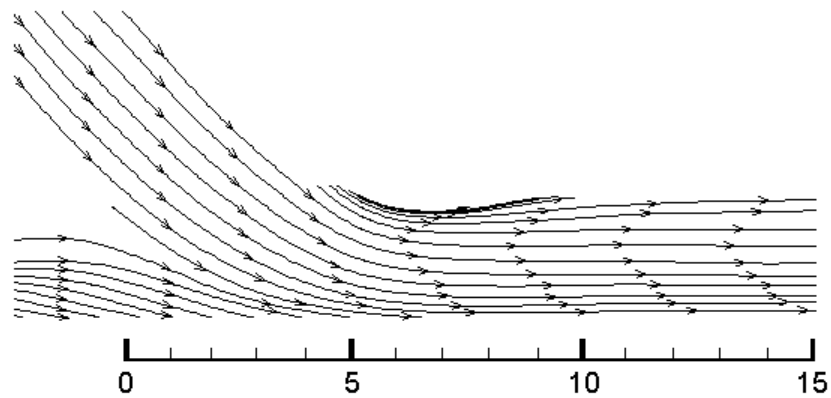


Figura 7: Líneas de corriente para el campo de velocidad promedio obtenido experimentalmente a 8.0 cm desde el lecho. Se evidencia la penetración del canal tributario por sobre el principal. El eje horizontal está adimensionalizado con la profundidad del cauce.

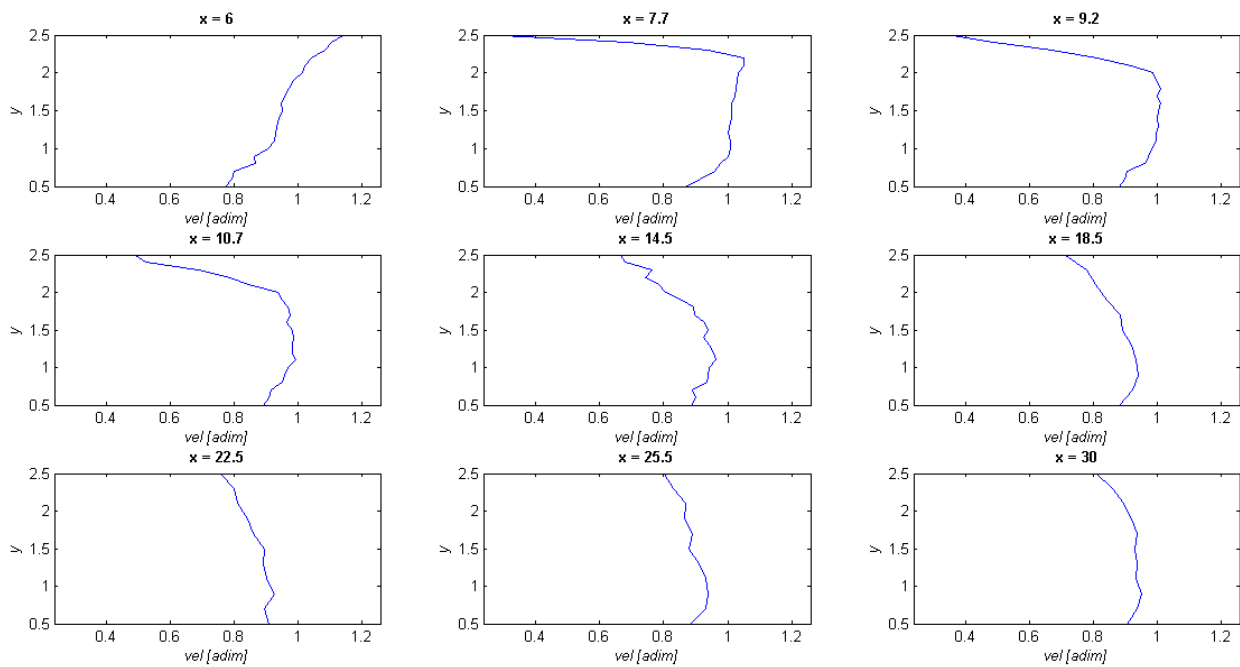


Figura 8: Perfiles transversales de velocidad media vistos en planta, obtenidos en laboratorio a una altura de 8.0 cm del lecho. El primer gráfico ($x = 6$) es el perfil exacto donde comienza el canal recto hacia aguas abajo de la confluencia, con lo que se explica que no exista una disminución de la velocidad en el sector superior de la imagen asociada a la zona de recirculación.

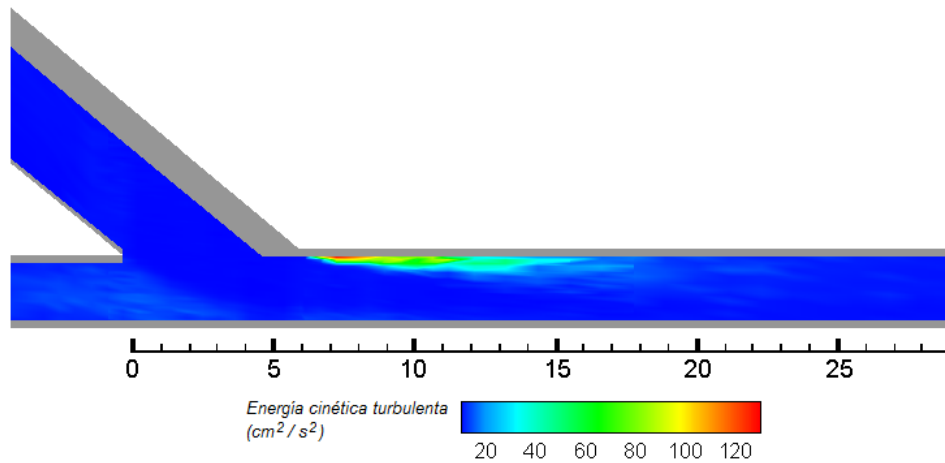


Figura 9: Energía cinética turbulenta (cm^2/s^2). Esta energía asociada a la varianza del campo de velocidad obtenido experimentalmente a 8.0 cm del lecho refleja las zonas en las que existe mayor fluctuación del campo de velocidad.

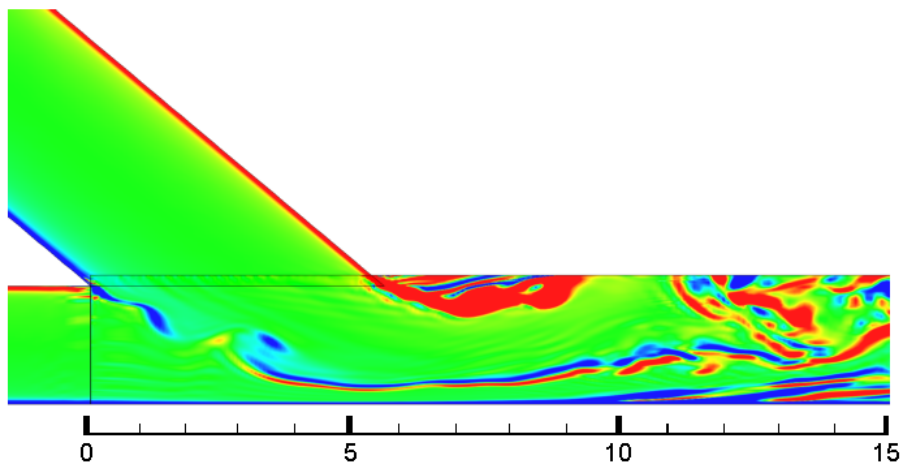


Figura 10: Imagen instantánea de la vorticidad perpendicular al plano, obtenida de la simulación. La existencia de grandes estructuras coherentes en la zona de separación aumentan la energía cinética turbulenta y le otorgan al sistema una mayor capacidad de mezcla, por lo que una distinta geometría influirá en la distribución espacial de concentración de contaminantes.

La zona de mayor turbulencia se encuentra en el sector de recirculación. Ésta se debe esencialmente a la geometría de la confluencia y a la generación de vórtices en la capa de corte que aparece en la zona de separación. Animaciones de vorticidad en esta zona para la simulación del flujo corroboran

que esta zona contiene múltiples escalas espaciales y temporales que incrementan la turbulencia como se observa en la figura 10.

5. DISCUSIÓN

Este estudio consiste en una investigación preliminar de los procesos hidrodinámicos generados por las estructuras coherentes del flujo en la confluencia entre dos canales que presentan una relación significativa de cantidad de movimiento entre los afluentes ($M = 12.8$). Diseñamos un experimento en el laboratorio y realizamos simulaciones numéricas con alta resolución, basado en las mediciones de terreno de la confluencia entre los ríos Azufre y Caracarani. Esta confluencia se caracteriza por procesos químicos que favorecen la formación y sedimentación de partículas con contaminantes, controlados por la hidrodinámica y vórtices que emergen desde las zonas de separación y deflexión del flujo. Las primeras observaciones indican que el modelo numérico puede capturar las características principales del flujo promedio en el laboratorio. A partir de estos resultados, en el futuro realizaremos comparaciones estadísticas de la turbulencia, incluyendo la distribución de energía cinética turbulenta.

Mediciones en terreno mostraron para el río Azufre un pH de 2.22 y una conductividad de 9.36 mS/cm, mientras que en el río Caracarani el pH fue de 8.69 y la conductividad de 1.403 mS/cm. Una vez lograda la mezcla homogénea en la transversal hacia aguas abajo, el pH medido promedio fue de 4.62 y la conductividad promedio de 1.90 mS/cm. Así se corroboró que la mezcla completa ocurre a una distancia menor de 40 veces el ancho del río hacia aguas abajo, lo que se ajusta a los valores existentes en la literatura que proponen un rango entre 25 y 37 para lechos discordantes (ver por ejemplo Biron et al., 2004). Sin embargo esta distancia de mezcla total debe analizarse con precaución, puesto que los componentes aludidos no son trazadores conservativos. El pH y la conductividad pueden presentar cinéticas altamente no lineales, además de presentar cambios a reacciones no consideradas en este análisis. En este caso las utilizamos de forma cualitativa, y sólo con la finalidad de investigar los procesos que determinan la homogeneidad transversal en el cauce. En este estudio se logró capturar las características principales del flujo de una confluencia mediante simulación computacional contrastando resultados con un modelo físico de laboratorio. Comparando ambos procedimientos se obtuvo un campo de velocidad con magnitudes muy similares, visualizando allí la presencia de un área de disminución en la velocidad asociada a una zona de recirculación. Dicha zona también se manifiesta en líneas de corriente graficadas con datos experimentales.

En laboratorio se midió la energía cinética turbulenta, existiendo un aumento de ésta en la zona de recirculación aguas abajo de la confluencia. El máximo valor medido de TKE fue $130.16 \text{ cm}^2/\text{s}^2$. Se estudió la vorticidad del sistema, encontrando grandes estructuras coherentes aguas abajo de la unión de los cauces. La magnitud y ubicación de estas estructuras depende de la geometría del lecho y razón de momento de los flujos. Con futuros experimentos intentaremos entender mejor estos fenómenos.

Si bien factores adicionales pueden afectar la dinámica del flujo en la confluencia, en el presente estudio se han omitido otros parámetros de importancia como la rugosidad del lecho, la granulometría, la diferencia de densidad en los cauces tributarios, variación de temperatura, etc. Estudios

posteriores cubrirán dichos aspectos, sirviendo de valioso complemento al presente trabajo. Con el análisis de las series de tiempo obtenidas tanto en el modelo físico como en las simulaciones computacionales reconoceremos las estructuras periódicas y las distintas escalas de tiempo que explican el problema. Además se realizarán experiencias físicas y computacionales considerando el transporte de contaminantes, desarrollando un modelo acoplado de transporte (advección difusión-reacción) para simular en detalle la interacción entre los procesos físicos y químicos en la confluencia.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al proyecto INNOVA-CORFO 09CN14-5709 “Plan de Mejoramiento y Protección de Recursos Hídricos en el Valle del Río Lluta: Conocimiento Avanzado y Tecnología para la Mitigación, Remediación Ambiental, y Gestión de la Contaminación Hídrica en el Río Azufre”, al proyecto Fondecyt 1100943, y al Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

Referencias

- Best, J. (1988). "Sediment transport and bed morphology at river channel confluences." *Sedimentology*, 35, 481–498.
- Biron, P., Ramamurthy, A., y Han, S. (2004). "Three-dimensional numerical modeling of mixing at river confluences." *Journal of Hydraulic Engineering*, 130(3), 243–253.
- Biron, P., Roy, A., y Best, J. (1996). "Turbulent flow structure at concordant and discordant open-channel confluences." *Experiments in Fluids*, 21, 437–446.
- Escauriaza, C. y Sotiropoulos, F. (2011a). "Lagrangian model of bed-load transport in turbulent junction flows." *J. Fluid Mech.*, 666, 36–76.
- Escauriaza, C. y Sotiropoulos, F. (2011b). "Reynolds number effects on the coherent dynamics of the turbulent horseshoe vortex system." *Flow Turbul. Combust.*, 86, 231–262.
- Paik, J., Escauriaza, C., y Sotiropoulos, F. (2007). "On the bimodal dynamics of the turbulent horseshoe vortex system in a wing-body junction." *Phys. Fluids*, 19, 045107.
- Spalart, P. R. y Allmaras, S. R. (1994). "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows." *Rech. Aerosp.*, 1, 5–21.