

**SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA**

**XX CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA**

**INTERPOLACIÓN DE PRECIPITACIONES EN LA PRECORDILLERA DE CHILE  
CENTRAL MEDIANTE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS**

**MARÍA PÍA JIMÉNEZ<sup>1</sup>  
ALEXANDRA PAZ JACQUIN<sup>2</sup>**

**RESUMEN**

La estimación de la distribución espacial de la precipitación es una importante fuente de incertidumbre en modelación hidrológica. En este estudio, se aplican las técnicas de Kriging Universal y Cokriging Universal en la estimación de precipitaciones mensuales en puntos sin observaciones. La zona de estudio corresponde al sector precordillerano de la cuenca del río Aconcagua, donde se manifiesta evidentemente el efecto de la orografía en las precipitaciones. La interpolación de precipitaciones mensuales fue abordada mediante un modelo que plantea la existencia de doce variables regionalizadas distintas con realizaciones múltiples. La variable secundaria en la aplicación de Cokriging corresponde a la precipitación en otro mes del año, en un intento por incorporar información adicional que permita mejorar la calidad de las estimaciones. En el ajuste de variogramas y variogramas cruzados se utiliza una distancia modificada que permite incorporar explícitamente el carácter orográfico de las precipitaciones. La bondad de las estimaciones de precipitación mensual fue evaluada mediante experimentos de validación cruzada. En general, ambos métodos aplicados son capaces de proveer buenas estimaciones de precipitación mensual en la zona de estudio. Sin embargo, la aplicación de Cokriging Universal es bastante más compleja y no parece justificable, dado la escasa mejora que se logra en la bondad de ajuste de las estimaciones.

---

<sup>1</sup>Tesista, Departamento de Obras Civiles, Universidad Santa María - mail: maria.jimenezt@alumnos.usm.cl

<sup>2</sup>Profesora, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso – mail: alexandra.jacquin@ucv.cl

## 1. INTRODUCCIÓN

La estimación de la distribución espacial de la precipitación es una importante fuente de incertidumbre en modelación hidrológica. La elección de un método de interpolación adecuado es crucial en cuencas caracterizadas por una topografía compleja, en las que frecuentemente existe una alta variación espacial en la altura de precipitación. El problema de la interpolación espacial de la precipitación ha sido estudiado mediante técnicas de variada complejidad, como polígonos de Thiessen, ajuste de polinomios, distancias inversas ponderadas y métodos geoestadísticos (ver e.g. Borrough y McDonell, 1998; Sen, 2009).

Este trabajo presenta la aplicación de métodos geoestadísticos de tipo kriging en la interpolación de alturas de precipitación mensual en una cuenca andina de Chile Central. Las técnicas de kriging permiten interpolar variables regionalizadas, proporcionando estimadores insesgados y que a su vez minimizan la esperanza del error cuadrático. Se ha observado que si bien las técnicas de kriging no siempre obtienen las mejores estimaciones punto a punto del espacio, la aplicación de una variante de kriging adecuada para las características del problema produce estimaciones robustas (Tabios y Salas, 1985; Haberlandt y Kite, 1998; Ruelland et al., 2008). En este estudio se aplican dos variantes del método kriging, a saber, Kriging Universal (KU) y Cokriging universal (CU). Con el propósito de analizar y comparar el comportamiento de KU y CU, se realizan experimentos de validación cruzada.

## 2. MÉTODOS GEOESTADÍSTICOS UTILIZADOS

La geoestadística tiene como objeto de estudio las variables regionalizadas, es decir, las variables definidas en el espacio que varían localmente de forma errática, pero según una estructura organizada a escala global (Emery, 2001). Como proceso estocástico, las variables regionalizadas pueden ser vistas como una realización de una función aleatoria  $Z$  que asigna simultáneamente el valor de la variable aleatoria  $Z(\vec{x})$  correspondiente a cada punto del espacio  $\vec{x}$ . Una variable regionalizada queda caracterizada por la variación en el espacio de su esperanza  $E[Z(\vec{x})]$ , llamada deriva, y su varianza  $VAR[Z(\vec{x})]$ , además de la covarianza  $COV[Z(\vec{x}_i), Z(\vec{x}_j)]$ . Cuando la esperanza es constante en el espacio y además la covarianza solamente depende de  $\vec{h}_{ij} = \vec{x}_i - \vec{x}_j$  para cualquier par de puntos del dominio  $\vec{x}_i, \vec{x}_j$ , la variable regionalizada se dice homogénea de segundo orden. Esta hipótesis facilita la aplicación de técnicas geoestadísticas, pero es bastante restrictiva. Alternativamente, puede usarse la hipótesis menos exigente de que el variograma

$$\gamma(\vec{x}_i, \vec{x}_j) = \frac{1}{2} VAR[Z(\vec{x}_i) - Z(\vec{x}_j)] \quad (1)$$

es homogéneo, es decir, solamente dependiente del vector distancia  $\vec{h}_{ij}$ .

En este estudio se aplican las técnicas geoestadísticas de Kriging Universal (KU) y Cokriging Universal (CU), apropiadas para variables regionalizadas con una deriva espacial y variograma homogéneo. En el método de KU se asume que la deriva espacial puede ser aproximada por una combinación lineal de funciones base  $f^l$ , es decir,

$$E[Z(\vec{x}_i)] = \sum_{l=0}^p f^l(\vec{x}_i) a^l \quad (2)$$

en que la función base  $f^0$  corresponde a la función constante igual a 1. El valor de  $Z$  en un punto  $\vec{x}_0$  sin información es estimado mediante la suma

$$Z^*(\vec{x}_0) = \sum_{i=1}^n Z(\vec{x}_i) \lambda^i \quad (3)$$

en que las cantidades  $Z(\vec{x}_i)$  corresponden a observaciones en  $n$  puntos vecinos y las cantidades  $\lambda^i$  representan coeficientes que dependen de la ubicación de  $\vec{x}_0$  y de los puntos de medición  $\vec{x}_i$ . Puede demostrarse (ver e.g. Emery 2001; Sen, 2009) que imponiendo la condición de ausencia de sesgo y minimizando la varianza de la estimación, se llega al sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} \gamma(\vec{x}_1 - \vec{x}_0) \\ \vdots \\ \gamma(\vec{x}_n - \vec{x}_0) \\ f^0(\vec{x}_0) \\ \vdots \\ f^p(\vec{x}_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(\vec{x}_1 - \vec{x}_1) & \cdots & \gamma(\vec{x}_1 - \vec{x}_n) & f^0(\vec{x}_1) & \cdots & f^p(\vec{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(\vec{x}_n - \vec{x}_1) & \cdots & \gamma(\vec{x}_n - \vec{x}_n) & f^0(\vec{x}_n) & \cdots & f^p(\vec{x}_n) \\ f^0(\vec{x}_1) & \cdots & f^0(\vec{x}_n) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f^p(\vec{x}_1) & \cdots & f^p(\vec{x}_n) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^1 \\ \vdots \\ \lambda^n \\ \mu^0 \\ \vdots \\ \mu^p \end{bmatrix} \quad (4)$$

que permite determinar los valores de los coeficientes  $\lambda^i$ .

La técnica de CU permite complementar la información sobre la variable principal  $Z_k(\vec{x})$  con la contenida en variables secundarias. El estimador de CU de la variable  $Z_k$  en un punto sin observaciones  $\vec{x}_0$  se obtiene de la relación

$$Z_k^*(\vec{x}_0) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^n Z_m(\vec{x}_i) \lambda_{m,k}^i, \quad (5)$$

en que  $M$  corresponde al número de variables que intervienen en el problema (incluida  $Z_k$ ), y  $\lambda_{m,k}^i$  representa el factor de ponderación de la variable  $Z_m$  en la estación  $\vec{x}_i$ . Tal como en el caso del método de KU, los factores  $\lambda_{m,k}^i$  son obtenidos a partir de un sistema de ecuaciones lineales que resulta de imponer la condición de ausencia de sesgo y mínima varianza del estimador (ver e.g. Myers, 1982; Emery, 2001). Además de las ordenadas de los variogramas de las variables de la ecuación (5) y de los valores de las funciones base, los coeficientes de este sistema de ecuaciones incluyen las ordenadas de los variogramas cruzados, definidos como

$$\gamma_{r,m}(\vec{x}_i, \vec{x}_j) = \frac{1}{2} COV \left[ \left( Z_r(\vec{x}_i) - Z_r(\vec{x}_j) \right), \left( Z_m(\vec{x}_i) - Z_m(\vec{x}_j) \right) \right], \quad (6)$$

los que se suponen función de  $\vec{h}_{ij} = \vec{x}_i - \vec{x}_j$ .

### 3. LA PRECIPITACIÓN MENSUAL COMO VARIABLE REGIONALIZADA

En la mayoría de las aplicaciones de kriging en estimación de precipitaciones corresponden a fenómenos en que existe una única realización del proceso estocástico asociado (Goovaerts, 2000; Subyani, 2004; Dussaubat et al., 2005), o al menos se usa este enfoque en la construcción de variogramas muestrales (Haberlandt y Kite, 1998; Ruelland et al., 2008). En consecuencia, las ordenadas del variograma son estimadas mediante el estimador tradicional proveniente del cálculo de desviaciones cuadráticas entre pares de puntos de medición (ver e.g. Emery, 2001; Sen, 2009). Sin embargo, puede demostrarse que a menos que la esperanza  $E[Z(\vec{x})]$  de la variable regionalizada sea constante en el espacio, estas estimaciones están sesgadas incluso cuando el análisis variográfico es realizado sobre los residuos  $Y(\vec{x}) = Z(\vec{x}) - E[Z(\vec{x})]$ , si éstos son calculados usando una estimación de la deriva en lugar de la deriva verdadera (Emery, 2001). Esta situación constituiría un problema para el análisis variográfico de precipitaciones mensuales en la zona de estudio, pues existe claridad respecto a la existencia de una deriva y se desconoce su valor real.

Usando un enfoque que permite evitar esta dificultad, se supondrá que la precipitación de cada mes del año está asociada a una variable regionalizada distinta y que cada año de estadística corresponde a una nueva realización de este mismo proceso estocástico (Jacquin, 2001). Por lo tanto, para cada mes del año se buscan estimaciones de las ordenadas del variograma correspondientes a vectores distancia  $\vec{h}_{ij} = \vec{x}_i - \vec{x}_j$ , usando simultáneamente la información de todos los años de estadística  $T$ . Para ello se utiliza la estimación del variograma muestral

$$\gamma^*(\vec{h}_{ij}) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T-1} \sum_t [(Z^t(\vec{x}_i) - \overline{Z(\vec{x}_i)}) - (Z^t(\vec{x}_j) - \overline{Z(\vec{x}_j)})]^2 \right), \quad (7)$$

que es análoga a la planteada por Tabios y Salas (1985) para el caso de precipitaciones anuales, excepto que en este caso se usa el estimador insesgado de la varianza  $VAR[Z(\vec{x}_i) - Z(\vec{x}_j)]$ . Para poder estimar las ordenadas del variograma de cada mes en todo el dominio y proceder a la aplicación de las técnica de KU, se ajusta un modelo teórico Gaussiano con efecto pepita (ver e.g. Emery, 2001; Sen, 2009) a las nubes de puntos resultantes de la aplicación de la ecuación (7).

En la aplicación del método de CU para la estimación de precipitaciones de un mes específico  $k$  se utilizará la precipitación de otro mes del año  $m$  como variable auxiliar, en un intento por incorporar información adicional que permita mejorar la calidad de las estimaciones. Sin embargo, el ajuste de variogramas cruzados (necesarios para la aplicación de CU) presenta la dificultad de que no existen modelos teóricos. Además, los variogramas cruzados incluso pueden presentar valores negativos, a diferencia de los variogramas (Myers, 1982). A pesar de lo anterior, es posible construir un variograma cruzado utilizando la variable auxiliar (Myers, 1982)

$$W(\vec{x}) = Z_r(\vec{x}) + Z_m(\vec{x}), \quad (8)$$

la cual tiene su propio variograma  $\gamma_{w,w}(\vec{h}_{ij})$ . Una vez calculados los variogramas muestrales y ajustados los modelos teóricos para  $\gamma_{w,w}(\vec{h}_{ij})$ ,  $\gamma_{r,r}(\vec{h}_{ij})$  y  $\gamma_{m,m}(\vec{h}_{ij})$ , el variograma cruzado se obtiene de la relación

$$\gamma_{r,m}(\vec{h}_{ij}) = \frac{1}{2}\{-\gamma_{r,r}(\vec{h}_{ij}) - \gamma_{m,m}(\vec{h}_{ij}) + \gamma_{w,w}(\vec{h}_{ij})\}. \quad (9)$$

La dificultad que presenta este modelo es que una vez ajustados los variogramas individuales y cruzados, se debe verificar la desigualdad de Hölder (Myers, 1982), dada por

$$\left(\gamma_{r,m}(\vec{h}_{ij})\right)^2 \leq \gamma_{r,r}(\vec{h}_{ij}) \gamma_{m,m}(\vec{h}_{ij}), \quad (10)$$

lo que en este trabajo se logra gráficamente.

Habitualmente, las aplicaciones de kriging en interpolación de precipitaciones no consideran explícitamente el efecto de la cota en la variografía, pues el vector posición está definido en el plano (Tabios y Salas, 1985; Goovaerts, 2000; Subyani, 2004; Dussaubat et al., 2005; Ruelland et al., 2008). En este estudio, se incorpora esta fuente de anisotropía en la estructura de variación espacial de la precipitación mensual en la forma propuesta por Jacquin (2001). Primeramente, se considera que el efecto orográfico de las precipitaciones se manifiesta fundamentalmente sobre una cota umbral  $z_{umbral} = 1000[m\text{snm}]$ , lo cual concuerda con los análisis de precipitación media mensual en función de la cota en la zona de estudio realizados. De esta forma, la cota efectiva  $\tilde{z}$  de cada estación está definida por

$$\tilde{z} = \text{Máx}(z, z_{umbral}). \quad (11)$$

Además, se postula la existencia de una anisotropía geométrica y se define una medida de distancia modificada  $d$ . En el cálculo de la distancia modificada entre puntos del terreno se incorpora un factor de escala  $\lambda$  y un factor de importancia vertical  $s$ , de forma que la distancia modificada entre estaciones queda dada por

$$d(\vec{x}_i, \vec{x}_j) = \sqrt{(1-s)\{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2\} + s \cdot \lambda^2 \cdot (\tilde{z}_i - \tilde{z}_j)^2}, \quad (12)$$

en que  $\lambda = 100$  permite transformar las distancias verticales a una escala similar a las distancias horizontales entre las estaciones de medición, y el factor de importancia vertical  $s$ ,  $0 \leq s \leq 1$ , varía según la estructura presentada por los datos de cada mes del año. Si el factor de importancia vertical  $s$  adquiere valores cercanos a la unidad, entonces la dispersión espacial depende principalmente de la diferencia de cotas. En cambio, este factor toma valores próximos a cero cuando la dispersión espacial está fuertemente ligada a la distancia proyectada sobre un plano horizontal.

#### 4. CASO DE ESTUDIO

La zona de estudio está ubicada en la cuenca alta del río Aconcagua. Ésta es una cuenca de montaña con un régimen de precipitaciones fuertemente influenciado por la orografía y una red pluviométrica muy poco densa. Esta situación dificulta enormemente la estimación de la distribución espacial de la precipitación, tarea necesaria en ejercicios de modelación de la relación precipitación-escorrentía. Por otra parte, la precipitación en la zona tiene carácter

estacional, tanto respecto al promedio histórico de las precipitaciones mensuales como respecto a la estructura de variación espacial de los campos de precipitación mensual.

La tabla 1 muestra las estaciones pluviométricas utilizadas en el estudio, su cota y su precipitación media anual para el período 1964-2000, usado en el análisis. Como puede verse, la precipitación media no es constante en el espacio, fundamentalmente como resultado del efecto de la orografía sobre la precipitación. Las estaciones pluviométricas consideradas están ubicadas entre los 70°17' y 70°43' longitud Oeste y 32°44' y 32°55' latitud Sur. La figura 1 muestra la distribución espacial de estas estaciones pluviométricas. Las estaciones de cota más alta, a saber, Riecillos y Saladillo, son utilizadas como puntos de control en experimentos de validación cruzada (ubicación indicada en rojo en la figura 1).

Tabla 1: Estaciones pluviométricas, cota y precipitación media anual.

Número	Estación	Cota [m.s.n.m]	Precipitación anual [mm]
1	San Felipe	640	217
2	Curimón	710	227
3	San Esteban	830	224
4	Calle Larga	880	220
5	Los Andes	820	255
6	Rinconada de los Andes	850	201
7	Vilcuya	1100	355
8	Riecillos	1290	463
9	Saladillo	1420	553

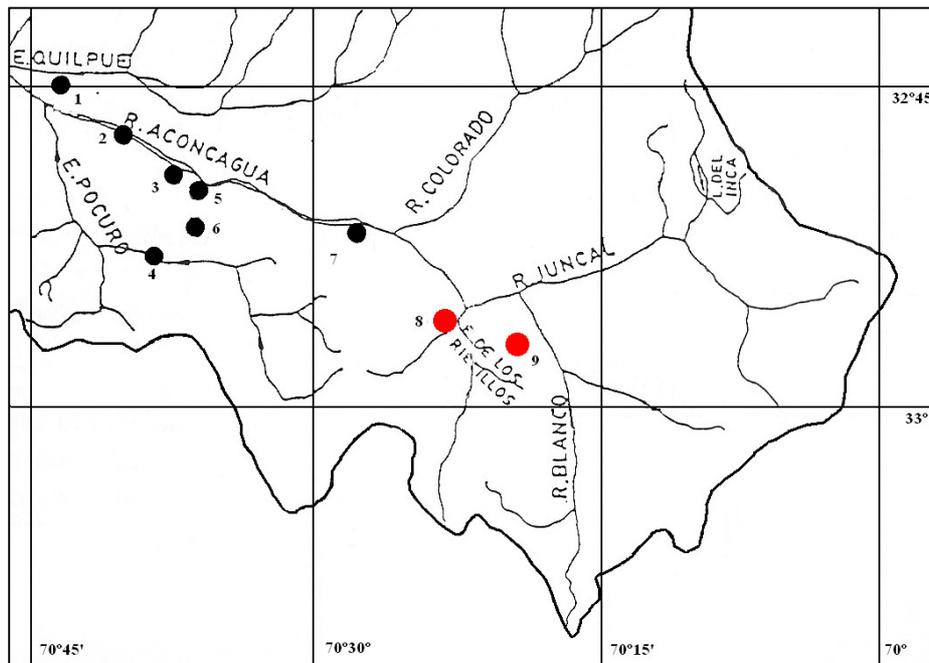


Figura 1: Ubicación de las estaciones pluviométricas utilizadas en el estudio.

## 5. VARIOGRAMAS EXPERIMENTALES

Según se explicó en la sección 3, se ajustan modelos de tipo Gaussiano a los variogramas, muestrales obtenidos a partir de los datos. A modo de ejemplo, las figuras 2 y 3 muestran los variogramas experimentales de la precipitación mensual de julio y febrero. Asimismo, las figuras 4 y 5 muestran los variogramas experimentales de la variable auxiliar  $W$  de estos mismos meses.

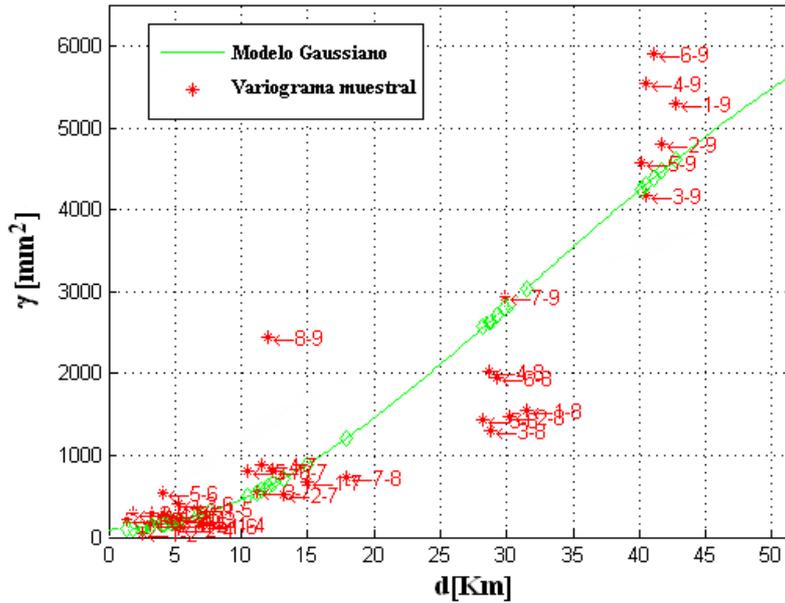


Figura 2. Variograma de la precipitación mensual de julio.

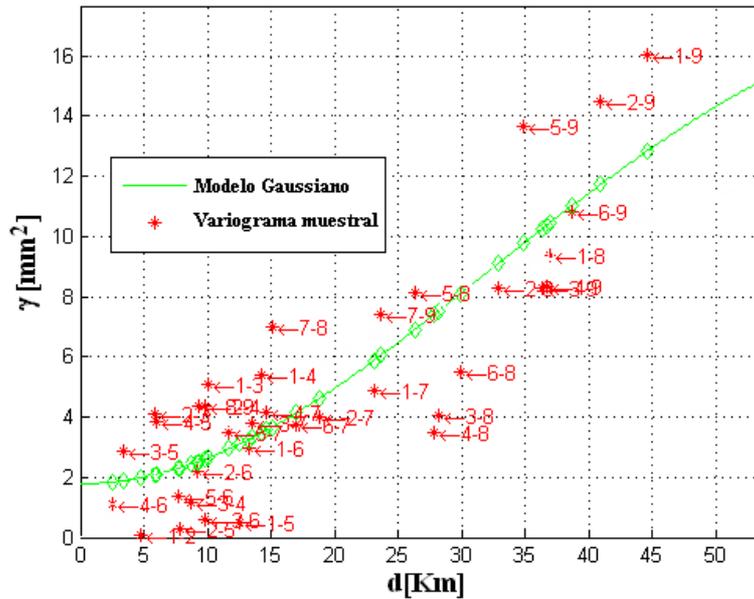


Figura 3. Variograma de la precipitación mensual de febrero.

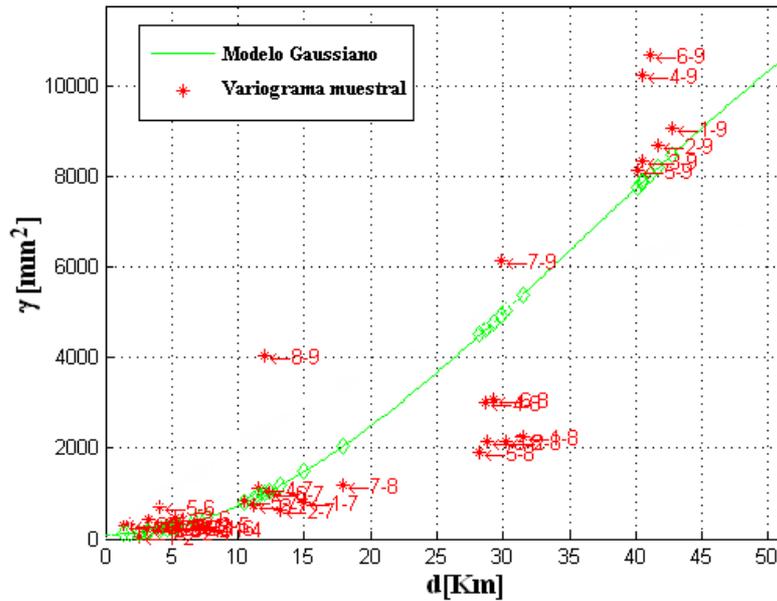


Figura 4. Variograma de la variable W de julio.

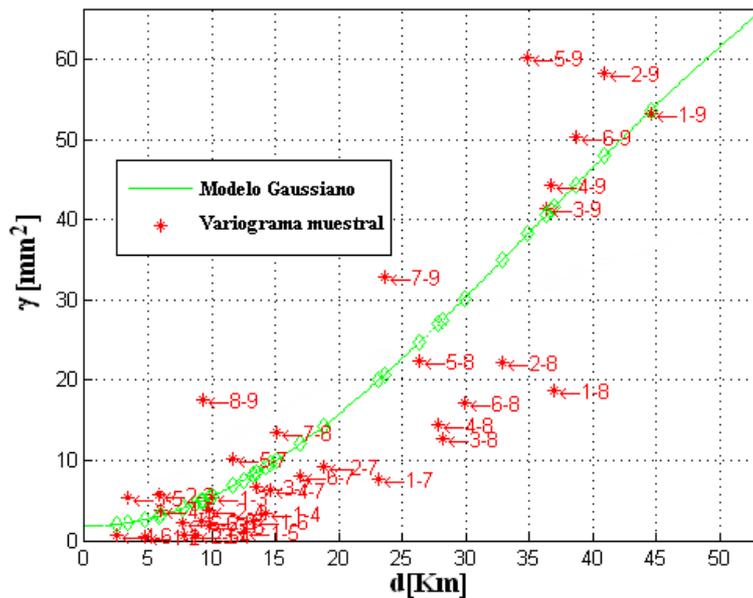


Figura 5. Variograma de la variable W de febrero.

En términos generales, los variogramas se ajustan relativamente bien al modelo planteado. Se observa que los puntos del variograma efectivamente evidencian un comportamiento monótonicamente creciente, un punto de inflexión, y un efecto pepita que puede o no estar presente. Lamentablemente, las ordenadas del variograma experimental no alcanzan el valor de la meseta y sólo se observa la parte creciente del modelo. El factor de importancia vertical  $s$  utilizado en los variogramas de julio es 0.8 (figura 2 y 4), lo que indica que la cota es el elemento dominante en la dispersión espacial de la precipitación en ese mes. Por el contrario, el valor de  $s$  utilizado en los variogramas de febrero es 0.3 (figuras 3 y 5), lo que sugiere que las distancias

horizontales son más importantes en este caso. Finalmente, el cumplimiento de la desigualdad de Hölder es comprobado visualmente mediante gráficos como el de la figura 6.

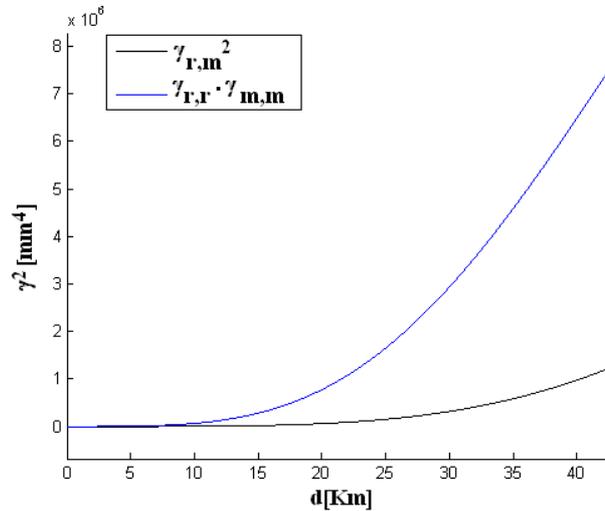


Figura 6. Verificación del cumplimiento de la desigualdad de Hölder en julio.

## 6. EXPERIMENTOS DE VALIDACIÓN CRUZADA

La bondad de las estimaciones de precipitación mensual obtenidas con los métodos descritos en la sección 2 es evaluada mediante experimentos de validación cruzada en que los datos de cada estación pluviométrica escogida (una a la vez) son eliminados temporalmente de la base de datos. De esta forma, las técnicas de KU y CU son aplicadas para estimar las precipitaciones mensuales de dos de las estaciones de la zona en estudio: Riecillos y Saladillo. En cada experimento de validación cruzada se estima la precipitación mensual en una de estas estaciones, usando los datos de las ocho restantes. El primer caso corresponde a una interpolación, pues la estación Riecillos está ubicada al este de Vilcuya y al oeste de Saladillo con una cota intermedia entre las de estas estaciones. Por el contrario, la estimación de las precipitaciones mensuales de Saladillo es realmente una extrapolación de información, dado que Saladillo es la estación de cota más alta y está ubicada en el extremo este de la zona de estudio.

La bondad de ajuste de las estimaciones es evaluada mediante una serie de medidas de bondad de ajuste, todas calculadas para cada mes del año en forma separada. Primeramente, se utiliza el coeficiente de eficiencia  $R^2$  de Nash y Sutcliffe (1970), definido por

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_t (Z^t(\vec{x}_o) - Z^{t*}(\vec{x}_o))^2}{\sum_t (Z^t(\vec{x}_o) - \overline{Z(\vec{x}_o)})^2}, \quad (13)$$

en que  $\overline{Z(\vec{x}_o)}$  corresponde al promedio histórico de las observaciones. Además, se calcula el error cuadrático medio relativo (ECMR), dado por

$$ECMR = \frac{\frac{1}{T} \sum_t \left( Z^t(\vec{x}_o) - Z^{t*}(\vec{x}_o) \right)^2}{\overline{Z(\vec{x}_o)}^2}, \quad (14)$$

Finalmente, se calcula el error medio relativo (EMR) según

$$EMR = \frac{\frac{1}{T} \sum_t \left( Z^t(\vec{x}_o) - Z^{t*}(\vec{x}_o) \right)}{\overline{Z(\vec{x}_o)}}. \quad (15)$$

El objetivo perseguido al utilizar *ECMR* y *EMR* en lugar de los criterios más tradicionales de error cuadrático medio y el error medio, respectivamente, es la comparación de las medidas de error obtenidas en meses lluviosos y meses secos.

En general, las estimaciones de precipitación obtenidas con *KU* y *CU* son relativamente cercanas a las observaciones. Según muestra la figura 7, en la mayoría de los casos el coeficiente de eficiencia  $R^2$  es mayor que 0.7, a excepción de las estimaciones de precipitación mensual de septiembre, octubre, enero y marzo en Saladillo. Además, los resultados mostrados en la figura 7 indican que los coeficientes  $R^2$  obtenidos en la estimación de la precipitación en Riecillos en algunos casos son bastante mayores que los obtenidos en Saladillo, lo que no resulta sorprendente al recordar que el caso de Saladillo corresponde a una extrapolación espacial de información. Las figuras 7 y 8 muestran la técnica de *KU* y el *CU* entregan valores similares de  $R^2$  y *ECMR* a lo largo del año. Aunque no es evidente una variación estacional estructurada en los coeficientes de eficiencia  $R^2$ , puede observarse que los valores de *ECMR* son mayores entre diciembre y marzo.

Por otra parte, si bien los valores de *EMR* de los dos métodos son muy similares durante los meses más lluviosos (mayo-septiembre), se observa un deterioro en los valores de *EMR* si se utiliza *KU* en lugar de *CU* en algunos meses secos (octubre-abril). Esta situación es especialmente evidente en el caso de la estimación de la precipitación de Saladillo. En todo caso, los valores de *EMR* obtenidos no superan el 20% en valor absoluto, indicando que el sesgo introducido al estimar la precipitación mensual mediante *KU* y *CU* es moderado.

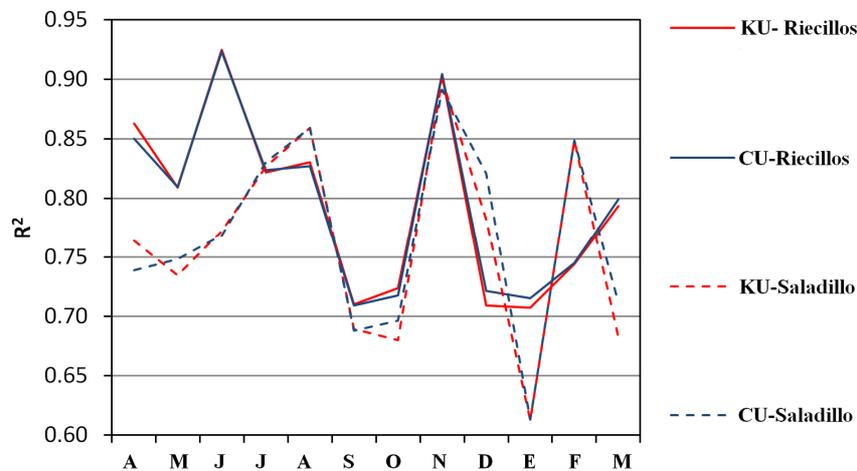


Figura 7. Coeficientes de eficiencia ( $R^2$ ).

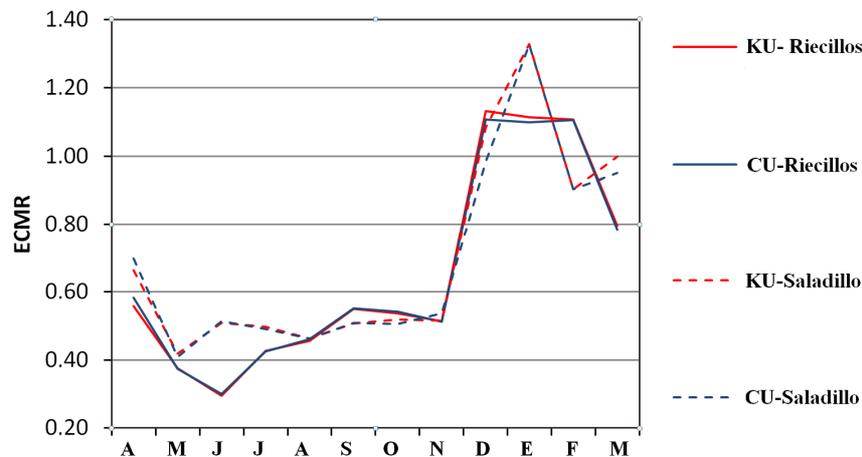


Figura 8. Errores cuadráticos medios relativos (ECMR).

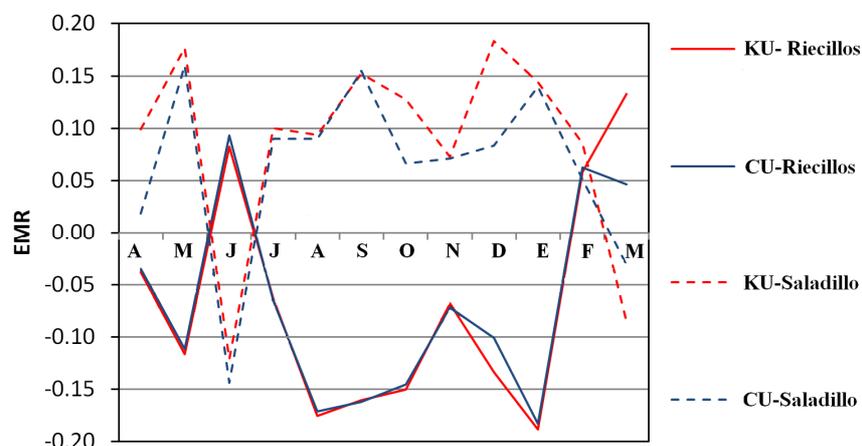


Figura 9. Errores medios relativos (EMR).

## 7. CONCLUSIONES

En terrenos montañosos es difícil interpolar precipitaciones con buena precisión a través de métodos tradicionales, debido al efecto orográfico que se produce en los sectores de mayor altura. En este estudio, se aplicaron las técnicas de KU y CU en la estimación de precipitaciones mensuales en puntos sin observaciones en el sector precordillerano de la cuenca del río Aconcagua. La interpolación de precipitaciones mensuales fue abordada mediante un modelo que plantea la existencia de doce variables regionalizadas distintas, de las cuales existen múltiples realizaciones. En el ajuste de variogramas y variogramas cruzados se utilizó una distancia modificada para considerar la anisotropía del fenómeno, la cual permitió incorporar el carácter orográfico de las precipitaciones en el análisis estructural.

La bondad de las estimaciones de precipitación mensual fue evaluada mediante experimentos de validación cruzada en dos puntos de control. En general, tanto el método de KU como el CU son capaces de proveer buenas estimaciones de precipitación mensual en la zona de estudio. Los valores de  $R^2$  y ECMR de ambos métodos son similares. Sin embargo, la aplicación de CU en

lugar de KU permite algunas mejoras en los valores de EMR durante el período seco (octubre a abril). Dada la gran complejidad de la aplicación de CU, esta modesta mejora no parece justificar la aplicación de CU en lugar de KU, al menos en la forma planteada en este estudio. En definitiva, los resultados muestran que las técnicas de kriging constituyen una alternativa viable para la interpolación de precipitación mensual, incluso en áreas montañosas y con una red pluviométrica poco densa.

## AGRADECIMIENTOS

Se agradece el financiamiento entregado por el Proyecto Fondecyt 1110279.

## REFERENCIAS

Burrough, P.A., y R.A. Mc. Donnel. 1998. Principles of Geographical Information Systems. Segunda Edición, Oxford University Press, Oxford, Inglaterra.

Dussaubat, S., X. Vargas, y J. Ortiz. 2005. Estimación de la variabilidad espacial de eventos de precipitación usando métodos geoestadísticos. XVII Congreso Chileno de Hidráulica, Valparaíso, 5-7 Octubre 2005.

Emery, X. Géostatistique Linéaire. Centre de Géostatistique, École de Mines de Paris Fontainebleau, Francia.

Haberlandt, U., y G.W. Kite. 1998. Estimation of daily space-time precipitation series for macroscale hydrological modelling. Hydrological Processes., 12(9), 1419-1432.

Goovaerts, P. 2000. Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. Journal of Hydrology, 228, 113-129.

Jacquin, A.P. 2001. Interpolación espacial de precipitaciones mensuales mediante krigeado puntual. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso.

Myers, D. 1982. Matrix formulation of co-kriging. Mathematical Geology, 14, 249-257.

Nash, J.E., y J.V. Sutcliffe. 1970. River flow forecasting through conceptual models, Part I-A discussion of principles. Journal of Hydrology, 10, 282-290.

Ruelland, D., S. Ardoin-Bardin, G. Billen, y E. Servat. 2008. Sensitivity of a lumped and semi-distributed hydrological model to several methods of rainfall interpolation on a large basin in West Africa. Journal of Hydrology. 361(1-2), 96-117.

Sen, Z. 2009. Spatial Modeling Principles in Earth Sciences. Springer, Dordrecht, Países Bajos.

Subyani, A.M. 2004. Geostatistical study of annual and seasonal mean rainfall patterns in southwest Saudi Arabia. Hydrological Sciences Journal. 49(5), 803-817.

Tabios, G., y J.D. Salas. 1985. A comparative analysis of techniques for spatial interpolation of rainfall. Journal of the American Water Resources Association. 21(3), 365-380.