SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERIA HIDRAULICA XIX CONGRESO CHILENO DE HIDRAULICA

DISEÑO DE SISTEMAS DE TRANSPORTE DE FLUIDOS BINGHAM A ESCALA INDUSTRIAL. PROBLEMAS DE SCALING UP

FERNANDO CALLE G.¹
ANDREA GONZÁLEZ C.²
LORENA FERNÁNDEZ³
RAMÓN FUENTES A.⁴

RESUMEN

Los sistemas de transporte en fluidos no-newtonianos a nivel industrial son complejos, y durante su diseño, presentan un alto grado de incertidumbre. Para minimizar este efecto, se ha optado por el análisis a través de modelos físicos que permitan reproducir las características más importantes del flujo. Se presenta el desarrollo teórico del escalamiento (scaling-up) realizado para el diseño de dos modelos físicos para el transporte de relaves de alta densidad, los que presentan un comportamiento reológico de tipo Bingham. El primero presenta el dimensionamiento de un sistema de transporte en tubería en presión y el segundo, una canaleta rectangular a superficie libre. De los resultados obtenidos se visualizan dos problemas en el escalamiento: las condiciones reológicas de un mismo fluido hacen que su régimen de escurrimiento varíe rápidamente entre un régimen laminar a uno en transición con pequeños cambios operacionales, lo que provoca inestabilidades en el flujo. Un segundo problema visualizado indica que para obtener flujo turbulento en fluidos que presenten una tensión de fluencia considerable se requiere que las escalas de longitud utilizadas sean grandes.

¹ Ing. Civil Universidad de Chile. Ingeniero Especialista JRI Ingeniería S.A.

² PhD Universidad de California, Davis. Área Innovación y Desarrollo, JRI Ingeniería S.A.

³ Msc Universidad de Chile. Ingeniera Especialista de JRI Ingeniería S.A.

⁴ Dr. en Física, Universidad de Grenoble. Consultor Internacional, JRI Ingeniería S.A

1. Introducción

En el diseño industrial de un sistema de transporte hidráulico, el régimen del flujo y las pérdidas de carga son las que determinan en gran medida la forma de conducción (gravitacional o en presión). Lo anterior, junto con las solicitaciones de equipos de impulsión, tuberías, válvulas y otros elementos de piping, repercuten directamente en los costos de dichas instalaciones. En el caso de fluidos de comportamiento reológico newtoniano, como el agua y el aire, existen expresiones teóricas y empíricas ampliamente probadas en la industria que minimizan las incertidumbres respecto a los costos.

En la actualidad existen nuevas aplicaciones y/o innovaciones de sistemas de transporte hidráulico, que involucran fluidos con comportamientos reológicos no-newtonianos que generan interesantes expectativas a nivel industrial. No obstante el proceso de transferencia tecnológica genera gran incertidumbre de la real aplicabilidad de las nuevas aplicaciones e innovaciones a nivel industrial y de sus costos asociados.

Dadas las características propias del fluido a transportar resulta conveniente contar con datos experimentales, obtenidos de modelos físicos, que reduzcan el nivel de incertidumbre y el riesgo de un determinado proyecto. Pero ¿qué escala una experiencia piloto es útil para definir los parámetros de diseño y operación a nivel industrial?

Restricciones operacionales de estos flujos pueden hacer que los modelos físicos presenten un tamaño tal que, de por sí, sean considerados como una instalación industrial. Las dificultades mayores están relacionadas con establecer los parámetros hidráulicos necesarios de modelar el fenómeno a nivel de modelo físico y/o planta piloto, para su posterior escalamiento a nivel industrial, así como la posibilidad de relajar algunas condiciones de similitud que permitan un diseño de dimensiones razonables.

Un claro ejemplo del problema del tamaño del escalamiento de nuevas tecnologías a nivel industrial es el que experimenta la Gran Minera Chilena. Los volúmenes de tratamiento de minerales y producción en este tipo de faenas mineras han llevado a esta área de la industria del cobre a problemas de "gigantismo". Las mayores faenas mineras chilenas tienen magnitudes de tratamiento superiores a 70 KTPD⁵, de los cuales cerca del 97% constituye material de descarte. Éste proviene principalmente de los procesos de concentración de cobre, utilizando agua como medio para el transporte de partículas, a concentraciones cercanas al 40% en peso. Este descarte sólido-líquido se le conoce como "relave", que luego será transportado a alguna unidad de disposición final. Este tipo de unidades comúnmente se les denomina "tranque de relave".

A concentraciones menores a 40% en peso y bajo condiciones de alta agitación interna, el relave presenta un comportamiento reológico que no se aleja mucho de newtoniano. La viscosidad aumenta continuamente a medida que la concentración en peso aumenta.

Dada la escasez de recursos hídricos en la zona norte de Chile, lugar en que se concentra la mayor parte de las faenas mineras, la industria ha ido introduciendo nuevas tecnologías para disminuir el contenido de agua en los relaves (aumentando la concentración en peso)

⁵ KTPD: Miles de toneladas métricas de sólido seco al día

⁶ El término inglés corresponde a "tailing dam". En Perú se les conoce como "relaveras".

llegando a magnitudes cercanas al 60%. Incluso existen experiencias industriales a nivel mundial que alcanzan niveles de concentraciones en peso en torno al 70%. Bajo estas condiciones, la mezcla agua-sólidos deja de tener un comportamiento reológico del tipo newtoniano. Se observa con frecuencia que la mezcla tiene un umbral de fluencia (τ_f) considerable para luego comenzar a deformarse linealmente con el esfuerzo de corte proporcionado sobre el fluido. En otras palabras, presenta un comportamiento reológico del tipo Bingham.

Bajo estas nuevas condiciones de escurrimiento, y dadas las características propias de mineral transportado (mineralogía, pH, granulometría, etc.) la determinación de las pérdidas de carga en el sistema requieren de experimentación a través de modelos físicos. Es aquí donde un adecuado análisis de scaling-up toma relevancia al momento de construir y operar modelos físicos y plantas pilotos para conocer las incertidumbres que generan estas técnicas en su aplicación industrial.

En el presente documento se realiza un desarrollo teórico de escalamiento de un sistema de transporte de un fluido tipo Bingham, considerando su directa aplicación a problemas presentados en la Gran Minería Nacional. Se presentan dos casos de estudios, una conducción a superficie libre (canaleta) y una conducción en presión (tubería), entregando los parámetros hidráulicos más relevantes. Utilizando datos operacionales usuales en las faenas mineras se dimensionan en forma aproximada los modelos físicos requeridos para el escalamiento de los prototipos industriales.

2. Análisis Dimensional

Utilizando el teorema de Vaschy-Buckingham o teorema π de Buckingham, es posible realizar un análisis dimensional al problema del transporte de un fluido Bingham (Fuentes, 2002). Se consideran 2 tipos de sistemas de transporte: tuberías operando a presión y canaletas rectangulares operando a superficie libre.

Para efectos de análisis dimensional, se establecen los siguientes supuestos:

- El escurrimiento es permanente
- Los ductos son prismáticos
- La longitud de éstos es infinita
- El fluido transportado es homogéneo
- Su comportamiento reológico es del tipo Bingham y no presenta tixotropía.
- La rugosidad de pared es uniforme

Las variables involucradas en este problema se pueden listar como:

$$F(V, K_s, D, \mu, \rho, \tau_f, f) = 0$$
[1]

Donde V es la velocidad del fluido, K_s es la rugosidad de la pared, D es una longitud característica del sistema de transporte, μ es la viscosidad del fluido, ρ es la densidad del fluido, τ_f es la tensión de fluencia y f es un factor de fricción. Considerando las

magnitudes de μ , D y ρ como características, la presentación adimensional del problema se reduce a:

$$C^* = \phi(\frac{VD\rho}{\mu}, \frac{K_s}{D}, \frac{\tau_f \rho D^2}{\mu^2})$$
 [2]

3.1 Definición del Número de Reynolds

Del análisis adimensional expresado en [2], se reconoce que el primer parámetro adimensional corresponde al presentado por la definición clásica del número de Reynolds para comparar los esfuerzos inerciales con los viscosos. Una forma generalizada para escribir este parámetro (denominada Re_G) es la siguiente:

$$\operatorname{Re}_{G} = \frac{\rho \cdot V^{2}}{\tau_{r}}$$
 [3]

Donde τ_r como una tensión tangencial de referencia. En el caso de un fluido newtoniano se tiene que $\tau = \mu \dot{\gamma}$, donde $\dot{\gamma}$ es la velocidad angular de deformación. Si el transporte del fluido se realiza en una tubería, el valor global de ésta es $\dot{\gamma} = 8 \cdot D/V$, obteniendo que Re_G es equivalente a un octavo del parámetro clásico de Reynolds.

Considerando que el comportamiento reológico de un fluido tipo Herschel y Bulkley (Coussot, 1994) ($\tau = \tau_f + k\dot{\gamma}^n$) se puede generalizar para la ecuación [3] de la siguiente forma:

$$\operatorname{Re}_{G} = \frac{\rho \cdot V^{2}}{\tau_{f} + k \left(8\frac{V}{D}\right)^{n}}$$
 [4]

Considerando la proporcionalidad encontrada entre Re_G y la expresión clásica dada por Reynolds para un fluido newtoniano, este último se puede reescribir como:

$$Re = \frac{8 \cdot \rho \cdot V^2}{\tau_f + k \left(8 \frac{V}{D}\right)^n}$$
 [5]

La forma propuesta para Re se ajusta a la forma original para fluidos newtonianos ($\tau_F = 0$, $k = \mu$ y n = 1). En el caso de fluido del tipo Bingham, k equivale a μ_B y n es igual a 1, por lo tanto Re puede escribirse de la siguiente manera:

$$Re = \frac{8 \cdot \rho \cdot V^2}{\tau_f + 8\mu_B \frac{V}{D}}$$
 [6]

3.2 Transición Laminar-Turbulento

Para fluidos newtonianos, se ha determinado que el flujo es laminar cuando *Re* es menor a un valor cercano a 2.000. La turbulencia plenamente desarrollada aparece para un valor cercano a 10.000. La zona intermedia se define como régimen de transición.

Es necesario definir estos límites para el escurrimiento de fluidos no-newtonianos, lo que resulta relevante en las etapas de diseño del modelo físico y escalamiento (Pacheco et al., 2000). En el caso de los relaves, se ha observado que en régimen laminar y en régimen de transición, las partículas no pueden ir suspendidas en forma homogénea y se produce una estratificación de los sedimentos, traducibles en un fuerte gradiente de concentraciones cerca del fondo. Peor aún, estas partículas, en régimen laminar sedimentan en el fondo y pueden causar (y han causado embanques catastróficos en tuberías y desbordes en el caso de canaletas (Rayo y Fuentes, 2004).

En términos de diseño, se recomienda que los sistemas de gran longitud funcionen en régimen turbulento para el transporte de fluidos Bingham, de modo de mantener la homogeneidad del fluido. Este punto es importante, puesto que al momento de diseñar un modelo físico debe considerarse que las magnitudes de los parámetros adimensionales utilizados deben guardar directa relación con las magnitudes de los prototipos que se pretenden luego construir.

Existen algunos intentos de definición de la frontera de régimen laminar-turbulento para fluidos tipo Bingham, los que serán expuestos más adelante.

3.3 Pérdida de Carga

Uno de los parámetros más importantes para el diseño de sistemas industriales lo representa el coeficiente de pérdida de carga; ella puede expresarse mediante el coeficiente adimensional de Chézy (C^*) para canaletas y mediante el factor de fricción de Darcy (f) para tuberías. La relación que define C^* es el siguiente:

$$C^* = \frac{V}{V_f} \tag{7}$$

Donde V_f es la velocidad de fricción. Ésta está asociada al esfuerzo tangencial del flujo (τ_w) sobre las paredes del ducto $\sqrt{\tau_w/\rho}$. En tanto que f corresponde a:

$$f = 8 \frac{\tau_w}{\rho \cdot v^2} \tag{8}$$

Por lo tanto, f se puede ser escrita en términos de C^* de la siguiente manera:

$$C^* = \sqrt{\frac{8}{f}}$$

Ya que en canaletas la incógnita básica es la velocidad V y en tubos lo es la pérdida de carga J, es más propio emplear C^* para canales y f para ductos llenos. Pero dados que existen relaciones matemáticas fijas entre ambos coeficientes, esta distinción no siempre se emplea.

La literatura técnica presenta una amplia gama de expresiones para determinar el factor de fricción. Tal como se presentó en el análisis dimensional realizado en [2] y la definición del número de Reynolds para fluidos Bingham en [6], los parámetros más relevantes para definir el coeficiente adimensional de Chézy, en el caso de una conducción en canaleta son (Fuentes, 2002; Yalin, 1971):

$$C^* = C^*(\operatorname{Re}, ks^*, \lambda)$$
 [10]

En general, Re es el parámetro utilizado para la modelación de la fricción en flujos hidrodinámicamente liso. Si el flujo es hidrodinámicamente rugoso, se considera también el parámetro k_s^* . Adicionalmente, para el transporte de relave en canaletas, debe considerarse como parámetro relevante la razón de aspecto (λ) .

$$ks^* = \frac{ks}{D}$$
, Rugosidad relativa [11]

$$\lambda = \frac{Y}{B}$$
; Razón de aspecto de la canaleta

Donde Y corresponde a la altura de escurrimiento y B al ancho del canal.

Para el caso de flujo a boca llena por tuberías, λ deja de tener sentido físico.

3.4 Scaling-up

Para el escalamiento, se define el factor de escala de longitud λL y tiempo λT . Estos factores corresponden a:

$$\lambda L = \frac{L_m}{L_r} \qquad \lambda T = \frac{T_m}{T_r}$$
 [13]

Donde el subíndice m asocia el parámetro al modelo y r al prototipo real.

De λL y λT de definen los factores para las magnitudes de área y velocidad:

$$\lambda V = \frac{\lambda L}{\lambda T} \quad \lambda A = (\lambda L)^2$$
 [14]

De los factores anteriores se deduce el factor de escala para el caudal:

$$\lambda Q = \lambda V \cdot (\lambda L)^2 \tag{15}$$

Para canaletas se puede aplicar la relación de similitud de Reech-Froude $\lambda V = \sqrt{\lambda L}$, pudiéndose reescribir la razón de escala de λQ como:

$$\lambda Q = \lambda V \cdot (\lambda L)^2 = (\lambda L)^{5/2}$$
 [16]

En el caso de tuberías, imponiendo una proporcionalidad λV igual a 1, la razón de escala λQ equivale a $(\lambda L)^2$.

[1] Caso 1 de Scaling Up: transporte de sólidos en tuberías evitando la sedimentación

Pérdida de Carga: El flujo en régimen laminar en tuberías a presión tiene solución analítica para fluidos del tipo newtoniano (Chhabra y Richardson, 2008) y también para uno de Bingham (Bird, Stewart y Lightfoot, 2001). Bajo régimen laminar, el factor de fricción de Chézy corresponde a:

$$f = \frac{64}{\text{Re}_B} \frac{1}{1 - \frac{4}{3}\xi + \frac{1}{3}\xi^4}$$
 [17]

Para flujos en régimen turbulento, no existen soluciones analíticas que permitan determinar C^* . La literatura técnica presenta variados modelos para determinar este parámetro, como son el de Wasp et al (1977), Slatter y Wasp (2000) y Wilson y Thomas (1985). A modo de ejemplo, el modelo de Wilson y Thomas considera las pérdidas de carga tomando la curva reológica para determinar el esfuerzo de corte del flujo en la pared, cuyo algoritmo es fácil de implementar. El modelo de Wilson y Thomas se presenta a continuación:

$$C^* = \frac{V}{V_f} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{V_n}{V_f} + 11.6 \cdot (\alpha - 1) - 2.5 \cdot Ln(\alpha) - \Omega$$
 [18]

$$\Omega = -2.5 \left[Ln(1-\xi) + \xi \left(1 + \frac{1}{2} \xi \right) \right]$$
 [19]

Para el plástico Bingham, $\alpha = 1 + \xi$, donde ξ es τ_f/τ_w . V_n/V_f corresponde a C^* suponiendo que el fluido es del tipo newtoniano, pudiéndose estimar empleando la fórmula de Colebrook-White, entre otras.

Transición Régimen Laminar- Turbulento: La transición laminar-turbulenta para fluidos tipo Bingham ha sido estudiado por diversos autores Hank (1978), Hanks y Pratt (1967), Slatter y Wasp (2000) Un método convincente para determinar la transición es propuesta por Hank (1978). Para ello se define el parámetro adimensional conocido como número de

Hedstrom (H_e), aplicable a fluidos con comportamiento reológico del tipo Herschel y Bulkley. Para fluidos tipo Bingham, la expresión [19] se reduce a:

$$H_e = \frac{\rho \cdot D^2 \cdot \tau_f}{\mu_B^2} \tag{20}$$

Hanks (1978) establece una relación crítica entre los esfuerzos de corte en las paredes y esfuerzo de fluencia del líquido ξ_c . Esta relación, para fluidos del tipo Bingham se reduce a:

$$\frac{\xi_c}{(1-\xi_c)^3} = \frac{H_e}{16.800}$$
 [21]

Del modelo de Darcy-Weisbach, considerando f según [18], se puede determinar el valor del Reynolds de transición (Re_c) en función de H_e y ξ _c:

$$Re_{c} = \frac{H_{e}}{8} \frac{1 - \frac{4}{3} \xi_{c} + \frac{1}{3} \xi_{c}^{4}}{\xi_{c}}$$
 [22]

Slatter y Wasp (2000) han presentado nuevas experiencias orientadas a determinar la frontera Laminar-Turbulenta para fluidos no –newtonianos. Los autores plantean que el grado de "no newtoniedad" de los fluidos está relacionado con el Número de Hedstrom. La frontera laminar-turbulenta se define como función de número de Hedstrom.

Criterio de Sedimentación: Con respecto a la sedimentación de partículas, la situación crítica corresponde en una conducción hidráulica en que el nivel de energía del flujo no logre mantenerlas en suspensión. Para flujo laminares, Gilles et al. (1999) proponen el siguiente criterio para determinar la sedimentación de partículas sólidas en este régimen, que relaciona los esfuerzos cortantes sobre la pared que se genera el flujo al momento de escurrimiento y el peso de las partículas:

$$\tau_g = \frac{\tau_w}{\tau'}$$
; Número de Gilles, donde $\tau' = g \frac{(\rho_s - \rho_l)}{6} d_m$ [23]

De acuerdo a Gilles et al. (1999), si τ_g es mayor a 100, no existe sedimentación un flujo laminar.

Para el caso de flujos en régimen turbulento, Oroskar y Turian (1980) proponen el parámetro de velocidad límite de sedimentación adimensional $V_l^{*/}V_c^*$, basado en el modelo de Durand y Condolios para definir la velocidad crítica de sedimentación V_l .

$$V_l^* = \frac{V_l}{\sqrt{g \cdot d \cdot (s-1)}}$$
 [24]

Donde d es el diámetro característico de las partículas en transporte y S el peso relativo de éstas.

La transición laminar-turbulenta, el valor del coeficiente de fricción y la velocidad límite de sedimentación determinan el comportamiento del transporte hidráulico de sólidos sedimentables, y por ende condicionan el diseño, construcción y operación de instalaciones industriales.

A modo de ejemplo para este caso, se plantea el siguiente caso: transportar 165 KTPD de relave de cobre a concentraciones entre el 65% y 67% por intermedio de una tubería circular. De acuerdo al comportamiento reológico del relave se ha ajustado un modelo tipo Bingham. El esfuerzo de fluencia presenta un valor de 25 Pa y 150 Pa; en tanto la viscosidad es de 0,041 Pa·s y 0,32 Pa·s, para concentraciones del 65% y 67% respectivamente. Para el análisis, se considera que el prototipo industrial tendría una variabilidad de flujo de +/- 25%, definiendo para este ejemplo 3 caudales de estudio.

Para efectos de modelación, se considera que la tubería prototipo industrial operará en régimen turbulento y se seleccionará un diámetro de tubería que cumpla con el criterio de V/V_l igualo mayor a 1. El diámetro escogido para tales efectos es 0,50 m.

Se presentan 4 alternativas de escalamiento (Valores de λL de 1/10, 1/4, 1/1,5 y 1/1,2). Aplicando los factores de escalamiento de longitud y caudal, se determina el régimen de escurrimiento para cada alternativa. La Figura 1 muestra el la frontera que determina la transición laminar-turbulento para cada magnitud de escalamiento, considerando el criterio de Hanks. De igual forma, se presenta en la Figura 2 los resultados obtenidos utilizando el criterio de Slatter y Wasp.

Los resultados obtenidos indican la frontera laminar-turbulenta del modelo de Slatter y Wasp ocurriría para *Re* menores en comparación con el propuesto por Hanks.

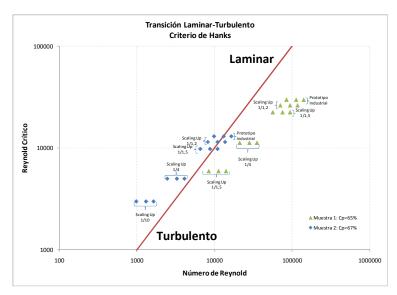


Figura 1 – Transición Laminar – Turbulento. Método de Hanks. Conducción en Tubería.

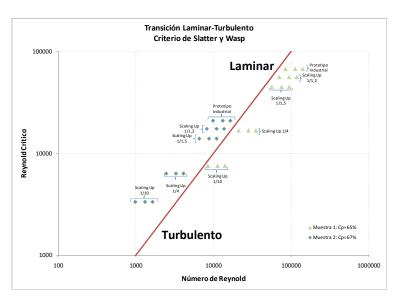


Figura 2 - Transición Laminar - Turbulento. Método de Slatter y Wasp. Conducción en Tubería.

Los valores obtenidos de *Re* para las magnitudes de escalas estudiadas indican que el régimen de escurrimiento para el modelo estará cerca de la frontera laminar-turbulenta. Bajo estas condiciones de escalamiento, se deduce que tanto que para los flujos calculados con una concentración al 65%, el régimen de escurrimiento es turbulento; en cambio para flujos con concentraciones al 67%, el régimen de escurrimiento es laminar. Esto es más claro al aplicar el criterio de Slatter y Wasp. Es importante destacar que una pequeña variación en las concentraciones del relave transportado influye drásticamente en el régimen del flujo, lo que provoca una condición de inestabilidad del modelo físico y el que también puede presentarse en el prototipo, lo que podría provocar problemas operacionales a escala industrial.

Otro aspecto que debe considerar la magnitud de escala a desarrollar es la posibilidad que tienen las partículas de sedimentar. Basándose en el criterio de Slatter y Wasp (2000), se procedió a determinar el número de Gilles para establecer la sedimentación de las partículas, encontrándose que bajo condiciones de escurrimiento en régimen laminar para el flujo al 67%, el flujo no sedimentaría (τ ' >> 100). En tanto que bajo condiciones de régimen turbulento para el flujo al 65%, tampoco existirían problemas de sedimentación ($V_l^* > 1,4$)

En resumen, el escalamiento es factible de efectuar en todo el rango de escalas. En el caso presentado, basado en un caso real, se concluye que para el rango de concentraciones estudiado no existirían problemas de sedimentación, sin embargo el escalamiento presentaría dificultades en la operación, puesto que su régimen de escurrimiento estará en la frontera laminar-turbulenta. La detección de problemas operacionales en el estudio del modelo físico sería uno de los elementos más relevantes a determinar en la etapa de experimental, dada su relevancia para la aplicación industrial.

5. Caso 2 de Scaling Up: Transporte por Canaleta

En el caso del transporte de fluidos Bingham en una canaleta rectangular a superficie libre, este problema presenta las siguientes características:

- Las ecuaciones de Navier-Stokes ya no son válidas y hay que recurrir a las más generales de Cauchy;
- Las relaciones resultantes son no lineales;
- Existe una superficie de fluencia (Figura 3) que es una incógnita adicional. Los sectores ubicados en las esquinas de la canaleta, representan zonas estancas, mientras que la zona ubicada en la superficie libre y en el medio de la canaleta representa una zona que se transporta como un flujo pistón.

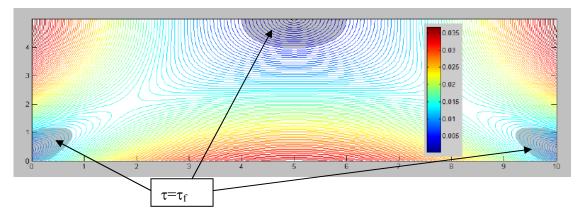


Figura 3 - Campo de tensión de fluencia en canaleta de relaves (Unidades referenciales).

El problema ha sido resuelto en algunos casos (Johnson ,1970). Diversos autores han realizado aportes en este caso Coussot (1994); Piau (1996); Mei y Yuh (2001).

En el caso de transporte a superficie libre, la longitud representativa D corresponde a $4 \cdot R_h$, donde R_h es el radio hidráulico. Por lo tanto para el caso de transporte a superficie libre, para un fluido es el tipo Bingham, Re se puede expresa como:

$$Re = \frac{8 \cdot \rho \cdot V^2}{\tau_f + 2\mu_B V/R_h}$$
 [25]

Perdida de Carga: En el caso de fluidos newtonianos, para la determinación del coeficiente de fricción, se considera que en el caso de una canaleta que la pendiente de fricción (J), para un flujo estacionario y permanente, es igual a $sen(\theta)$.

Para el caso de los fluidos no-newtonianos, existe un extenso número de modelos publicados en la bibliografía técnica para determinar C^* . Alderman y Haldenwang (2007) presentan una recopilación de estos modelos para determinar el coeficiente de fricción.

Para flujo turbulento, Alderman y Haldenwang (2007) realizan una revisión de los diferentes modelos para el factor de fricción de Chezy (C^*) e introducen datos experimentales los cuales se agrupan en torno al modelo de Blasius. Por lo tanto, en una

primera aproximación de C^* , el modelo de Blasius podría utilizarse para el diseño de una planta piloto.

Transición Régimen Laminar- Turbulento: En el caso de fluidos no-newtonianos, la base experimental para definir la transición laminar-turbulenta es muy tenue. Los experimentos con mezclas de agua y arcilla de Pacheco et al. (2000) indican que un valor de Re bajo 2000 indica que el flujo es laminar, en tato el valor del número de Reynolds es mayor a 10.000, el flujo es turbulento. La Figura 4 muestra los resultados de Pacheco et al. (2000), el que utilizó el valor de Re considerando que el canal tendría un ancho infinito (R_b =altura de escurrimiento).

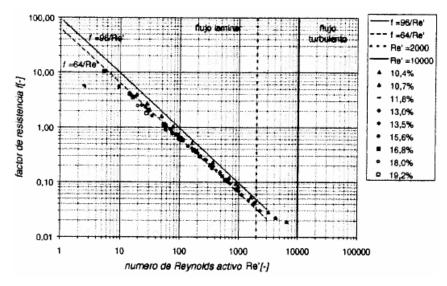


Figura 4: Transición Laminar-Turbulenta. Pacheco et al. (2000)

Haldenwang (2006) indica que la transición no puede ser determinada con precisión considerando el factor de fricción como función únicamente de *Re*, y da un criterio que está basado en la viscosidad aparente dado una deformación angular de 100 1/s.

Para visualizar las implicancias del análisis dimensional realizado, y a modo de ejemplo, se plantea la necesidad de transportar 1,3 m³/s de relave de cobre, a una concentración del 65% por intermedio de una canaleta rectangular. Bajo estas condiciones de concentración, el fluido tendría un comportamiento de tipo Bingham, con un esfuerzo de fluencia de 25 Pa y coeficiente de rigidez de 0,041 Pa.s.

Se requiere determinar la relación ancho/altura de escurrimiento para el diseño y construcción de la canaleta, de modo que tanto el modelo físico como el prototipo se encuentren en régimen turbulento. Se considera que el terreno donde se instalaría el prototipo tiene una pendiente entre el 4 y el 7%.

Considerando la magnitud propuesta del prototipo (1 m de base por 2 m de altura) la tendencia natural al construir modelos físicos es que ellos presenten un tamaño reducido, por lo general con valores de escalamiento entre 5 y 10. En este caso se consideran 4 alternativas de escalamiento, con valores de λL de 10, 4, 1,5 y 1,2. Tomando en consideración el análisis adimensional realizado, los resultados se expresan en términos del la pendiente de fondo y Re del flujo resultante para dicho escalamiento y pendiente. Los

resultados obtenidos, considerando el modelo de Blasius como estimador de C^* , según lo propuesto por Alderman y Haldenwang (2007), se presenta en la Figura 5.

Se observa que para valores altos del parámetro de escalamiento (λL igual a 10), el valor de Re es extremadamente bajo (y en el caso de pendientes menores al 3% el fluido no escurriría) lo que indicaría que el régimen del flujo es laminar. En el caso de λL =4, para las pendientes de fondo más bajas, el flujo no estará en régimen turbulento. Sólo para factores de escala pequeños, es decir λL =1,2 y 1,5, se consigue un régimen de escurrimiento cercano al que se proyecta en la instalación de tamaño industrial.

De lo anterior, se puede concluir que la escala a seleccionar para la construcción de un modelo físico que permita estudiar el fenómeno de transporte de sólidos para fluidos de tipo Bingham en canaleta debe ser comparable en tamaño con la instalación real.

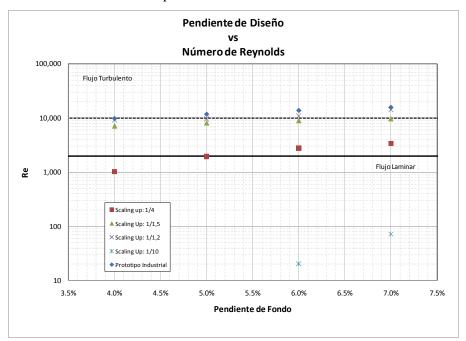


Figura 5: Número de Reynolds obtenidos en modelo físico, bajo diferentes factores de escalamiento. Conducción en canaleta.

3. Conclusiones y comentarios

El diseño de instalaciones industriales de flujos tipo Bingham, como lo son los relaves de alta densidad, es complejo y requiere en muchos casos de la construcción de modelos físicos. La experiencia indica que para evitar la laminarización de dichos relaves se requiere el transporte de dicho fluido en régimen turbulento, lo que implica una restricción adicional al problema de escalamiento.

Se presentaron dos casos prácticos, basado en casos reales de estudio tecnológico, para el diseño de instalaciones piloto de transporte de un fluido Bingham: una tubería en presión y una conducción gravitacional en canaleta, realizando un análisis dimensional para ambos casos y se utilizaron modelos de pérdidas de carga para fluidos no-newtonianos. Los resultados obtenidos indican dos tipos de dificultades que puede presentar el escalamiento con fluidos de tipo Bingham. El primero indica que es posible encontrar problemas de

indefinición del régimen de escurrimiento (laminar o turbulento) tanto a nivel del modelo físico como a nivel industrial para un determinado rango de operación, lo que puede producir graves problemas operacionales. El segundo problema de detectado es que en el caso de requerir un régimen de escurrimiento turbulento implica que los factores de escala son valores muy cercanos a la unidad, haciendo que los modelos físicos tengan tamaños similares a los prototipos a estudiar.

REFERENCIAS

Alderman, N.J. y Haldenwang, R. 2007. A review of newtonian and non newtonian flow in rectangular open chanel. Hydrotransport 17. 2007.

Bird, R.B., Stewart, W.E, y Lightfoot, E.N. 2001. Fenómenos de transporte. Ed. Reverté.

Chhabra, R.P. v Richardson, J.F. 2008. Non-newtonian flow and applied rheology. Ed. Elservier. 2da Edición.

Coussot, P. 1994. Steady, laminar flow of concentrated mud suspensions in open channel. Journal of Hydraulic Research. Vol 32, N°4.

Fuentes, R. 2002. Modelos Hidráulicos: Teoría y Diseño. Ed. Dolmen, Santiago de Chile.

Gilles, R.G., K.B. Hill, M.J. McKibben y C.A. Shook. 1999. Solids transport by laminar newtonian flows. Powder Technology. No 104.

Hanks, R.W. 1978. Low Reynolds number turbulent pipeline flow of pseudohomogeneous slurries. 5th International conference on Hydraulic Transport of Solids in Pipes. Hannover.

Hanks, R.W. y D.R. Pratt. 1967. On the flow of Bigham plastic slurries in piper ad between parallel plates. Society of Petroleum Engineers Journal.

Haldenwang, R. 2003. Flow of Non-Newtonian Fluids in Open Channels. Doctor Technologiae dissertation. Department of Civil Engineering. Cape Technikon, Cape Town, South Africa, August 2003.

Johnson, A. 1970. Physical Processes in Geology. Ed. Freeman, Cooper & Company, San Francisco, California, USA.

Mei, C.C. y M. Yuh. 2001. Slow flow of a Bingham fluid in a shallow channel of finite width. Journal of Fluid Mechanics, Vol.431, pp.135 159.

Pacheco, R., S. Brambilla, F. Sala. y J.F. Jimenez. 2000. Estudio Experimental de un Flujo laminar, Altamente Concentrado, a Superficie Libre. XIX Congreso de la División Latinoamericana de la International Association of Hydraulic Engineering and Research (IAHR), Vol.2 pp.603 612, Córdoba, Argentina.

Piau, J.M. 1996. Flow of a yield stress fluid in a long domain. Application to flow on a inclined plane. J.Rheol. 40(4).

Rayo, J. y R. Fuentes. 2004. Travelling hydraulic jump and laminarization of flow in a slurry flume. BHRA. British Hydromechanics Research Association, Santiago, Chile.

Slatter, P.T. y E.J. Wasp. 2000. The laminar/turbulent transition in larges pipes. 10th International Conference on Transport and Sediemntation of Solid Particles.

Oroskar, A. y Turian, R. 1980. The critical velocity in pipeline flow of slurries. AICHE Journal, vol.26, n04, pp- 550-558.

Wasp, E.J., J.P. Kenny y R.L. Gandhi. 1977. Solid-liquid slurry pipeline transportation. Trans Tech Publications.

Wilson, K.C. y A.D. Thomas, 1985. A new analysis of the turbulent flow on non-Newtonian fluids. The Canadian Journal of Chemical Engineering. Vol 63. P.335-338.

Yalin, M.S. 1971. Theory of Hydraulic Models. Ed. MacMillan.