

SOCIEDAD CHILENA DE INGENIERÍA HIDRÁULICA
XIX CONGRESO CHILENO DE INGENIERÍA HIDRÁULICA

**MODELACIÓN MATEMÁTICA Y NUMÉRICA 2D DE UN DISPOSITIVO OWC DE
GENERACIÓN DE ENERGÍA UNDIMOTRIZ**

GABRIEL DELGADO KEEFFE ¹
RODRIGO CIENFUEGOS CARRASCO ²
ROLANDO REBOLLEDO BERROETA ³

RESUMEN

En este trabajo presentamos la formulación matemática del problema de interacción del oleaje con un dispositivo de conversión de energía undimotriz del tipo Columna de Agua Oscilante (OWC por sus siglas en inglés). El enfoque adoptado considera usar las ecuaciones de la teoría lineal para la propagación del oleaje, incorporando las interferencias producidas por la presencia del dispositivo. El campo de velocidades resultante se calcula a partir de la teoría potencial linealizada descomponiendo el potencial de velocidades en contribuciones incidente, radiada y difractada. La influencia de la cámara de aire y la turbina es modelada a partir de la presión sobre la columna de agua dentro de la cámara considerando las características geométricas y mecánicas del sistema. El problema matemático es integrado numéricamente usando el método de elementos finitos y validado sobre soluciones analíticas. Mostramos que la aplicación de esta herramienta permite pre-dimensionar este tipo de dispositivos tomando en consideración las características del oleaje incidente, la cámara de aire y la turbina. Las pruebas realizadas muestran, que para condiciones del oleaje y turbina dadas, existe una longitud óptima de la cámara que maximiza la potencia eléctrica generada.

¹Ingeniero Civil Industrial con Diploma en Ingeniería Matemática. Pontificia Universidad Católica de Chile. email: gndelgad@puc.cl

²Profesor Asistente. Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental. Pontificia Universidad Católica de Chile. email: racienfu@ing.puc.cl

³Profesor Titular. Facultad de Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Chile. email: rrebolle@uc.cl

1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos 20 años, la demanda de energía eléctrica en Chile se ha incrementado en forma sostenida, a una tasa promedio anual del 6,7% (Comisión Nacional de Energía, 2009). Por su parte, la oferta de energía eléctrica se ha desarrollado principalmente a partir de fuentes de energía tradicionales (combustibles fósiles e hidroelectricidad de gran escala). Esta situación ha generado una importante vulnerabilidad del suministro eléctrico, agravada por factores climáticos (sequías) y restricciones en el abastecimiento de gas natural desde Argentina.

Como respuesta a lo anterior, el Gobierno de Chile ha buscado mecanismos que favorezcan la diversificación de la matriz energética nacional fomentando la incorporación de nuevas fuentes de energía. En este sentido, la Ley define que para el año 2024, las empresas distribuidoras de energía deben demostrar que un 10% de su oferta proviene de las llamadas Energías Renovables No Convencionales (ERNC).

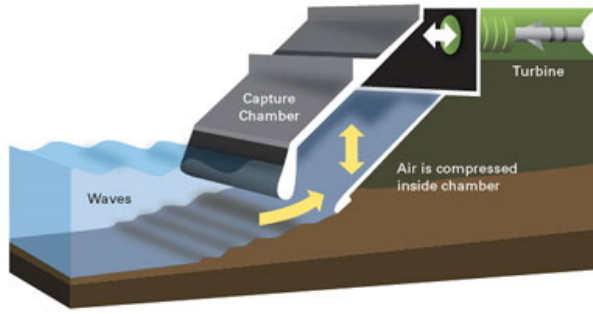
Dentro de las ERNC que tienen ventajas comparativas importantes en nuestro país, destaca aquella proveniente del oleaje o undimotriz. Ello debido a la extensa costa que posee Chile y al alto contenido energético del clima de oleaje que la alcanza (Cruz et al., 2009). Estas características le entregan a nuestro país excelentes expectativas de desarrollo en el aprovechamiento de este tipo de fuentes. A pesar de ello, los avances nacionales en estas materias han sido muy escasos. Por tanto, siguiendo la línea de fomento de las ERNC, resulta de interés el estudiar las alternativas de generación de energía undimotriz, así como implementar herramientas que permitan evaluar el funcionamiento de dispositivos recuperadores de energía con el objeto de pre-dimensionar sus características.

Entre las tecnologías de generación actualmente disponibles, destacan los dispositivos de columna de agua oscilante (OWC por sus siglas en inglés), basados en el aprovechamiento de las presiones oscilantes generadas por el oleaje dentro de una cámara de aire para mover una turbina. Gracias a su relativa eficiencia y menores costos de construcción y mantención, han sido explorados en mayor medida, existiendo actualmente varios prototipos y plantas alrededor del mundo.

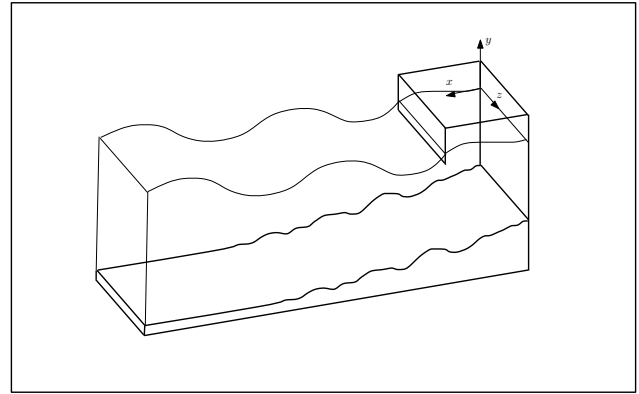
En este trabajo presentaremos el desarrollo de una herramienta de simulación para el problema de interacción entre el oleaje y un dispositivo OWC empotrado en la costa. Nuestro principal objetivo será facilitar el pre-diseño y optimización de este tipo de dispositivos relacionando las condiciones de oleaje, los parámetros geométricos de la cámara de aire y las características de la turbina, con la potencia de salida del sistema. En la primera parte describiremos el modelo matemático que permite describir la interacción oleaje-dispositivo y su resolución numérica, para luego presentar su validación junto con algunas aplicaciones preliminares que permitirán ilustrar la utilidad de esta herramienta.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En adelante, consideraremos la modelación de la interacción entre el dispositivo OWC y el oleaje dentro del marco de la teoría potencial (fluido ideal e irrotacional) y ondas de pequeña amplitud (teoría lineal). Para ello se analiza el problema desde un punto de vista bidimensional (2D), asumiendo que el oleaje llega sin incidencia. Como se puede observar en la Figura 1, consideraremos un convertidor OWC empotrado en la costa, cuya pared frontal se asume muy delgada (Falcão and Rodrigues, 2002). La cámara interna del dispositivo tiene un largo L perpendicularmente a la costa, y un ancho W en el sentido paralelo a la costa. La batimetría se considera horizontal de profundidad H lejos del dispositivo, pero puede incluir variaciones en las cercanías del mismo.



(a) Descripción esquemática (Fuente : MIT Energy Initiative)



(b) Definición de ejes de referencia

Figura 1: Esquema de un dispositivo generador de energía undimotriz de tipo columna de agua oscilante (OWC)

Para la formulación del problema efectuaremos una separación de variables espaciales y temporales, asumiendo una variación armónica para la parte temporal. Esta descomposición permite entonces escribir las funciones potenciales de velocidades y presiones, de la siguiente forma:

$$[\phi(x, y, t), p(x, y, t)] = \Re\{[\hat{\phi}(x, y), \hat{p}(x, y)]e^{-i\omega t}\} \quad (1)$$

donde ϕ es el potencial de velocidades tal que el campo de velocidades queda definido como $\vec{V} = \nabla\phi(x, y, t)$, p es la presión, (x, y) son las coordenadas horizontal y vertical en el plano perpendicular a la costa, ω es la frecuencia angular de la onda armónica, i es el número imaginario puro y t es el tiempo. El operador $\Re\{f\}$ se utiliza para extraer la parte real de la función compleja f .

El potencial de velocidades incidente se asume conocido y se expresa de acuerdo a la teoría lineal para la parte de fondo horizontal de profundidad H como:

$$\hat{\phi}_I(x, y) = \frac{Ag \cosh(k(y + H))}{\omega \cosh(kH)} e^{-ikx} \quad (2)$$

Con k el número de onda, A la amplitud de la perturbación armónica, ρ la masa específica del agua y g la aceleración de gravedad.

Sin embargo, el campo de velocidades total, ϕ , debe obtenerse como la suma del potencial de respuesta del dispositivo y del potencial incidente. Entonces siguiendo a Kuznetsov et al. (2002) el problema a resolver es:

Encontrar $\hat{\phi} \in H_{loc}^1(\Omega)$ tal que:

$$\Delta \hat{\phi} = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (3)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} - \nu \hat{\phi} = 0 \quad \text{sobre } F_E \quad (4)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} - \nu \hat{\phi} = \frac{i\omega}{\rho g} \hat{p} \quad \text{sobre } F_I \quad (5)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial n} = 0 \quad \text{sobre } B \cup S \quad (6)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \int_{-H}^0 \left| \frac{\partial}{\partial |x|} (\hat{\phi} - \hat{\phi}_I) - ik(\hat{\phi} - \hat{\phi}_I) \right|^2 dy = 0 \quad (7)$$

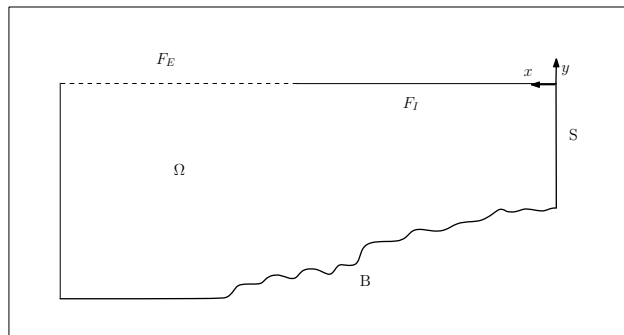


Figura 2: Definición del dominio y las fronteras del problema matemático

Donde $H_{loc}^1(\Omega) = \{\hat{\phi} \in L_{loc}^2(\Omega) : |\nabla \hat{\phi}| \in L_{loc}^2(\Omega)\}$, espacio de Sobolev, donde las funciones y sus gradientes son localmente integrables, es decir absolutamente integrables sobre cada subconjunto

compacto de Ω . La ecuación (7) describe la condición de borde de radiación de Sommerfeld hacia mar adentro.

Kuznetsov et al. (2002) demuestran que este problema tiene solución única bajo las siguientes hipótesis:

1. **Restricción geométrica:** El dominio debe tener secciones horizontales estrelladas, es decir $(x, y) \cdot \hat{n} \leq 0$ sobre B donde \hat{n} es el vector unitario normal a la superficie, positivo hacia afuera del dominio.
2. **Perturbación sobre la superficie libre:** La presión \hat{p} debe ser de soporte compacto.

En adelante supondremos que se cumplen ambas condiciones y que la amplitud \hat{p} es constante. Según Falnes (2002), en teoría lineal de ondas de pequeña amplitud el potencial de velocidades $\hat{\phi}$ puede ser tratado como la suma de un **potencial incidente**, un **potencial radiado** $\hat{\phi}_R$ y un **potencial difractado** $\hat{\phi}_D$. El potencial radiado es debido a las oscilaciones de la columna de agua dentro del OWC, mientras que el difractado es generado por la mera presencia de la estructura perturbada por la onda incidente. Cada uno satisface el siguiente grupo de ecuaciones:

Encontrar $\hat{\phi}_R \in H_{loc}^1(\Omega)$ tal que:

$$\Delta \hat{\phi}_R = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (8)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_R}{\partial y} - \nu \hat{\phi}_R = 0 \quad \text{sobre } F_E \quad (9)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_R}{\partial y} - \nu \hat{\phi}_R = \frac{i\omega}{\rho g} \hat{p} \quad \text{sobre } F_I \quad (10)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_R}{\partial n} = 0 \quad \text{sobre } B \cup S \quad (11)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \int_{-H}^0 \left| \frac{\partial \hat{\phi}_R}{\partial |x|} - ik \hat{\phi}_R \right|^2 dy = 0 \quad (12)$$

Encontrar $\hat{\phi}_D \in H_{loc}^1(\Omega)$ tal que:

$$\Delta \hat{\phi}_D = 0 \quad \text{en } \Omega \quad (13)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_D}{\partial y} - \nu \hat{\phi}_D = 0 \quad \text{sobre } F_E \quad (14)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_D}{\partial y} - \nu \hat{\phi}_D = 0 \quad \text{sobre } F_I \quad (15)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_D}{\partial n} = -\frac{\partial \hat{\phi}_I}{\partial n} \quad \text{sobre } B \cup S \quad (16)$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \int_{-H}^0 \left| \frac{\partial \hat{\phi}_D}{\partial |x|} - ik \hat{\phi}_D \right|^2 dy = 0 \quad (17)$$

Similarmente, el flujo volumétrico de agua Q dentro de la cámara del OWC está definido por $Q = \Re\{\hat{Q}e^{-i\omega t}\}$, con

$$\hat{Q} = \int_{F_I} W \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial n} dx \quad (18)$$

Donde se ha agregado el término W correspondiente al ancho de la cámara para considerar el flujo volumétrico vertical através de su sección. \hat{Q} corresponde a la superposición de un flujo \hat{Q}_R asociado al potencial radiado y un flujo \hat{Q}_E asociado las contribuciones de los potenciales difractado e incidente:

$$\hat{Q} = \hat{Q}_R + \hat{Q}_E \quad (Q_R, Q_E) = \Re\{(\hat{Q}_R, \hat{Q}_E)e^{-i\omega t}\} \quad (19)$$

A partir de la definición de los flujos anteriores. Evans (1982) realiza la siguiente descomposición:

$$\hat{Q}_R = -(\mathcal{B} - i\mathcal{C})\hat{p} \quad (20)$$

$$\hat{Q}_E = \Gamma A \quad (21)$$

Donde \mathcal{B} y \mathcal{C} son constantes reales y A es la amplitud del potencial incidente. Físicamente \mathcal{C} está en fase con la aceleración del flujo y corresponde a la inercia hidrodinámica agregada (i.e. la **susceptancia radiativa**). Por otro lado, \mathcal{B} está en fase con la velocidad del flujo y corresponde al amortiguamiento radiativo (es decir la **conductancia radiativa**). Γ es un coeficiente complejo y corresponde a una constante de proporcionalidad.

Por otra parte Sarmento and Falcão (1985) establecen la siguiente relación entre el flujo volumétrico interno de la cámara y la presión interna:

$$\hat{Q} = \left(\frac{KD}{N\rho_a} - \frac{i\omega\forall}{c_a^2\rho_a} \right) \hat{p} \quad (22)$$

Donde N es la velocidad rotacional de los álabes de la turbina, D el diámetro exterior del rotor de la turbina, ρ_a la masa específica del aire y \forall el volumen inicial de aire dentro de la cámara. El coeficiente empírico K depende del diseño y configuración de la turbina. Se asume que el proceso de compresión y descompresión interno de la cámara es adiabático y reversible, por lo que las variaciones de densidad del aire y presión son proporcionales a la otra satisfaciendo $c_a^2 = \frac{d\hat{p}}{d\rho_a}$, siendo c_a la velocidad del sonido en el aire.

Martins-Rivas and Mei (2009) combinan las ecuaciones (20), (21) y (22) para poder despejar la

presión \hat{p} en términos de las constantes $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \Gamma$ de tal manera que:

$$\hat{p} = \frac{\Gamma A}{\left[\left(\frac{KD}{N\rho_a} + \mathcal{B}\right) - i\left(\mathcal{C} + \frac{\omega\nabla}{c_a^2\rho_a}\right)\right]} \quad (23)$$

La potencia promedio de salida de la turbina estará dada entonces por:

$$P_{out} = \frac{\overline{d(\rho_a\nabla) p}}{dt} \frac{p}{\rho_a} = \frac{KD}{2N\rho_a} |\hat{p}|^2 = \frac{KD}{2N\rho_a} \frac{|\Gamma|^2 A^2}{\left[\left(\frac{KD}{N\rho_a} + \mathcal{B}\right)^2 + \left(\mathcal{C} + \frac{\omega\nabla}{c_a^2\rho_a}\right)^2\right]} \quad (24)$$

Donde \bar{f} representa el promedio temporal de la función f sobre una periodo del oleaje. Para obtener los parámetros $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \Gamma$, se deben resolver los problemas de difracción y radiación.

3. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DEL PROBLEMA

Para resolver el problema propuesto en forma numérica, es necesario reducir el dominio infinito que incorpora la condición de radiación de Sommerfeld, a un dominio acotado. Para ello se resuelve un problema auxiliar mediante la definición de un operador de Dirichlet a Neumann para la condición de radiación (Lenoir and Tounsi, 1988). Para mayores detalles sobre este procedimiento el lector queda referido al trabajo de Delgado (2009). Las soluciones a los sistemas de ecuaciones antes planteados, se aproximan mediante el método de elementos finitos. Para ello se re-escriben en su formulación variacional definiendo $\bar{v} \in \mathcal{D}(\Omega)$ como función test. Entonces multiplicando por ejemplo la ecuación (3) por esta función, integrando por partes y utilizando las condiciones de borde asociadas, se obtiene:

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{\Omega} \Delta \hat{\phi} \bar{v} dx = \int_{\partial\Omega} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial n} \bar{v} dS - \int_{\Omega} \nabla \hat{\phi} \nabla \bar{v} dS \\ &= \nu \int_{F_E} \hat{\phi} \bar{v} dS - \int_{B \cup S} \frac{\partial \hat{\phi}_I}{\partial n} \bar{v} dS + \int_{F_I} \left(\nu \hat{\phi} + \frac{i\omega}{\rho g} \hat{p}\right) \bar{v} dS \\ &\quad - \int_{T_r} \mathcal{DN}(\hat{\phi}) \bar{v} dS - \int_{\Omega} \nabla \hat{\phi} \nabla \bar{v} dx \end{aligned} \quad (25)$$

Con T_r el segmento vertical a distancia r del origen que define el borde de aguas afuera del dominio acotado, y $\mathcal{DN}(\hat{\phi})$ el operador Dirichlet a Neumann que permite representar la condición de radiación de Sommerfeld. Ahora para discretizar las ecuaciones resultantes por el método de Galerkin definimos $V_h \subset H^1(\Omega)$ subespacio vectorial de dimensión finita N y base $\{v_i\}_{i=1}^N$. Además, sea $\hat{\phi}_h \in V_h$ aproximante de $\hat{\phi}$ dado por:

$$\hat{\phi}_h(x, y) = \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i v_i(x, y) \quad (26)$$

Debido a la densidad de $\mathcal{D}(\Omega)$ en $H^1(\Omega)$, en particular escogemos como función test $\bar{v}_h = v_j$. Luego para cada j se satisface:

$$\begin{aligned}
0 &= \nu \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{F_E} v_i v_j dS - \int_{B \cup S} \frac{\partial \hat{\phi}_I}{\partial n} v_j dS \\
&\quad + \nu \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{F_I} v_i v_j dS + \frac{i\omega}{\rho g} \hat{p} \int_{F_I} v_j dS \\
&\quad - \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{T_r} \mathcal{DN}(\hat{\phi}_i) v_j dS - \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{\Omega} \nabla v_i \nabla v_j dx
\end{aligned} \tag{27}$$

Reorganizando:

$$\begin{aligned}
- \int_{B \cup S} \frac{\partial \hat{\phi}_I}{\partial n} v_j dS + \frac{i\omega}{\rho g} \hat{p} \int_{F_I} v_j dS &= -\nu \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{F_E \cup F_I} v_i v_j dS \\
&\quad + \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{T_r} \mathcal{DN}(\hat{\phi}_i) v_j dS + \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i \int_{\Omega} \nabla v_i \nabla v_j dx
\end{aligned} \tag{28}$$

Observamos al lado izquierdo los términos asociados al problema difractado y radiado. Por tanto para encontrar los coeficientes $\hat{\phi}_i$, debemos resolver los siguientes problemas matriciales que resultan de la discretización en elementos finitos:

1. Problema radiado

$$(\bar{A} - \nu \bar{B} + \bar{T}) \vec{\phi}_R = \hat{p} \vec{f}_R \tag{29}$$

2. Problema difractado

$$(\bar{A} - \nu \bar{B} + \bar{T}) \vec{\phi}_D = \vec{f}_D \tag{30}$$

con matrices y vectores dados por

$$\begin{aligned}
\bar{A}_{ij} &= \int_{\Omega} \nabla v_i \nabla v_j dx, & \bar{B}_{ij} &= \int_{F_I \cup F_E} v_i v_j dS, & & \int_{T_r} \mathcal{DN}(\hat{\phi}_i) v_j dS \\
f_R^i &= \frac{i\omega}{\rho g} \int_{F_I} v_i dS, & f_D^i &= - \int_{B \cup S} \frac{\partial \hat{\phi}_I}{\partial n} v_i dS
\end{aligned} \tag{31}$$

Como subespacio de dimensión finita V_h , escogeremos elementos finitos tipo \mathbb{P}_1 en dimensión dos. Sea el conjunto $T_h = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$, triangulación de Delaunay de Ω (poligonal) tal que $\Omega = \bigcup_{1 \leq i \leq m} K_i$. Entonces

$$V_h = \{ \bar{v} \in H^1(\Omega) : \forall i = 1, \dots, m \text{ se cumple } \bar{v}|_{K_i} \in \mathbb{P}_1(K_i) \} \tag{32}$$

Lenoir and Tounsi (1988) demuestran la convergencia de la solución del problema aproximado por elementos finitos a la solución original, entregando el siguiente estimador de error:

$$\|\hat{\phi}_h^N - \hat{\phi}\|_{H^1(\Omega)} \leq C\left\{h + \frac{1}{N^3} \sum_{j=1}^2 e^{-N\pi j/h}\right\} \quad (33)$$

Donde $\hat{\phi}_h^N$ es la solución del problema discretizado para mallado de tamaño h y N términos en el desarrollo del operador de Dirichlet a Neumann.

Cada matriz y vector fue programado en MATLAB. Para el mallado del dominio, gestión de nodos en la frontera y despliegue de resultados, se utilizó el paquete pdtoolbox de MATLAB.

4. VALIDACIÓN Y APLICACIÓN DEL MODELO DESARROLLADO

Para validar los resultados obtenidos con el método numérico, se compararán éstos con la solución analítica para fondo horizontal descrita en el trabajo de Delgado (2009). Para ello se presentará el error relativo producido en norma $L^2(\Omega)$, para distintas frecuencias, y para una finura de mallado fija, h , correspondiente al diámetro máximo de los elementos finitos triangulares. Para los parámetros geométricos del dispositivo y características de la turbina se consideraron aquellos entregados por Sarmiento et al. (2006) para la planta Pico en Azores, Portugal, detallados en el Cuadro 1.

En la Figura 3a se presentan los errores relativos de la solución numérica para un tamaño de malla característico $h = 0,5\text{m}$. Se observa que tanto para el problema radiado como para el difractado, el error aumenta con la frecuencia. Esto se debe a que a medida que la frecuencia de las ondas aumenta, su longitud disminuye. Luego como el tamaño de los elementos es fijo, el número de elementos por longitud de onda disminuye a medida que la frecuencia aumenta, resultando en una menor resolución numérica. Sin embargo los errores se mantienen bajo el 2% en el rango de frecuencias físicas para un tamaño de malla relativamente grueso lo que es considerado aceptable. Por otro lado se evaluó la resolución espacial necesaria para lograr errores menores al 3% en la solución del problema para distintas longitudes de onda (frecuencias), y los resultados se muestran en la Figura 3b. Es posible apreciar que en el rango de frecuencias de interés el número de elementos necesarios para representar correctamente la solución aumenta en forma lineal con la frecuencia de las ondas.

Para ilustrar la utilidad práctica del modelo desarrollado, se procedió a calcular las potencias medias generadas por el dispositivo para distintos largos de cámara, considerando un ancho $W = 12\text{m}$ (igual al de la planta Pico en Azores) en función de la frecuencia angular del oleaje incidente. Los resultados se presentan en la Figura 4a, donde es posible apreciar que para cada longitud de cámara existe una frecuencia que maximiza la potencia media generada por el dispositivo. Este resultado sugiere que para cada frecuencia (longitud) de oleaje incidente debe existir una longitud de cámara

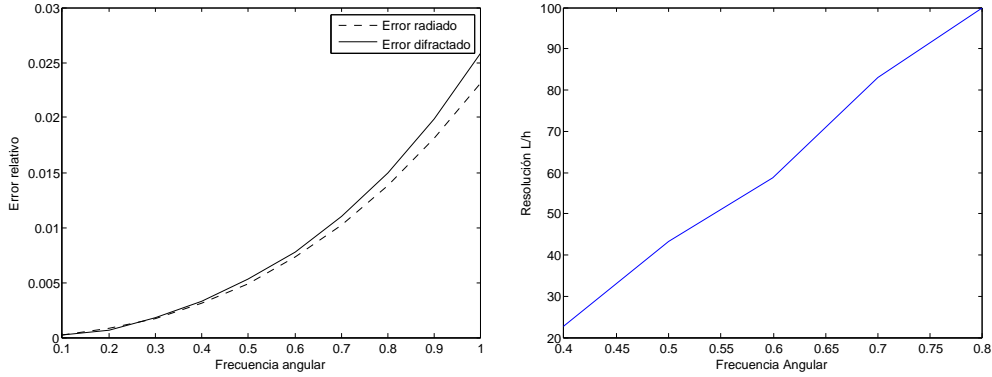
Parámetro	Abreviación	Valor
Profundidad	H	8[m]
Ancho	W	12[m]
Largo	L	12[m]
Volumen interno	\forall	1.140[m ³]
Amplitud Media del Oleaje	A	0,8[m]
Frecuencia Pico del Oleaje	ω	0,5[rad/s]
Masa específica del Agua	ρ	1.000[Kg/m ³]
Masa específica del Aire	ρ_a	1,25[Kg/m ³]
Velocidad del Aire	c_a	340[m/s]
Velocidad rotacional de la turbina	N	750 rmp
Diámetro de rotor de turbina	D	2,3[m]
Coefficiente empírico de la turbina	K	0,375

Cuadro 1: Parámetros de diseño del dispositivo de la planta Pico en Azores, Portugal (Sarmiento et al., 2006)

óptima que permite maximizar la potencia producida por el dispositivo. Los resultados numéricos confirman esta conjetura y además muestran que existe una relación lineal entre la longitud de onda del oleaje incidente y el largo de cámara que maximiza la potencia media generada (Figura 4b). Es interesante notar en la Figura 4a, que para el largo de cámara considerada en la planta Pico ($L = 12\text{m}$), la potencia generada es maximizada para una frecuencia de oleaje incidente cercana a $\omega = 0,5\text{ Hz}$ la que coincide con la frecuencia de diseño reportada por Sarmiento et al. (2006). Ésto sugiere que el modelo numérico podría utilizarse como una herramienta de evaluación y diseño de este tipo de dispositivos. Finalmente, el efecto que tiene la amplitud del oleaje incidente en la potencia media generada puede observarse en la Figura 5 para las características de la planta Pico de Azores. Los resultados muestran que la potencia de salida aumenta en forma cuadrática con la amplitud del oleaje incidente, lo que concuerda con la teoría de ondas puesto que la energía transportada por ellas es proporcional al cuadrado de su amplitud.

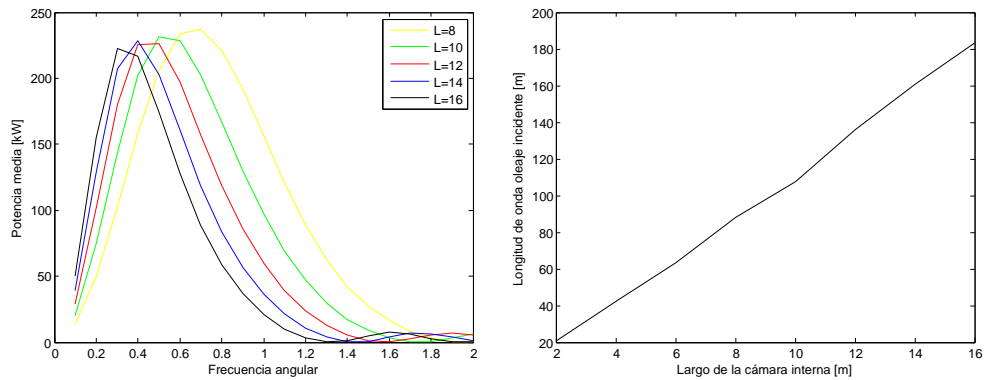
Es importante destacar además, que el modelo desarrollado permite realizar estimaciones de potencia generada para una configuración geométrica de la cámara que considere variaciones suaves del fondo. El efecto de este tipo de modificaciones en el diseño de los dispositivos OWC ha sido poco explorado en la literatura. En la Figura 6 presentamos algunos resultados preliminares relativos a la influencia del ángulo de inclinación θ de la cámara en la potencia media generada. En estas simulaciones se han considerado las características de la planta Pico de Azores. Se aprecia que al aumentar el ángulo θ , no existe mayor influencia sobre la potencia generada en el rango de frecuencias 0 – 1Hz, pero es posible desplazar hacia la izquierda un segundo máximo local de potencia al aumentar el valor de esta variable. Esta situación podría ser de interés en el caso de enfrentar espectros de oleajes bi-modales con frecuencias peak bien diferenciadas entre sí. El modificar el diseño geométrico del fondo de la cámara del dispositivo podría entonces favorecer el

capturar de mejor manera la energía de estos estados de mar aumentando así la eficiencia de este tipo de dispositivos.



(a) Error producido por la solución numérica para distintas frecuencias de oleaje incidente con $h = 0,5\text{m}$ (b) Número de elementos por longitud de onda (L/h) necesarios para mantener un error del 3%

Figura 3: Validación del modelo numérico considerando errores sobre una solución analítica



(a) Potencia media generada por el dispositivo para distintos largos de cámara en función de la frecuencia del oleaje incidente (b) Longitud de onda incidente v/s largo de cámara óptima que maximiza la generación de potencia

Figura 4: Resultados de la aplicación del modelo para evaluar la potencia media generada por el dispositivo en función del largo de cámara y las características del oleaje incidente

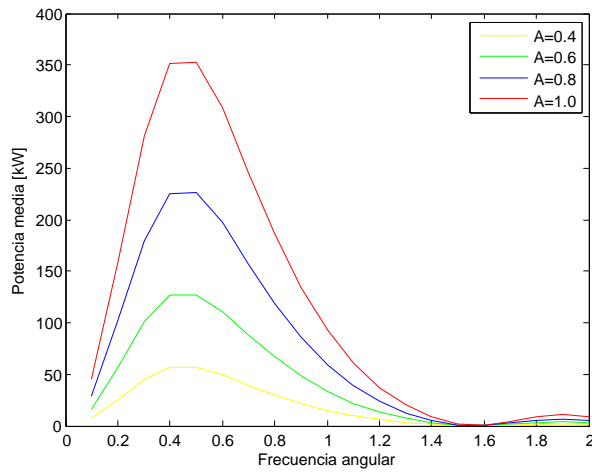
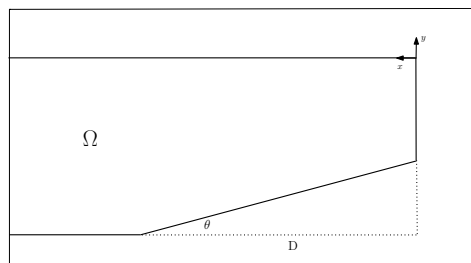
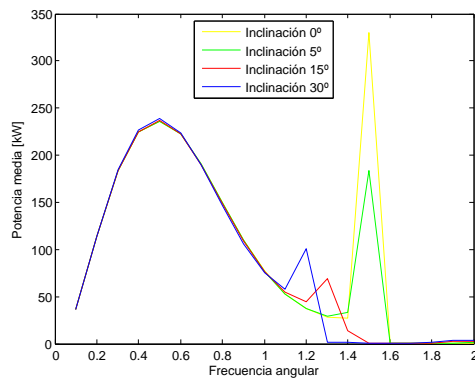


Figura 5: Potencia media generada por el dispositivo para distintas amplitudes de oleaje incidente



(a) Configuración geométrica del dispositivo considerando un ángulo de inclinación θ



(b) Potencia media generada en función del ángulo de inclinación y la frecuencia angular del oleaje incidente

Figura 6: Efecto de la inclinación del fondo de la cámara en la potencia media generada por el dispositivo

5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

En este trabajo hemos presentado la formulación matemática del problema de interacción entre el oleaje incidente y un dispositivo recuperador de energía de tipo OWC usando la teoría potencial y

la aproximación de ondas de pequeña amplitud. El sistema de ecuaciones diferenciales parciales resultante fue integrado numéricamente mediante el método de elementos finitos. Se validó el modelo con la ayuda de una solución analítica y se estudiaron varios aspectos relativos a su desempeño. La aplicación del modelo permitió luego demostrar que esta herramienta permite relacionar las condiciones del oleaje incidente y los parámetros de diseño del dispositivo con la potencia media generada a la salida de la turbina. Las aplicaciones presentadas consideraron las características de la planta Pico instalada en Azores y los resultados obtenidos fueron consistentes con otros reportados en estudios previos. El modelo numérico permitió además definir condiciones geométricas para el diseño óptimo de este tipo de dispositivos maximizando así la potencia generada para condiciones de oleaje conocidas. Ésto abre buenas perspectivas de aplicación de esta herramienta para definir configuraciones adaptadas a condiciones de oleaje locales. Más aún, el modelo permite incorporar variaciones suaves en el fondo de la cámara y evaluar el efecto que estas modificaciones pudieran tener en el desempeño de una planta undimotriz OWC.

Referencias

- Comisión Nacional de Energía (2009). “Modelo de proyección de demanda energética nacional de largo plazo.” *Serie de Estudios Energéticos*, Comisión Nacional de Energía. Disponible en www.cne.cl.
- Cruz, J., Thomson, M., and Stavroulia, E. (2009). “Preliminary site selection - chilean marine energy resources.” *Report no.*, Garrad Hassan and Partners Ltd.
- Delgado, G. (2009). “Modelación matemática de un dispositivo de potencia OWC bidimensional.” *Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Industrias*, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Evans, D. (1982). “Wave-power absorption by systems of oscillating surface pressure distribution.” *Journal of Fluid Mechanics*, 114, 481–499.
- Falcão, A. and Rodrigues, R. (2002). “Stochastic modelling of OWC wave power plant performance.” *Applied Ocean Research*, 24, 59–71.
- Falnes, J. (2002). *Ocean Waves and Oscillating Systems*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Kuznetsov, N., Maz’ya, V., and Vainberg, B. (2002). *Linear Water Waves A Mathematical Approach*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Lenoir, M. and Tounsi, A. (1988). “The localized finite element method and its application to the two-dimensional sea-keeping problem.” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 25(4), 729–752.
- Martins-Rivas, H. and Mei, C. C. (2009). “Wave power extraction from an oscillating water column along a straight coast.” *Ocean Engineering*, 36, 426–433.

Sarmento, A., Brito-Melo, A., and Neumann, F. (2006). "Results from sea trials in the owc european wave energy plant at pico, azores.

Sarmento, A. and Falcão, A. (1985). "Wave generation by an oscillating surface-pressure and its application in wave-energy extraction." *Journal of Fluid Mechanics*, 150, 467–485.